

4

La geometría de 3 a 6 años

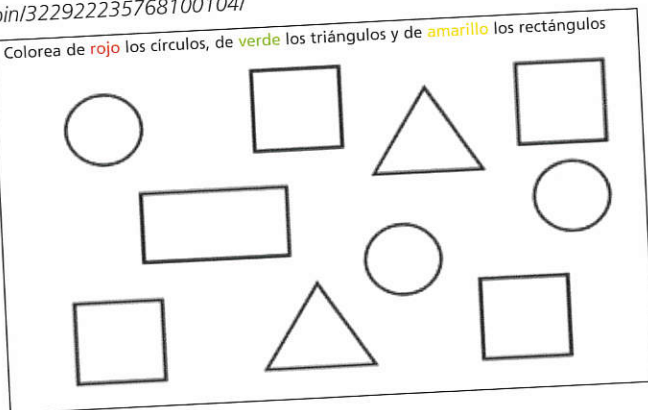
Presentación

Los conocimientos geométricos son fundamentales para que los niños de las primeras edades se sitúen progresivamente en el espacio y puedan reconocer las propiedades geométricas de las formas del entorno, de manera que vayan construyendo su propio esquema mental del espacio. Considerando la relevancia de estos conocimientos para el desarrollo integral, la didáctica de la geometría en educación infantil goza actualmente de buena salud y son múltiples los autores y organismos que van aportando nuevas orientaciones didácticas para ayudar a los niños a describir, analizar y comprender el mundo físico que nos rodea (Alsina, 2006, 2011; Berdonneau, 2008; Canals, 1989; Castro y Castro, 2016; Chamorro, 2005; Clements y Sarama, 2015; Edo, 2018; Vanegas, 2018; entre otros).

Sin embargo, durante muchos años la geometría se consideró una disciplina a partir de la que los niños establecían «un primer contacto» con algunas figuras planas como el triángulo, el cuadrado, el rectángulo o el círculo; junto con algunos cuerpos geométricos como el cubo, el cilindro o la esfera. El aprendizaje de estas formas se basaba en la percepción, sin una verdadera experimentación: consistía, por ejemplo, en reconocer la forma *triángulo* mostrando un triángulo equilátero, lo que impedía que los niños analizaran en profundidad sus propiedades geométricas: «tiene tres lados», «los lados son rectos», «tiene tres vértices», etc. En consecuencia, cuando se mostraba un triángulo menos «típico», muchos alumnos no lo asociaban a la idea genérica *triángulo*. Adicionalmente, el hecho de reconocer una forma solo por criterios de tipo perceptivo, mostrándola en su posición estereotipada y asociándola a un nombre, impedía que muchos niños identificaran

Imagen 4.1. Enseñanza estática de la geometría, basada en el reconocimiento de formas. Fuente: <https://www.pinterest.es/pin/322922235768100104/>

Colorea de rojo los círculos, de verde los triángulos y de amarillo los rectángulos



dicha forma cuando se cambiaba de posición (Alsina, 2011). En la práctica, pues, era una enseñanza estática basada en el reconocimiento de formas básicas, como se muestra en la imagen 4.1.

En este capítulo se asume que es necesario repensar este enfoque de la enseñanza de la geometría en infantil para evitar que se reduzca al reconocimiento de unas cuantas formas,

indagando acerca de qué contenidos geométricos deberían trabajarse para promover un dominio progresivo del espacio y cómo deberían trabajarse y evaluarse en las primeras edades. Con este propósito, y siguiendo la misma estructura que los capítulos 2 y 3, en primer lugar se presenta una síntesis de los conocimientos importantes para enseñar geometría en educación infantil, seguida de una propuesta de distribución de contenidos por edades tomando en consideración las orientaciones curriculares contemporáneas y las aportaciones de la investigación en educación matemática infantil acerca de la enseñanza de la geometría en las primeras edades. Después, se presentan estrategias y recursos para diseñar itinerarios de enseñanza que promuevan una enseñanza eficaz de estos contenidos y, con ello, el desarrollo progresivo del pensamiento geométrico. El capítulo finaliza con la descripción de estrategias y recursos para la evaluación formativa de los conocimientos geométricos.

Conocimientos importantes de geometría de 3 a 6 años

En este apartado se profundiza en el conocimiento de los contenidos por enseñar acerca de la geometría en las primeras edades, partiendo de la base de que se ocupa principalmente del estudio de dos aspectos del espacio: la posición y las

figuras, incluyendo tanto el reconocimiento como las relaciones y las transformaciones geométricas, además de la construcción y la representación (Alsina, 2006). Estos conocimientos geométricos se vinculan con otros marcos teóricos, como por ejemplo el planteamiento del geómetra alemán Félix C. Klein, que a finales del siglo XIX clasificó la geometría según una serie de invariantes propios: geometría topológica, proyectiva, afín y métrica; o los planteamientos de Van Hiele y Van Hiele (1958) acerca de los primeros aprendizajes en relación con las formas.

La posición

Una de las finalidades de la geometría en las primeras edades es que los niños aprendan a desplazarse y a situarse en el entorno que los rodea. Además, es necesario también que empiecen a realizar las primeras representaciones espaciales. Para conseguir estos propósitos, deberían trabajar en profundidad la orientación y la organización espacial, es decir, la posición de uno mismo respecto a los objetos y la posición de los objetos entre ellos respectivamente.

Hay diversos aspectos, pues, que deberían contemplarse para ayudar a los alumnos a desarrollar una gran variedad de conocimientos espaciales:

- 1 *El lugar: ¿dónde?* La localización es un aspecto fundamental para describir una situación espacial, puesto que para identificar un objeto es necesario identificar dónde está (por ejemplo, dentro o fuera).
- 2 *El sentido de la dirección: ¿en qué dirección?* Además de localizar dónde está un objeto, es necesario también aprender a indicar hacia dónde se va o por dónde se va (por ejemplo, por la derecha o por la izquierda).
- 3 *La orientación: ¿cómo está orientado?* Junto con el sentido de la dirección, es preciso también tener unos puntos de referencia (habitualmente absolutos) que permitan identificar la posición (por ejemplo, norte o sur).
- 4 *La distancia: ¿a qué distancia?* Se trata de otro conocimiento espacial que permite situar la posición relativa de los objetos (por ejemplo, cerca y lejos).
- 5 *La representación: ¿qué objetos?* Tan importantes como la localización y la posición son las primeras representaciones de la realidad a través de modelos más o menos simplificados, como por ejemplo mapas y planos. Los niños deberían dibujar o construir mapas simples de espacios conocidos, y también leerlos e interpretarlos.

Respecto a las respuestas del alumnado a las preguntas anteriores, deben tenerse en cuenta los siguientes aspectos: en primer lugar, dichas respuestas requieren la comprensión de nociones espaciales básicas, como por ejemplo dentro y fuera (interior y exterior); delante y detrás; arriba y abajo (encima y debajo); primero, último; antes, en medio, al lado y después de; cerca y lejos; izquierda y derecha; o incluso norte, sur, este y oeste. Algunas de estas nociones son relativas, como por ejemplo cerca y lejos, y otras absolutas, como norte y sur. En segundo lugar, también debe tenerse en cuenta que la mayoría de respuestas para describir la posición suelen realizarse en relación con otros objetos, incluyendo algunas veces conocimientos relativos a la medida: «la mesa está al lado del armario»; «la mesa está más lejos de la puerta que la silla».

Piaget e Inhelder (1948) explicaron, hace ya muchos años, cómo los niños representan el espacio. Sus estudios han sido punto de referencia durante muchos años, y a grandes rasgos establecen dos periodos distintos: periodo sensoriomotor (de los 0 a los 2 años aproximadamente) y periodo representacional (de los 2 a los 12 años aproximadamente). Para estos autores, desde el nacimiento se va adquiriendo un primer conocimiento de la orientación espacial, es decir, de la posición de los objetos respecto a uno mismo (por ejemplo, la madre que se acerca al bebé). Tal como se explica en Alsina (2011), este primer conocimiento espacial se va perfeccionando con el tiempo y tiene un momento muy importante cuando el niño empieza a caminar. El hecho de poderse desplazar autónomamente es, sin duda, el progreso más importante de toda la vida por lo que respecta al conocimiento del espacio, dado que los niños, a partir de los propios movimientos, pueden explorar y adquieren unas primeras nociones espaciales. A partir de los dos años, siempre según estos autores, comienzan a desarrollar la capacidad de interiorizar las nociones espaciales observadas, y es entonces cuando empiezan a elaborar imágenes mentales (esquemas o representaciones mentales). Durante este periodo, pues, construyen el propio esquema mental del espacio, y van incorporando progresivamente todas las nociones espaciales que van descubriendo.

La teoría piagetiana, no obstante, no es la única que explica de qué manera los niños van interiorizando las nociones espaciales. No se pretende profundizar en todas las teorías y modelos que han incidido en este conocimiento, ya que no es el objeto de este libro, pero son especialmente interesantes las aportaciones de Clements (1999) en este sentido. Para este autor, los niños desarrollan la habilidad para situarse y desplazarse en el espacio fijándose primero en señales o puntos de

referencia; elaboran después una ruta, es decir, una serie de señales o puntos de referencia conectados; y, finalmente, sitúan muchas rutas y lugares en una especie de mapa mental (o esquema mental del espacio). Así, para aprender a situarse y desplazarse en el espacio, y para aprender a representarlo, no basta con reconocer nociones espaciales básicas y relacionarlas, sino que son imprescindibles las operaciones geométricas, llamadas también transformaciones geométricas, que permiten cambiar la posición, como los giros (rotaciones), las simetrías (reflexiones) o bien las traslaciones (deslizamientos). Sin la exploración de estas transformaciones, el aprendizaje espacial sería incompleto.

Las figuras

Los niños llegan a la escuela con algunos conocimientos relativos a las figuras geométricas y sus formas. De hecho, cuando Piaget e Inhelder (1948) explicaron cómo se aprende a representar el espacio, mencionaron también que desde el nacimiento, pero sobre todo a partir del momento en el que los niños empiezan a andar, son capaces de distinguir algunas formas a partir de la percepción visual y táctil (por esta razón Piaget y su equipo de colaboradores denominaron el periodo que va de los 0 a los 2 años «periodo sensoriomotriz», dado que consideraron que el aprendizaje se realizaba a partir de los diferentes sentidos y el movimiento).

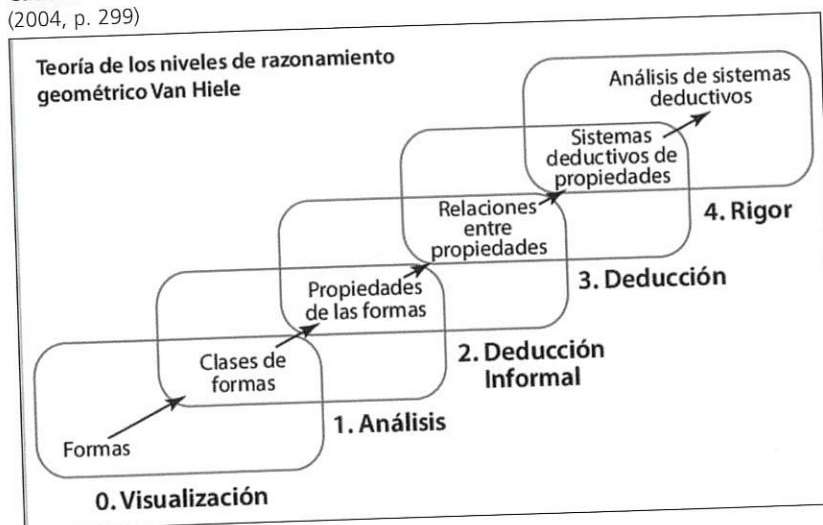
Unos años más tarde, el matrimonio Van Hiele ofreció una explicación más completa para comprender cómo los niños de las primeras edades van desarrollando su conocimiento geométrico relativo a las figuras, a partir de la «teoría de los niveles de razonamiento geométrico» (cuadro 4.1). Para estos autores, siguiendo un cierto paralelismo con las explicaciones piagetianas relativas al periodo sensoriomotriz, los primeros aprendizajes en relación con las figuras se realizan a partir de la exploración del entorno, aunque a medida que van superando niveles se lleva a cabo un proceso de abstracción progresivo. Desde esta perspectiva, estos autores establecieron un modelo en el que se diferencian cinco niveles de adquisición (Van Hiele y Van Hiele, 1958):

- 1 *Nivel 0, visualización y reconocimiento:* en este nivel no se presta atención a los elementos de las figuras, sino que los niños identifican las figuras más comunes con su nombre a través de descripciones visuales y de manera global.

- 2 *Nivel 1, análisis:* en este nivel empiezan a tomar consciencia de los elementos básicos de las figuras y las propiedades que tienen.
- 3 *Nivel 2, orden y deducción informal:* se dan cuenta de las posibles relaciones que se pueden establecer entre las distintas figuras; y empieza el interés y la necesidad de las definiciones y de realizar ciertos razonamientos geométricos.
- 4 *Nivel 3, deducción formal:* a partir de distintos casos prácticos, se llegan a establecer ciertas leyes generales, como axiomas, teoremas, etc. También se tiene la capacidad de hacer demostraciones geométricas de algunas propiedades.
- 5 *Nivel 4, rigor:* en este último nivel se tiene ya una comprensión profunda de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar de manera abstracta, sin necesidad de ejemplos concretos.

Observamos, pues, que en el nivel 0 los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus propiedades geométricas elementales, como por ejemplo el número de lados de una figura o el tipo de superficie (plana o curva) de un cuerpo. Las formas se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y relacionándolas con objetos conocidos (se parece a

Cuadro 4.1. Teoría de los niveles de razonamiento geométrico. Fuente: Godino y Ruiz (2004, p. 299)



la pizarra, es como una papelería, etc.). En este nivel no existe todavía un lenguaje geométrico básico para denominar a las formas por su nombre correcto. En el nivel 1, se perciben las componentes y propiedades geométricas de las formas a partir tanto de la observación como de la experimentación. En este nivel, pues, ya pueden describir las formas a partir de sus propiedades geométricas elementales, pero todavía no relacionan unas propiedades con otras o unas formas con otras. En el nivel 2, denominado orden y deducción informal, se describen formas, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que debe cumplir una forma para que sea, por ejemplo, un triángulo (tener lados rectos; tener tres lados; tener tres vértices). Esto permite realizar clasificaciones lógicas de manera formal, ya que el pensamiento algebraico ya está iniciado (p. ej., clasificar figuras según si los lados son rectos o no son rectos; clasificar figuras según el número de lados; clasificar cuerpos según si ruedan o no ruedan, es decir, si están formados por superficies planas, por superficies curvas, o por superficies planas y curvas). Los niveles 3 y 4 conllevan ya conocimientos geométricos abstractos, como deducir teoremas y relacionarlos (sistemas axiomáticos), por lo que no son objeto de trabajo durante la educación infantil.

En los estudios de Van Hiele se señala, a diferencia de Piaget y sus colaboradores, que el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez. En este sentido, dan una gran importancia a la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje, así como a las actividades diseñadas y los materiales utilizados, aspecto que se trata en el apartado correspondiente al itinerario de enseñanza de la geometría en educación infantil.

Propuesta de distribución de contenidos de geometría de 3 a 6 años

Con el objeto de presentar una distribución de contenidos que esté alineada con las orientaciones curriculares y la investigación en educación matemática infantil contemporáneas, se revisan algunos de los principales referentes internacionales y nacionales.

En relación con las directrices curriculares, los estándares de contenidos de geometría propuestos por el NCTM (2003), por ejemplo, señalan que los programas de enseñanza de la geometría deberían capacitar a los niños a partir

de 3 años para analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas; localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación; aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas; y usar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas (NCTM, 2003, p. 100). En esta propuesta, pues, se hace hincapié en que durante las primeras edades se deberían ampliar en la escuela sus conocimientos geométricos informales para llegar a ser más competentes en el conocimiento de la posición relativa y del sentido de la dirección, tanto para situarse y desplazarse en su entorno como para describirlo y representarlo. En relación con las figuras, en los estándares americanos se considera que deberían reconocer y comparar las propiedades geométricas elementales de los cuerpos geométricos (superficie plana y superficie curva, entre otras); las figuras planas (lado recto y lado curvo, número de lados o número de vértices, entre otras); y las líneas (línea recta y línea curva, entre otras). Paralelamente, deberían aprender a construir y representar figuras geométricas de diferentes maneras: a través del propio cuerpo, con materiales manipulativos, dibujos, palabras, etc. Asimismo, deberían hacer exploraciones para descomponer y componer formas con el objetivo de crear nuevas formas.

En España, una parte considerable de los contenidos geométricos de 3-6 años se refieren a la posición de uno mismo respecto a los demás (orientación espacial) y la posición de los objetos entre ellos (organización espacial); se da importancia, pues, a la posición relativa, al sentido de la dirección y a la distancia como elementos fundamentales para situarse en el espacio y a la exploración sensoriomotriz como vía para desarrollar estos conocimientos, en sintonía con las directrices americanas.

Con base en estas directrices curriculares y las aportaciones de diversos autores como Alsina (2006, 2011), Berdonneau (2008), Canals (1989), Castro y Castro (2016), Chamorro (2005), Clements y Sarama (2015), Edo (2018) y Vanegas (2018), entre otros, a continuación, se presenta una propuesta de secuenciación de los contenidos de geometría actualizada. Como en el resto de capítulos, los contenidos se presentan organizados por edades a partir de las capacidades de identificar, relacionar y operar, respectivamente (cuadros 4.2 a 4.4).

Cuadro 4.2. Contenidos de geometría en 3-4 años

♦ Identificación de la posición relativa (dentro-fuera, principalmente). ♦ Inicio de la identificación del sentido de la dirección (hacia adelante, hacia atrás). ♦ Reconocimiento e inicio de la construcción de líneas rectas y líneas curvas; abiertas y cerradas. ♦ Identificación e inicio de la construcción de figuras con los lados rectos y figuras con alguno o ningún lado recto. ♦ Reconocimiento e inicio de la construcción de figuras de tres lados (triángulos) y de cuatro lados (cuadriláteros). ♦ Identificación de las propiedades geométricas elementales de los cuerpos geométricos (ruedan siempre, ruedan algunas veces, no ruedan nunca).	♦ Relaciones espaciales usando los comparativos «más... que», «menos... que», «igual... que» y «tanto... como». ♦ Clasificación de líneas, figuras y cuerpos según sus propiedades geométricas elementales. ♦ Asociación de objetos de uso cotidiano según la forma. ♦ Seriaciones elementales con patrones geométricos (patrón de repetición AB, principalmente).	♦ Cambios de posición en el espacio a través de desplazamientos y giros. ♦ Composición y descomposición de formas.
---	---	---

Los niños de 3-4 años vienen a la escuela con diversos conocimientos geométricos informales que han adquirido previamente en situaciones no escolares de exploración del entorno, manipulación, experimentación y juego. En esta edad, como se muestra en el cuadro 4.2, es necesario seguir fortaleciendo estos conocimientos informales con el propósito de que progresivamente vayan interiorizando aspectos fundamentales para tener puntos de referencia y poder situarse en el espacio: la posición relativa, el sentido de la dirección y la distancia. Además, es el momento óptimo para que empiecen a visualizar, es decir, interiorizar también la imagen de las líneas, junto con las principales figuras y cuerpos geométricos. Para ello, es imprescindible que exploren sus propiedades geométricas a partir de propuestas dinámicas (lejos del planteamiento estático de las fichas): por ejemplo, tienen que andar sobre líneas o bien tocar distintas figuras y cuerpos para empezar a distinguir sus propiedades geométricas más elementales. Para ir avanzando en el conocimiento de las formas, es recomendable que observen en qué se parecen y en qué se diferencian y, basándose en estas semejanzas y diferencias, empiecen a clasificarlas por distintos criterios, hagan emparejamientos o bien realicen series a partir de patrones geométricos muy sencillos.

Cuadro 4.3. Contenidos de geometría en 4-5 años

♦ Identificación de la posición relativa (delante-detrás, encima-debajo, arriba-abajo, principalmente). ♦ Identificación del sentido de la dirección (hacia adelante, hacia atrás). ♦ Identificación de la distancia (cerca, lejos). ♦ Reconocimiento, construcción e inicio de la representación de líneas rectas y líneas curvas; abiertas y cerradas. ♦ Identificación, construcción e inicio de la representación de figuras con los lados rectos y figuras con alguno o ningún lado recto. ♦ Reconocimiento, construcción e inicio de la representación de figuras de tres lados (triángulos) y de cuatro lados (cuadriláteros). ♦ Identificación de las propiedades geométricas elementales de los cuerpos geométricos (superficie plana y curva).	♦ Relaciones espaciales usando los comparativos «más... que», «menos... que», «igual... que» y «tanto... como». ♦ Clasificación de líneas, figuras y cuerpos según las propiedades geométricas trabajadas. ♦ Correspondencias por criterios de forma. ♦ Seriaciones con patrones geométricos (patrones de repetición más complejos: ABB; etc.).	♦ Reconocimiento del que gira más en situaciones reales y en figuras geométricas. ♦ Inicio del reconocimiento de la simetría como operación que cambia la posición e identificación de formas simétricas elementales. ♦ Composición y descomposición de formas.
--	--	---

Adicionalmente, en esta edad, deberían empezar también a desarrollar una primera idea intuitiva de algunas transformaciones geométricas que permiten hacer cambios de posición y de forma. El primer contacto con las operaciones que permiten cambiar la posición debería producirse en situaciones psicomotrices, por ejemplo, a partir de recorridos que permitan ir descubriendo e interiorizando progresivamente que un giro modifica el sentido del desplazamiento, etc.; de la misma manera, los cambios de forma deberían explorarse en juegos de construcción, por ejemplo, que permitan componer y descomponer piezas para obtener una forma distinta a la inicial.

Como se indica en el cuadro 4.3, el alumnado de 4-5 años deben seguir construyendo un esquema mental del espacio, identificando y comparando posiciones relativas como delante-detrás, encima-debajo, arriba-abajo, junto con el sentido de la dirección y la distancia. De hecho, aunque la mayoría de niños ya las tienen interiorizadas cuando llegan a la escuela, es recomendable seguir consolidándolas a partir de la psicomotricidad, el juego y muchas situaciones de la vida diaria para orientarse en el espacio y estructurarlo.

Cuadro 4.4. Contenidos de geometría en 5-6 años

♦ Identificación de la posición relativa (introducción izquierda-derecha). ♦ Identificación del sentido de la dirección (hacia adelante, hacia atrás). ♦ Identificación de la distancia (cerca, lejos). ♦ Construcción de líneas rectas con regla. ♦ Reconocimiento, construcción y representación de figuras geométricas elementales: triángulos, cuadriláteros, círculos. ♦ Reconocimiento del despliegue plano de los cuerpos geométricos más sencillos (cubo, cilindro, etc.). ♦ Identificación y construcción de los cuerpos geométricos elementales: prisma, esfera, cilindro, cono y pirámide respectivamente. Inicio de la representación.	♦ Relaciones espaciales usando los comparativos «más... que», «menos... que», «igual... que» y «tanto... como». ♦ Clasificación de líneas, figuras y cuerpos según las propiedades geométricas trabajadas. ♦ Correspondencias por criterios de forma. ♦ Seriaciones con patrones geométricos (patrones de repetición más complejos: AABB; etc.).	♦ Reconocimiento del que gira media vuelta en situaciones reales y en figuras geométricas. ♦ Figuras simétricas. ♦ Composición y descomposición de formas.
--	---	--

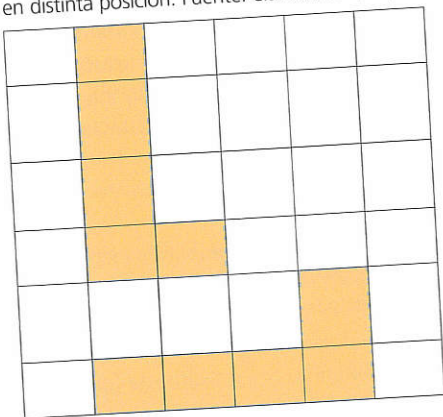
También deben seguir avanzando en el conocimiento de las propiedades de las figuras geométricas, sin limitarse a la identificación de estas propiedades, sino que es muy recomendable que las comparen según sus semejanzas y diferencias. Además, debe fomentarse que construyan formas y que las empiecen a representar.

No hay que olvidar tampoco la importancia de los patrones geométricos, puesto que, como se ha indicado en el capítulo 2, los patrones promueven habilidades matemáticas fundamentales como la predicción o bien la generalización, por lo que su trabajo no debe limitarse solo a lo cualitativo (series por colores, etc.).

En relación con las operaciones geométricas, además del giro en situaciones de desplazamiento, hay que hacer hincapié también en otras operaciones que permiten cambiar la posición, como por ejemplo la simetría. En este nivel, los niños deberían empezar a descubrir y tomar consciencia de que el espejo, por ejemplo, refleja una imagen simétrica.

En el último nivel de la educación infantil, tal como se describe en el cuadro 4.4., se pueden empezar a introducir nociones más complejas relacionadas con la posición relativa en el espacio, como izquierda y derecha. Si bien muchos niños no

Imagen 4.3. Dos pentominós idénticos, en distinta posición. Fuente: elaboración propia



tienen problema en distinguir lo que está en un lado y lo que está en el otro, muchos de ellos confunden los términos izquierda y derecha, por lo que es recomendable ir afianzándolos a partir del propio cuerpo, por ejemplo (la mano izquierda, el ojo derecho, etc.).

Otra característica distintiva de este nivel respecto a los anteriores es que, junto con seguir visualizando y comparando las propiedades geométricas de las formas, se puede dar mayor importancia al nombre, siempre y cuando haya un buen dominio de sus características, de lo contrario no tendría mucho sentido.

También es recomendable que sigan profundizando en las operaciones geométricas: p. ej., visualizar que dos pentominós como los que se muestran en la imagen 4.3 son, en realidad, el mismo y argumentar por qué.

Itinerario didáctico para la enseñanza de la geometría de 3 a 6 años

De acuerdo con el EIEM (Alsina, 2018, 2019a, 2020), el profesorado de educación infantil debería ampliar los conocimientos geométricos del alumnado diversificando las estrategias y los recursos didácticos, puesto que no todos aprenden de la misma manera. Así, aunque todos deberían llegar a dominar unos mismos contenidos, el camino para comprender estos contenidos no tiene por qué ser el mismo para todos. Es por este motivo que, ya desde la introducción, hemos señalado la importancia de considerar diferentes formas de trabajar desde lo concreto hasta lo simbólico: las situaciones de aprendizaje en contexto para explorar geoméricamente el entorno; las actividades de psicomotricidad para situarse en el espacio y desplazarse en él; los materiales para explorar formas geométricas y sus propiedades; la escenificación de cuentos para aprender aspectos relativos a la localización, el espacio y las formas; los recursos tecnológicos, como por ejemplo apps y lenguajes de programación visual, que permiten orientarse a través de laberintos o mapas, o bien programas interactivos con figuras en los que debe elegirse

un movimiento para resolver un puzzle; y, cómo no, actividades sobre papel en las que la expresión gráfica y plástica adquiera el protagonismo. A continuación, se aporta una selección de recursos para que el profesorado pueda diseñar sus propios itinerarios de enseñanza de la geometría.

Situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos para la enseñanza de la geometría de 3 a 6 años

Tal como se ha indicado, los niños de las primeras edades necesitan observar y explorar geoméricamente el entorno que los rodea. Desde esta perspectiva, las actividades a partir de contextos reales adquieren un protagonismo especial puesto que promueven que los niños comprendan que las matemáticas en general, y la geometría en particular, forman parte de nuestra vida y tienen una gran utilidad. Durante el primer nivel del itinerario de enseñanza de la geometría, también son muy recomendables los materiales manipulativos y los juegos, que ofrecen múltiples oportunidades para que los niños exploren y visualicen los conocimientos geométricos que hay en ellos.

Experiencias a partir de contextos reales

En Alsina (2011) se pueden consultar diversas actividades en las que niños de educación infantil empiezan a desarrollar el pensamiento geométrico en contextos reales, como por ejemplo «La geometría en el parque de Yamaguchi», que se describe sintéticamente.



Lugar de implementación: Colegio San Cernin, Pamplona

Maestras responsables de la implementación: Ana Erro, Ana Estrella Ramírez, Sara Usoz y Beatriz Vázquez

Nivel: 3-6 años

Asesoramiento pedagógico: Ángel Alsina

Contenidos matemáticos trabajados:

- Identificación de elementos con forma de figuras planas: triángulos, círculos, cuadrados y rectángulos, principalmente.

- ♦ Identificación de elementos con forma de cuerpos geométricos: esfera, prisma, cilindro, cono y pirámide, principalmente.
- ♦ Análisis y comparación de las propiedades geométricas de las formas geométricas, para su posterior clasificación.

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

En primer lugar, los niños observan formas en el aula, dado que interesa que una vez en el parque puedan asociar las formas observadas en el aula con las formas que hay en el contexto: clasifican cuerpos y figuras planas según sus propiedades elementales (imagen 4.4). Ya en el parque, siguen el camino marcado en un plano y cuando descubren alguna forma avisan a las maestras para que la fotografíen. Encuentran muchas formas diferentes: cilindros en farolas, vallas de madera, etc.; pirámides y esferas en la parte superior de diversos pilares; prismas en las formas de los edificios, las jardineras, etc.; y figuras planas, como por ejemplo círculos en las tapas de desagües, cuadrados en las baldosas, etc. (imagen 4.5).

Imagen 4.5. Exploración de cuerpos geométricos y figuras planas en el parque. Fuente: Alsina (2011)



Imagen 4.4. Observación de las propiedades geométricas de los objetos. Fuente: Alsina (2011)



que mentalmente, o bien para que describan formas, como por ejemplo: ¿qué encontramos dentro del estanque?, ¿qué hay cerca del estanque? o ¿cómo es la línea que bordea al estanque? Adicionalmente, visualizan las fotografías en la pizarra digital para describir las formas a partir de sus propiedades geométricas y las representan.

Otro ejemplo de actividad de geometría en contexto para niños de educación infantil se puede consultar en Alsina, Novo y Moreno (2016). En esta ocasión, un grupo de niños de 5-6 años redescubren la calle Mayor de Palencia con ojos matemáticos. La documentación recopilada muestra cómo los niños descubren en su entorno inmediato diversos aspectos vinculados a los conocimientos geométricos: reconocen elementos con determinadas formas geométricas; analizan y comparan las propiedades geométricas de las formas; observan patrones y transformaciones geométricas; y perciben el valor estético de las formas geométricas.

A continuación, se reproduce un fragmento de la actividad, en la que los niños observan *in situ* la simetría.



Lugar de implementación: Colegio Público Sofía Tarfilán (Palencia, España)

Nivel: 5-6 años

Maestra responsable de la implementación: Asunción Moreno

Asesoramiento pedagógico: María Luisa Novo y Àngel Alsina

Contenidos matemáticos:

- ♦ Reconocimiento de simetrías en dibujos y en el entorno.

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

En el trabajo con la simetría es muy importante la interiorización del esquema corporal, reconocer la simetría en el propio cuerpo, tener autoconsciencia de la lateralidad y dedicar un tiempo a la observación de figuras simétricas para ir captando, de modo intuitivo, el concepto de simetría.

Considerando estos aspectos, en primer lugar, se promueve que los niños reconozcan algunas simetrías (imagen 4.6).

Imagen 4.6. Reconociendo simetrías. Fuente: Alsina y otros (2016)

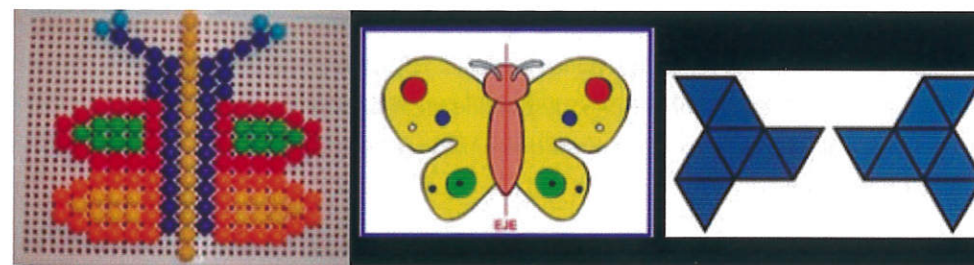


Imagen 4.7. Observando la simetría en edificios y dibujando, posteriormente, el eje de simetría. Fuente: Alsina y otros (2016)



Ya en contexto, la maestra anima a los niños a descubrir simetrías en los edificios. Posteriormente, en la clase, una niña dibuja el eje de simetría (imagen 4.7).

MAESTRA: ¿Es simétrico?

NIÑOS: Sí.

MAESTRA: ¿Por qué es simétrico?

NIÑO: Columna, no hay nada (hay un hueco, primera foto de la imagen 4.7), columna, no hay nada, columna, no hay nada...

MAESTRA: Mira un poco hacia arriba, ¿qué ves?

NIÑOS: Sí, es simétrico, porque tiene lo mismo hacia un lado y hacia el otro.

MAESTRA: ¿Podéis separar con una línea un lado del otro del edificio?

MAESTRA: ¿Y este edificio tan bonito es simétrico?

NIÑO: No es simétrico porque el dibujo es diferente. A un lado tiene unas cosas y a otro lado otras...

MAESTRA: El paisaje es simétrico. Las figuras, no. Pero si nos fijamos solo en la zona de las ventanas. ¿Es simétrico?

NIÑA: No, porque tiene manchitas blancas a la derecha; y en el otro lado no están.

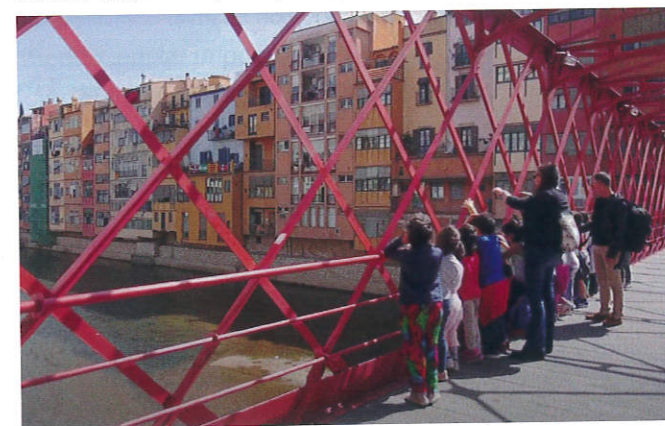
MAESTRA: Vale, es verdad. Eso es porque el edificio es muy antiguo y han tenido que sustituir algunos ladrillos. Pero vamos a imaginar que todos los ladrillos son rojos. Y nos vamos a fijar solo en la zona de las ventanas y de los balcones, ¿os parece simétrico?

NIÑOS: Sííí... (Dicen casi al unísono, después de mirar unos segundos.)

MAESTRA: Vale, ¿podéis marcar la línea que separa las dos partes del dibujo y que nos permite decir que es simétrico?

Finalmente, puede también visualizarse un ejemplo de este tipo de actividades en el vídeo *Geometria a l'Educació Infantil a partir de contextos reals* (Alsina, 2017), de 7:31 minutos de duración, en el que se muestra un itinerario geométrico realizado con un grupo de niños de 5-6 años de la Escola Annexa Joan Puigbert por el casco antiguo de la ciudad de Girona (España).

Imagen 4.8. Visualizando elementos geométricos en el entorno. Fuente: https://www.youtube.com/watch?v=f1ktAHi7l-0&t=27s&ab_channel=AngelAlsina (Alsina, 2017)



A partir de un recorrido planificado previamente por la maestra y el autor de este libro, se van realizando paradas en distintos lugares emblemáticos del casco antiguo para observar elementos geométricos, especialmente formas de dos y tres dimensiones, para que los niños analicen sus distintas propiedades geométricas y, de esta forma, promover un aprendizaje que vaya mucho más allá de visualizar formas geométricas estereotipadas en la clase (imagen 4.8). Durante el recorrido, la maestra va planteando preguntas sobre conocimientos geométricos ya aprendidos y promueve también que los niños construyan otros conocimientos. Para ello, deja espacio para que observen, visualicen, expliquen y argumenten sus descubrimientos.

Materiales manipulativos y juegos

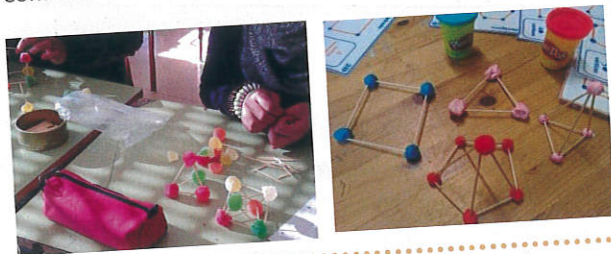
Estos recursos, como se ha indicado, favorecen que los niños puedan explorar y visualizar las ideas matemáticas de manera concreta, como paso previo a la representación mental. En el cuadro 4.5 se presenta una selección de algunos materiales lúdico-manipulativos sencillos que permiten trabajar los contenidos importantes de geometría descritos en este capítulo.

Cuadro 4.5. Algunos recursos lúdico-manipulativos de geometría para alumnado de 3 a 6 años

Taller de topología I y II: material comercializado (Nathan) para trabajar nociones sobre la posición relativa.



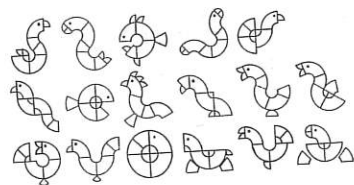
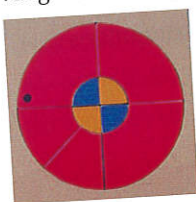
Palillos y gominolas consistentes (o plastilina) para la construcción de figuras planas y cuerpos geométricos.



Geoplanos para investigar las primeras propiedades geométricas de figuras planas, como el número de lados: por ejemplo, construir figuras de tres lados, etc.



Tangram circular para la composición de formas.



Policubos para hacer investigaciones geométricas sencillas: por ejemplo, construir pentominós y empezar a descubrir cuántos pentominós distintos hay.



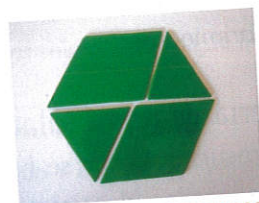
Juegos de patio (o de mesa), como el tres en raya, para trabajar la posición relativa y la noción de línea recta (vertical, horizontal o inclinada).



Otros materiales para la construcción de cuerpos geométricos, principalmente Polydron, etc.



Tangrams con pocas piezas para la composición de formas.



Geomosaico (pattern blocks) para la composición de formas.



Recursos literarios y tecnológicos para la enseñanza de la geometría de 3 a 6 años

En este capítulo se viene insistiendo en la importancia de la exploración, la manipulación y la experimentación para ir interiorizando los conocimientos del espacio relativos a la posición y a la forma y, así, romper con una enseñanza estática de la geometría. En este sentido, los recursos descritos en el primer nivel del itinerario son imprescindibles, pero debe tenerse en cuenta que, ya desde la educación infantil, los niños progresivamente deben representar mentalmente el espacio. Para ello, tal como se indica en Alsina (2019a, p. 176), es necesario «plantear contextos a los alumnos que permitan ir dejando atrás la geometría que se toca para ir avanzando hacia la geometría que se piensa». Los recursos literarios y tecnológicos contribuyen a esta finalidad y pueden ser un puente entre la geometría basada en la exploración directa, la manipulación y la experimentación con materiales concretos y la geometría basada en la visualización, el razonamiento espacial y la representación mental.

Recursos literarios

Existe una gran abundancia de recursos de esta tipología en cuyos textos aparecen elementos geométricos: cuentos, adivinanzas, refranes, canciones y danzas, etc. Por ejemplo, se puede consultar una clasificación de cuentos, canciones y danzas en Alsina (2004); una exhaustiva selección de cuentos con su correspondiente guía didáctica en Marín (2013); o bien una amplia variedad de cuentos y canciones con orientaciones para trabajar los contenidos matemáticos en Saá (2002); entre otros.

Estos recursos pueden ser una excelente oportunidad para que los niños de educación infantil desarrollen la visualización geométrica, en el sentido de que imaginen formas, las representen mentalmente, etc. Es el caso, por ejemplo, del cuento *Por cuatro esquinitas de nada* (Ruiller, 2004): los protagonistas son círculos y un pequeño cuadrado que juegan juntos hasta que llega la hora de regresar a la casa grande, momento en el que aparece un problema que da lugar a la historia del libro: el cuadrado no puede entrar porque la puerta de la casa es redonda (imagen 4.9).

La historia continúa indicando que el pequeño cuadrado prueba diferentes maneras para conseguir entrar; se estira, se tuerce, se dobla... pero nada funciona.

Cuadro 4.5. Algunos recursos lúdico-manipulativos de geometría para alumnado de 3 a 6 años

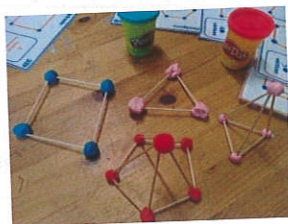
Taller de topología I y II: material comercializado (Nathan) para trabajar nociones sobre la posición relativa.



Juegos de patio (o de mesa), como el tres en raya, para trabajar la posición relativa y la noción de línea recta (vertical, horizontal o inclinada).



Palillos y gominolas consistentes (o plastilina) para la construcción de figuras planas y cuerpos geométricos.



Otros materiales para la construcción de cuerpos geométricos, principalmente Polydron, etc.



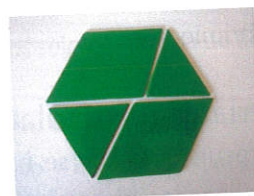
Geoplanos para investigar las primeras propiedades geométricas de figuras planas, como el número de lados: por ejemplo, construir figuras de tres lados, etc.



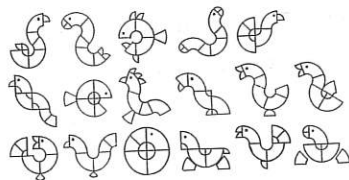
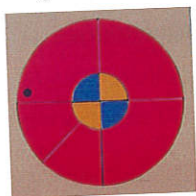
Policubos para hacer investigaciones geométricas sencillas: por ejemplo, construir pentominós y empezar a descubrir cuántos pentominós distintos hay.



Tangrams con pocas piezas para la composición de formas.



Tangram circular para la composición de formas.



Geomosaico (pattern blocks) para la composición de formas.



Recursos literarios y tecnológicos para la enseñanza de la geometría de 3 a 6 años

En este capítulo se viene insistiendo en la importancia de la exploración, la manipulación y la experimentación para ir interiorizando los conocimientos del espacio relativos a la posición y a la forma y, así, romper con una enseñanza estática de la geometría. En este sentido, los recursos descritos en el primer nivel del itinerario son imprescindibles, pero debe tenerse en cuenta que, ya desde la educación infantil, los niños progresivamente deben representar mentalmente el espacio. Para ello, tal como se indica en Alsina (2019a, p. 176), es necesario «plantear contextos a los alumnos que permitan ir dejando atrás la geometría que se toca para ir avanzando hacia la geometría que se piensa». Los recursos literarios y tecnológicos contribuyen a esta finalidad y pueden ser un puente entre la geometría basada en la exploración directa, la manipulación y la experimentación con materiales concretos y la geometría basada en la visualización, el razonamiento espacial y la representación mental.

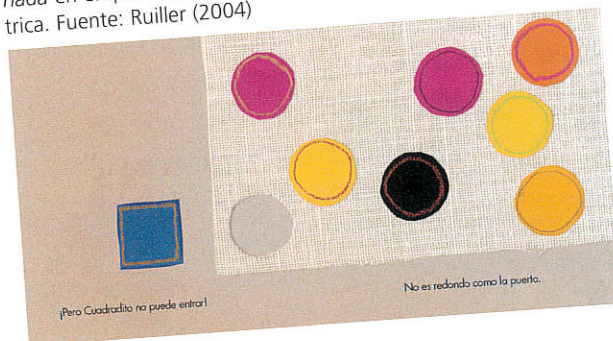
Recursos literarios

Existe una gran abundancia de recursos de esta tipología en cuyos textos aparecen elementos geométricos: cuentos, adivinanzas, refranes, canciones y danzas, etc. Por ejemplo, se puede consultar una clasificación de cuentos, canciones y danzas en Alsina (2004); una exhaustiva selección de cuentos con su correspondiente guía didáctica en Marín (2013); o bien una amplia variedad de cuentos y canciones con orientaciones para trabajar los contenidos matemáticos en Saá (2002); entre otros.

Estos recursos pueden ser una excelente oportunidad para que los niños de educación infantil desarrollen la visualización geométrica, en el sentido de que imaginen formas, las representen mentalmente, etc. Es el caso, por ejemplo, del cuento *Por cuatro esquinitas de nada* (Ruiller, 2004): los protagonistas son círculos y un pequeño cuadrado que juegan juntos hasta que llega la hora de regresar a la casa grande, momento en el que aparece un problema que da lugar a la historia del libro: el cuadrado no puede entrar porque la puerta de la casa es redonda (imagen 4.9).

La historia continúa indicando que el pequeño cuadrado prueba diferentes maneras para conseguir entrar; se estira, se tuerce, se dobla... pero nada funciona.

Imagen 4.9. Momento del cuento *Por cuatro esquinitas de nada* en el que se plantea el problema de visualización geométrica. Fuente: Ruiller (2004)



Los círculos, desde dentro de la casa, le animan: «sé redondo». El pequeño cuadrado lo intenta con todas sus fuerzas, pero no lo consigue. Los círculos continúan instándole: «te lo tienes que creer». Cuadradito se repite a sí mismo como visualizando «soy redondo, soy redondo...», pero el ejercicio no da resultado. En su empeño por lograr que su

amigo entre con ellos, los Redonditos proponen incluso recortar las esquinas a Cuadradito con una sierra, pero el pequeño cuadrado no se deja, asustado por el dolor que le supondría. Finalmente, y después de mucho debatir, los pequeños círculos llegan a la conclusión que el problema no está en su amigo cuadrado sino en la puerta. Así, le recortan a la puerta «cuatro esquinitas de nada» que harán posible que Cuadradito pueda entrar junto a todos los demás a la casa grande.

Además de los cuentos, muchas canciones y danzas se focalizan en cuestiones geométricas referentes tanto a las formas como a la posición en el espacio. Las danzas, además, pueden ser trabajadas en el marco de la psicomotricidad a partir de desplazamientos, giros, etc. (cuadro 4.6).

Recursos tecnológicos: applets y lenguajes de programación visual

En relación con los *applets*, a pesar de que la inmensa mayoría están pensados para alumnado a partir de educación primaria, en capítulos anteriores ya se ha indicado que algunas páginas web ofrecen este tipo de recursos para trabajar los distintos bloques de contenido matemático desde los 3 años. El principal criterio profesional a la hora de seleccionar estos entornos virtuales para trabajar contenidos geométricos con niños de infantil debería ser que no resulten una mera sustitución de una ficha para reconocer, por ejemplo, figuras en su posición estereotipada, sino que inviten a desarrollar progresivamente la visualización, el razonamiento geométrico y la representación mental, en la línea que se viene indicando en este segundo nivel de un itinerario de enseñanza de la geometría de 3 a 6 años. En Illuminations, del National Council of Teachers of Mathematics (<https://illuminations.nctm.org>), por ejemplo, se pueden encontrar algunas

Cuadro 4.6. Muestra de canciones y danzas para trabajar contenidos geométricos en infantil

La yenka

Vengan chicos vengan chicas a bailar
 Todo el mundo viene ahora sin pensar
 Esto es muy fácil lo que hacemos aquí
 Esta es la yenka que se baila así
 Izquierda izquierda derecha derecha
 Adelante detrás un dos tres
 Izquierda izquierda derecha derecha
 Adelante detrás un dos tres
 Con las piernas marcamos el compás
 Bailaremos sin descanso siempre más
 Y no hace falta comprender la música
 Adelante y detrás y venga ya
 Izquierda izquierda derecha derecha
 Adelante detrás un dos tres
 Aquí se baila la yenka
 Hay que fácil es la yenka
 Mira que bien va la yenka
 Y que graciosa es la yenka
 Izquierda izquierda derecha derecha
 Adelante detrás un dos tres
 Izquierda izquierda derecha derecha
 Adelante detrás un dos tres
 Izquierda izquierda derecha derecha
 Adelante detrás un dos tres
 Un dos tres

Bugui bugui

Hey, bugui bugui, hey
 Hey, bugui bugui, hey
 Hey, bugui bugui, hey
 Y ahora vamos a aplaudir
 Con la mano dentro, con la mano fuera
 Con la mano dentro y la hacemos girar
 Bailando el bugui bugui, una vuelta atrás
 Y ahora vamos a aplaudir, hey

Hey, bugui bugui, hey
 Hey, bugui bugui, hey
 Hey, bugui bugui, hey

Y ahora vamos a aplaudir, hey
 Con la pierna dentro, con la pierna fuera
 Con la pierna dentro y la hacemos girar
 Bailando el bugui bugui, una vuelta atrás
 Y ahora vamos a aplaudir, hey

Con la cabeza...
 Con el ombligo...
 Con el culete...
 Con todo el cuerpo

opciones en acceso abierto que apuntan en esta dirección, como el que se muestra en la imagen 4.10, que permite construir patrones geométricos o bien trabajar la composición y descomposición de formas con las piezas que se proporcionan, las cuales se pueden arrastrar, girar, etc.

En relación con los lenguajes de programación visual, se retoma un recurso ya presentado anteriormente por las posibilidades que ofrece desde un punto de vista geométrico: el Bee-Bot. Estos robots educativos programables, que se basan precisamen-

Imagen 4.10. *Patch Tool*, de Illuminations. Fuente: <https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Patch-Tool/>

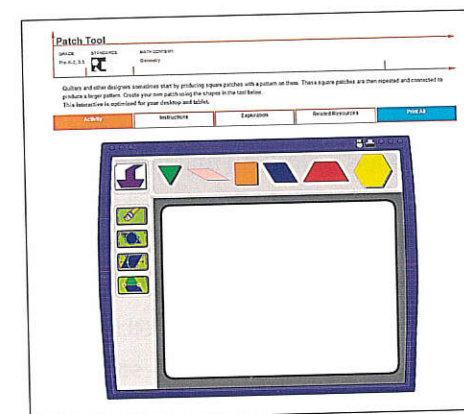


Imagen 4.11. Tableros para programar desplazamientos. Fuente: elaboración propia



te en la programación de desplazamientos, favorecen que los niños visualicen y representen mentalmente itinerarios para llegar de un punto a otro. Seguidamente, pueden programar los movimientos del robot para que ejecute el circuito previamente imaginado. Como se muestra en la imagen 4.11, pueden utilizarse tableros diseñados por los propios niños o bien tableros comercializados para hacer determinados recorridos.

Recursos gráficos para la enseñanza de la geometría de 3 a 6 años

Con este tipo de actividades, se pretende que los niños completen el aprendizaje de la geometría desde lo concreto hasta lo simbólico y que puedan representar mentalmente el espacio. A modo de ejemplo, presentamos en primer lugar una actividad realizada en el Colegio Público Bernart Etxepare (Pamplona), en la que se trabaja la geometría a partir de un cuadro previamente elegido por los niños (Alsina, 2011).

La actividad tiene por objetivo representar el cuadro *Castillo y sol*, de Paul Klee, primero colectivamente con objetos de la clase y después de forma individual a partir de cuadrados y rectángulos (imagen 4.12): en primer lugar, la maestra muestra el cuadro y hacen un análisis objetivo de los elementos que observan (visualizan triángulos, cuadros, círculos... hablan de la posición relativa de las figuras en el cuadro, etc.); seguidamente, interpretan el cuadro (dicen que es un castillo y que hay un sol, etc.); y, finalmente, inician la reproducción colectiva (con materiales) e individual (con figuras). Cabe señalar que, para reproducir el

Imagen 4.12. Representación gráfica del cuadro *Castillo y sol*, de Paul Klee. Fuente: Alsina (2011)

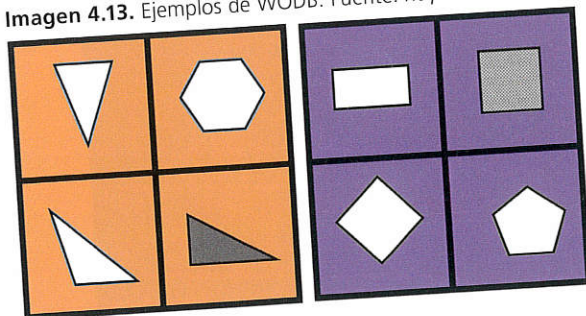


cuadro, no tienen a la vista el cuadro original, sino que deben imaginarlo a partir de la representación mental que hayan podido realizar.

Esta actividad permite a los niños aplicar conocimientos ya adquiridos (hay formas que ya conocen) y hacer nuevos aprendizajes, como por ejemplo obtener triángulos a partir de un cuadrado o de un rectángulo; ayuda a relacionar conocimientos diversos, ya que, por ejemplo, deben contar el número de objetos que necesitan, y también con otras materias, en este caso concreto con la educación artística; es una actividad que se puede desarrollar de diferentes formas y estimula la curiosidad y la creatividad del alumnado; e implica el uso de varios instrumentos, como por ejemplo material que se pueda manipular, etc. Asimismo, la gestión realizada favorece también que la actividad sea competencialmente rica, ya que se fomenta la autonomía y la iniciativa, al ser los niños los que escogen el cuadro y los que dirigen en todo momento la actividad; se interviene a partir de preguntas adecuadas, más que con explicaciones; se pone en juego el trabajo y el esfuerzo individual, pero también el trabajo por parejas o en pequeños grupos, que conlleva tener que hablar, argumentar, convencer, consensuar, etc.; y, por supuesto, se avanza en la representación de manera cada vez más precisa y se usa progresivamente lenguaje matemático más adecuado.

Otro recurso gráfico que se puede utilizar en la fase final de un itinerario de enseñanza de la geometría en infantil son las WODB (<https://wodb.ca/>), que ya han sido presentadas en capítulos previos: a través de la comunicación y el razonamiento geométrico, los niños deben aportar argumentos acerca de qué forma no pertenece al conjunto y por qué (imagen 4.13), activando todos los conocimientos previos que han realizado a lo largo del itinerario y formalizando también dichos conocimientos en función de sus posibilidades.

Imagen 4.13. Ejemplos de WODB. Fuente: <https://wodb.ca/>



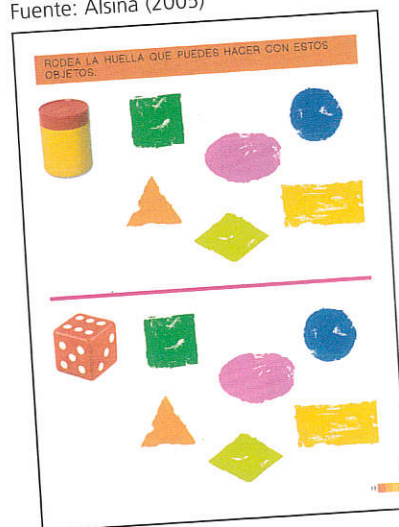
Finalmente, otro recurso posible son las fichas. En este sentido, se recomienda utilizar materiales editados que, como ya se ha ido indicando, promuevan que los niños piensen, razonen, visualicen, representen mentalmente... (imagen 4.14), más que reconocer formas en su posición estereotipada (imagen 4.1).

En esta tarea, como se aprecia en la consigna, los niños deben visualizar mentalmente y razonar geoméricamente qué huellas son posibles a partir de la estampación de alguna de las caras de un cilindro o de un cubo, respectivamente.

Orientaciones y recursos para la evaluación formativa de la geometría de 3 a 6 años

La evaluación, de acuerdo con el NCTM (2003), debería apoyar el aprendizaje de las matemáticas importantes y proporcionar información útil tanto a profesores como a alumnos. Desde esta perspectiva, en este capítulo se han descrito previamente los conocimientos importantes de geometría que el profesorado de educación infantil debería movilizar para poder enseñar los conocimientos geométricos de forma eficaz a niños de 3 a 6 años. Asimismo, se ha presentado una propuesta de secuenciación de contenidos que deberían interiorizar los niños según el nivel escolar, la cual mantiene estrechos vínculos con los conocimientos importantes indicados y se han ofrecido una amplia variedad de estrategias y recursos para garantizar el desarrollo del pensamiento geométrico de acuerdo con las necesi-

Imagen 4.14. Tarea gráfica para promover la visualización y el razonamiento espacial en educación infantil. Fuente: Alsina (2005)



dades reales de los niños para aprender. Siguiendo este engranaje, en el cuadro 4.7 se presentan indicadores alineados con los conocimientos importantes y la secuenciación de contenidos para poder identificar el nivel de adquisición de los niños. Estos indicadores forman parte del componente «Geometría» de la rúbrica «Adquisición de conocimientos matemáticos importantes – 3 a 6 años» (ACMI 3-6), diseñada por Alsina (2019b).

Como ya se viene señalando en los demás capítulos, los indicadores y niveles de adquisición descritos en el cuadro 4.7 deberían servir para identificar objetivamente el nivel de adquisición de cada niño y poder apoyar su aprendizaje, proporcionando los apoyos necesarios.

Cuadro 4.7. Indicadores y niveles de adquisición de los contenidos de geometría de 3 a 6 años (Alsina, 2019b)

INDICADORES	NIVELES DE ADQUISICIÓN			
	EXPERTO	AVANZADO	APRENDIZ	NOVEL
Identificación de la posición relativa y el sentido de la dirección*	Identifica la posición relativa y el sentido de la dirección de forma muy competente, y ayuda a los demás tanto a orientarse como a estructurar el espacio.	Es competente para identificar la posición relativa y el sentido de la dirección.	Identifica la posición relativa y el sentido de la dirección de manera aceptable.	Empieza a identificar la posición relativa y el sentido de la dirección, con ayuda.
Transformaciones geométricas I: cambios de posición (giros, simetrías y traslaciones)	Es muy hábil para identificar y hacer cambios de posición P. ej., visualiza que dos pentominós son el mismo y lo explica a los demás:  	Es hábil para identificar cambios de posición y para hacerlos, usando las transformaciones geométricas.	Está en proceso de aprender a identificar cambios de posición y a hacerlos, usando las transformaciones geométricas.	Se inicia en la identificación y realización de cambios de posición usando alguna transformación geométrica, con ayuda.

INDICADORES	NIVELES DE ADQUISICIÓN			
	EXPERTO	AVANZADO	APRENDIZ	NOVEL
Realización y representación de desplazamientos: sistemas de referencia para situarse en el espacio	Realiza y representa de forma muy competente desplazamientos usando puntos de referencia. P. ej., programa un robot educativo (Bee-Bot, etc.) para hacer un determinado desplazamiento en un circuito y luego lo dibuja. Además, ayuda a sus compañeros.	Realiza y representa de forma eficaz desplazamientos usando puntos de referencia. P. ej., realiza un circuito en la clase de psicomotricidad y luego lo dibuja.	Realiza y representa de forma aceptable desplazamientos usando algunos puntos de referencia.	Realiza desplazamientos y empieza a representarlos, con ayuda.
Identificación y representación de formas I: líneas (una dimensión)**	Identifica y representa de forma experta líneas rectas/curvas/poligonales y líneas abiertas/cerradas, y ayuda a los demás.	Es competente para identificar y representar líneas rectas/curvas y abiertas/cerradas.	Está aprendiendo a identificar y representar líneas rectas/curvas y abiertas/cerradas.	Se inicia en la identificación y representación de los tipos de líneas trabajadas en clase, con ayuda.
Identificación y representación de formas II: figuras planas (dos dimensiones)**	Es muy diestro tanto identificando las propiedades geométricas elementales de las figuras (p. ej., lados rectos/no rectos, n.º de lados, n.º de vértices) como representando figuras. Además, ayuda a los compañeros.	Se muestra competente tanto para identificar las propiedades geométricas elementales de las figuras como para representar figuras.	Identifica en algunos casos las propiedades geométricas elementales de las figuras y está aprendiendo a representarlas.	Empieza a identificar las propiedades geométricas elementales de las figuras trabajadas en clase y a representarlas, con ayuda.

INDICADORES	NIVELES DE ADQUISICIÓN			
	EXPERTO	AVANZADO	APRENDIZ	NOVEL
Identificación y representación de formas III: cuerpos geométricos (tres dimensiones)**	Es muy competente tanto identificando las propiedades geométricas elementales de los objetos tridimensionales (p. ej., superficie plana y curva, n.º de caras, etc.) como para representarlos. Además, ayuda a los compañeros.	Se muestra competente para identificar las propiedades geométricas elementales de los objetos tridimensionales y para representarlos.	Identifica en algunos casos las propiedades geométricas elementales de los objetos tridimensionales y está aprendiendo a representarlos.	Empieza a identificar las propiedades geométricas elementales de los objetos tridimensionales trabajados en clase y se inicia en su representación, con ayuda.
Relaciones por criterios de forma: relaciones de equivalencia***	Tiene muy bien desarrollada la habilidad de clasificar formas según sus propiedades geométricas, y ayuda a los demás.	Clasifica de forma competente formas según sus propiedades geométricas.	Clasifica de forma aceptable formas según sus propiedades geométricas.	Le cuesta clasificar formas según sus propiedades geométricas.
Transformaciones geométricas II: cambios de forma (deformaciones; composición y descomposición)	Es experto para identificar cambios de forma y para hacerlos, usando las transformaciones geométricas. P. ej., construye un rectángulo a partir de dos triángulos rectángulos. Además, ayuda a sus compañeros.	Es hábil para identificar cambios de forma y para hacerlos, usando las transformaciones geométricas.	Está en proceso de aprender a identificar cambios de forma y a hacerlos, usando las transformaciones geométricas.	Se inicia en la identificación y realización de cambios de forma usando alguna transformación geométrica, con ayuda.

Notas: * Junto con la identificación, debería considerarse también la comparación (es decir, las relaciones espaciales usando los comparativos «más... que», «menos... que» e «igual... que», como p. ej. «Juan está más adelante que yo en la fila»).

** Se trata de distintos tipos de percepciones o representaciones mentales: intrafigural, referente a las relaciones existentes en una forma; interfigural, referentes a las relaciones entre distintas formas; y transfigural, referente a las relaciones que ayudan a desarrollar estructuras generales de configuración de los entes geométricos.

*** Los niveles de adquisición de este indicador son válidos también para otros tipos de relaciones por criterios de forma, como las correspondencias o los patrones geométricos.

Referencias bibliográficas

- Alsina, Á. (2004). *Com desenvolupar el pensament matemàtic dels 0 als 6 anys*. Vic: Eumo Editorial.
- (2005). *Capicúa: Geometría 3*. Barcelona: Editorial Casals.
- (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Editorial Octaedro-Eumo.
- (2011). *Educación matemática en contexto: de 3 a 6 años*. Barcelona: ICE-Horsori.
- (2017). *Geometria a l'Educació Infantil a partir de contextos reals*. https://www.youtube.com/watch?v=f1ktAHi7l-0&t=27s&ab_channel=AngelAlsina
- (2018). Seis lecciones de educación matemática en tiempos de cambio. Itinerarios didácticos para aprender más y mejor. *Padres y Maestros*, 376, 13-20.
- (2019a). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Barcelona: Editorial Graó.
- (2019b). Estableciendo niveles de adquisición de conocimientos matemáticos importantes de 3 a 6 años: Rúbrica ACMI 3-6. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 8(2), 17-43.
- (2020). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159.
- Alsina, Á., Novo, M.L. y Moreno, A. (2016). Redescubriendo el entorno con ojos matemáticos: Aprendizaje realista de la geometría en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 5(1), 1-20.
- Berdonneau, C. (2008). *Matemáticas activas (2-6 años)*. Graó.
- Canals, M.^aA. (1989). *Per una didàctica de la matemàtica a l'escola. I. Parvulari*. Vic: Eumo.
- Castro, E. y Castro, E. (Eds.) (2016). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil*. Pirámide.

- Chamorro, M.C. (2005). *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil*. Madrid: Pearson-Prentice.
- Clements, D.H. (1999). Geometric and spatial thinking in young children. En J.V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (66-79). Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Clements, H.D. y Sarama J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. El enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje*. Learning Tools LLC.
- Edo, M. (2018). De la identificación al análisis de figuras geométricas. En M.^aC. Muñoz-Catalán y J. Carrillo (Eds.), *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil* (243-285). Madrid: Editorial Paraninfo.
- Godino, J y Ruiz, F. (2004). Didáctica de la Geometría para maestros. En J. Godino (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas para Maestros* (291-322). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada.
- Marín, M. (2013). *Cuentos para aprender a enseñar matemáticas en Educación Infantil*. Madrid: Narcea.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (traducción de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES).
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1948). *La représentation de l'espace chez l'enfant*. París: PUF.
- Ruiller, J. (2004). *Por cuatro esquinitas de nada*. Barcelona: Editorial Juventud.
- Saá, M.^a D. (2002). *Las matemáticas de los cuentos y las canciones*. Madrid: Editorial EOS.
- Van Hiele, P.M. y Van Hiele, D. (1958). A method of initiation into geometry at secondary schools. En H. Freudenthal (Ed.), *Report on methods of initiation into geometry* (67-80). Groningen: J.B. Wolters.
- Vanegas, Y. (2018). Percepción, interpretación y representación del espacio. En M.^aC. Muñoz-Catalán y J. Carrillo (Eds.), *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil* (213-242). Madrid: Editorial Paraninfo.