

GESTIÓN FINANCIERA

Andrés de Pablo López



Reservados todos los derechos.

Ni la totalidad ni parte de este libro puede reproducirse o transmitirse por ningún procedimiento electrónico o mecánico, incluyendo fotocopia, grabación magnética, o cualquier almacenamiento de información y sistema de recuperación, sin permiso escrito de Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, S. A. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

© EDITORIAL CENTRO DE ESTUDIOS RAMÓN ARECES, S. A.

Tomás Bretón, 21 - 28045 Madrid

Teléfono: 915398659

Fax: 914681952

Correo: cerasa@cerasa.es

Web: www.cerasa.es

ISBN-13: 978-84-9961-009-2

Depósito legal: M. 52.641-2010

Fotocomposición e impresión: Fernández Ciudad, S. L.

Coto de Doñana, 10. 28320 Pinto (Madrid)

Impreso en España / Printed in Spain

Índice

PREFACIO	XI
----------------	----

PRIMERA PARTE

EL MARCO CONCEPTUAL DE LA GESTIÓN FINANCIERA

Tema 1. El sistema financiero	3
1. Fundamentos de un sistema financiero	5
2. Los mercados financieros	7
3. Los activos financieros	9
4. Los intermediarios financieros	11
5. Las entidades de crédito	12
6. Tendencias actuales del sistema financiero	14
Tema 2. La función financiera de la empresa	21
1. Ámbito de las decisiones económicas y financieras	23
2. Las decisiones financieras	26
3. Objetivos financieros de la empresa	27
4. Responsabilidad Social Empresarial	30
5. Organización del Departamento de Finanzas	31
6. Perspectivas actuales y de futuro	33
7. Las empresas turísticas	34

SEGUNDA PARTE

MATEMÁTICA FINANCIERA APLICADA A LA GESTIÓN

Tema 3. Bases para la valoración financiera	43
1. Introducción	45
2. Valor del dinero en el tiempo	46
3. Leyes financieras	48
4. Comparación de capitales	57
5. Suma financiera de capitales	60
Tema 4. Valoración de las rentas financieras	69
1. Concepto	71
2. Clasificación de las rentas	73

3. Valoración de rentas constantes	74
4. Rentas fraccionadas	79
5. Valoración de rentas variables	83
Tema 5. Valoración de operaciones financieras	99
1. Concepto y clasificación	101
2. Equivalencia y saldo financiero	104
3. Tantos efectivos. TAE	105
4. Operaciones de financiación empresarial	106
5. Descuento bancario	107
6. Préstamos	112
7. Empréstitos	121
 TERCERA PARTE LAS DECISIONES DE INVERSIÓN Y FINANCIACIÓN EN LA EMPRESA 	
Tema 6. Decisiones de inversión en ambiente de certeza	145
1. Concepto y clasificación de las inversiones	148
2. Esquema de una inversión	153
3. Las decisiones de inversión	156
4. Criterios de decisión parciales: TMR y plazo de recuperación	157
5. Criterios globales: VAN y TIR	161
6. La selección de proyectos de inversión	168
7. Efecto de los impuestos y de la inflación	170
Tema 7. El riesgo en las decisiones de inversión	187
1. El análisis de sensibilidad	190
2. Consideración del riesgo en las magnitudes que definen una inversión .	190
3. Función de distribución del VAN	194
4. Función de distribución del tanto interno	195
5. Beneficio monetario esperado y varianza	196
6. Criterio del beneficio monetario esperado	197
7. Criterio del equivalente de certidumbre	199
8. Criterio de la prima de riesgo	200
9. Criterio esperanza-desviación típica	201
10. Criterio de la esperanza condicionada a un riesgo de ruina menor que α	203
11. Decisiones de inversión en ambiente de incertidumbre	204
Tema 8. La financiación de la empresa y su coste	215
1. Introducción	217
2. Clasificación de las fuentes de financiación	218
3. Financiación con recursos propios	219
4. Financiación con recursos ajenos a largo plazo	229

5. Financiación con recursos ajenos a corto plazo	237
6. Coste medio ponderado de la financiación de la empresa	246

CUARTA PARTE

EL ANÁLISIS FINANCIERO DE LA EMPRESA

Tema 9. El equilibrio financiero en la empresa	259
1. El Equilibrio económico-financiero	261
2. Estructura económica y financiera de la empresa	263
3. El Fondo de Maniobra	266
4. El Periodo Medio de Maduración Económico	269
5. El Periodo Medio de Maduración Financiero (PMMF)	276
6. Las Necesidades Operativas de Fondos (NOF)	278
7. La gestión de la Tesorería	284
 Tema 10. El análisis económico-financiero en la empresa	 299
1. Análisis financiero mediante ratios	301
2. Ratios de rentabilidad	302
3. Ratios de liquidez	305
4. Ratios de estructura	307
5. Ratios de rotación	311
6. Ratios financiero-bursátiles	312
7. Endeudamiento y Apalancamiento financiero	315

Prefacio

PLAN DEL LIBRO

Este libro tiene como objetivo principal servir de texto a los alumnos del Grado en Turismo que cursan sus estudios en la UNED.

Los estudios de Turismo proporcionan una formación polivalente a los estudiantes de manera que, además de enseñar las destrezas específicas para desempeñar los diferentes puestos de trabajo técnicos del sector turístico, (sea en hoteles, en agencias de viajes, como guías turísticos, etc.), les capaciten también para desempeñar puestos de trabajo en la administración turística incluida la dirección de estas empresas.

Para cumplir los objetivos señalados en último lugar, los estudios de turismo incorporan a su currículo algunas asignaturas de formación básica empresarial. Una de ellas es «Gestión Financiera», cuyo temario vamos a desarrollar a continuación.

El objetivo de esta asignatura es proporcionar a los alumnos, los conocimientos básicos y esenciales de la gestión financiera tanto en lo referente a la valoración financiera en general como en la toma de decisiones financieras, sean estas de inversión o de financiación. En definitiva, se trata de aportar a los alumnos una formación básica del área financiera dentro de las materias de contenido empresarial.

La Gestión Financiera es una materia que contribuye a alcanzar los objetivos del Grado de Turismo, aportando unos conocimientos básicos en relación con las técnicas de valoración, gestión y dirección financiera de las empresas turísticas. Proporciona a los estudiantes las herramientas básicas, teóricas y prácticas, para desempeñar las tareas de gestión anteriormente citadas.

Dada la complejidad del mercado turístico, el proceso de toma de decisiones en las empresas turísticas actuales, que cada vez están más tecnificadas, ha de basarse en la aplicación de criterios cuantitativos contrastados por la práctica, de manera que la empresa pueda mantenerse de forma competitiva en este mercado.

De acuerdo con lo anterior, los Graduados en Turismo, en cuanto aspirantes a participar en la dirección y gestión de dichas empresas, deben adquirir unos conocimientos específicos de gestión financiera que les permita entender la problemática de la inversión y su financiación, les capacite para el análisis de la situación económico-financiera de la empresa y les sitúe en condiciones de hacer propuestas de mejora de esa situación.

Las *competencias específicas que proporciona la asignatura* son, entre otras, las de capacitar al alumno para:

- Tener una visión básica del sistema financiero que da soporte a las operaciones y a la gestión financiera.
- Conocer y saber aplicar las técnicas de valoración que proporciona la matemática financiera.
- Conocer las principales fuentes de financiación de la empresa turística.
- Calcular el coste de las diferentes fuentes de financiación que utiliza la empresa.
- Aplicar los criterios de decisión para la selección de inversiones.
- Calcular los ratios más significativos y su aplicación en el análisis económico y financiero de una empresa.
- Analizar la información económico-financiera de las organizaciones turísticas.
- Analizar la situación financiera de la empresa.
- Familiarizarse con la terminología específica de las finanzas empresariales.

ORGANIZACIÓN DE LOS TEMAS

Los contenidos se desarrollan en las siguientes cuatro partes:

I. *El marco conceptual de la gestión financiera.* Es la parte que enmarca el entorno en el que se sitúa la gestión financiera de la empresa.

- Por un lado se describen las cuestiones básicas del sistema financiero español como ente que integra los mercados, los activos y las instituciones financieras y que van a afectar a las decisiones financieras que tomen las empresas.
- Por otro lado, se estudia la función financiera de la empresa analizando las características de la actividad financiera, los objetivos financieros de la empresa y la organización del departamento financiero.

II. *Matemática financiera aplicada a la gestión.* Es la parte instrumental de carácter cuantitativo, básico y fundamental para que las decisiones financieras, tanto de inversión como de financiación, se tomen con el debido rigor. Se estudian las bases de la valoración financiera, la valoración de rentas financieras y su aplicación a las inversiones así como las operaciones financieras que sirven para financiar a las empresas.

III. *Las decisiones de inversión y financiación en la empresa.* Es la parte en la que se describen:

- Las componentes que definen una inversión y se detallan los criterios clásicos de decisión entre los que se encuentran el VAN y el TIR. También se tiene en cuenta la presencia del riesgo y los impuestos.
- Las fuentes de financiación de la empresa, distinguiendo entre financiación interna y financiación externa. También se calcula el coste de las distintas fuentes de financiación como paso previo a la elección de las más adecuadas y, finalmente, el coste medio ponderado de esas fuentes de financiación.

IV. *El análisis financiero de la empresa.* Es la que completa la parte esencial de la gestión financiera y en ella se estudia el equilibrio económico-financiero de la empresa, el fondo de maniobra, el periodo medio de maduración económico y financiero en la empresa, así como los ratios económicos, financieros y bursátiles más importantes, el apalancamiento financiero y el riesgo que comporta, etc.

ORIENTACIONES PARA EL ESTUDIO

La Gestión Financiera tiene una doble vertiente: teórica y práctica.

El aprendizaje de la parte teórica se debe realizar estudiando el material didáctico que aquí se presenta y que desarrolla cada uno de los temas. También se debe consultar la bibliografía específica que se cita al final de cada tema para ampliar o complementar algunas de las cuestiones que se estudian. En este material didáctico se plantean diversos ejemplos como ayuda para comprender mejor las cuestiones teóricas que se estudian.

Al final de cada tema se proponen varios ejercicios de autoevaluación para que el alumno compruebe si ha asimilado correctamente las cuestiones teóricas desarrolladas. Debe intentar resolverlos y, una vez resueltos, puede comprobar si el planteamiento y los resultados concuerdan con las soluciones que se presentan al concluir cada tema.

Es de señalar que la realización de los ejercicios prácticos permite entender mejor la teoría de cada tema, de manera que, la acción combinada y secuencial del estudio teórico y la resolución de los ejercicios prácticos, producirá evidentes efectos sinérgicos en el aprendizaje de la asignatura. La Primera Parte, por ser eminentemente teórica, no tiene ejercicios prácticos.

En resumen, la secuencia metodológica que se aconseja seguir al alumno es la siguiente:

1. Estudiar el material teórico que desarrolla cada uno de los temas, incluidos los ejemplos teórico-prácticos que se presentan.
2. Resolver los ejercicios prácticos de autoevaluación que se proponen al final de cada tema, comprobando después si las soluciones obtenidas se corresponden con las que se presentan en el libro.

Se repite el ciclo anterior para cada uno de los temas.

Primera parte

El marco conceptual de la gestión financiera

Esta parte tiene por objeto enmarcar el entorno en el que se sitúa la gestión financiera de la empresa.

- Por un lado está el entorno externo a la empresa, referido al ámbito en el que desarrolla su actividad financiera y de donde obtiene principalmente los recursos financieros. Este entorno corresponde al sistema financiero del país en el que la empresa desarrolla su actividad.

Para comprender adecuadamente la función financiera de la empresa, es preciso conocer las cuestiones básicas del sistema financiero como ente que integra los mercados, los activos y los intermediarios financieros, que afectan e influyen en las decisiones financieras que se hayan de tomar. Estas cuestiones se estudian en el tema 1.

- Por otro lado está lo que podríamos denominar entorno interno de la empresa en el que se desarrolla la gestión financiera. Aquí se estudia la función financiera de la empresa, se analizan las características de la actividad financiera que desarrolla, los objetivos financieros que se pretenden alcanzar y la organización del departamento financiero, incluyendo algunas consideraciones en cuanto al turismo y a las peculiaridades de las empresas turísticas. Estas cuestiones se estudian en el tema 2.

TEMA 1

EL SISTEMA FINANCIERO

GUIÓN-ESQUEMA



INTRODUCCIÓN

La empresa, es una entidad que, para desarrollar su actividad económica, requiere de una organización tanto más compleja cuanto mayor sea su tamaño. Entre las diferentes áreas de gestión de la empresa aquí nos centraremos en el área financiera con objeto de analizar su actividad, su funcionamiento y sus criterios para la toma de decisiones. Ahora bien, la actividad de la empresa y, por ende, su área financiera se ve afectada e influida por el entorno en que desarrolla su actividad la empresa.

En ese entorno se sitúa de manera destacada el sistema financiero del país en el que la empresa ejerce su actividad. La empresa utiliza el sistema financiero, entre otras cosas, para financiarse y para realizar sus ampliaciones de capital. Por ello es importante conocer este entorno en el que desarrolla parte de su actividad.

En este tema se describen las cuestiones básicas del sistema financiero español como ente que integra los mercados, los activos y las instituciones financieras y que van a afectar a las decisiones financieras que tomen las empresas.

El objetivo de este tema es proporcionar a los estudiantes los conocimientos básicos necesarios del sistema financiero en el cual la empresa desarrolla su actividad financiera. Estos conocimientos le permitirán entender y situar adecuadamente el entorno en el que se desarrolla una parte importante de la gestión financiera.

CONTENIDO

1. Fundamentos de un sistema financiero

A la gestión financiera de la empresa le corresponde analizar las necesidades de recursos financieros, su coste y la forma más conveniente de obtenerlos así como estudiar y decidir respecto a la viabilidad económica y financiera de las inversiones.

Las empresas, para obtener esos recursos, acuden a los mercados financieros, emiten activos financieros y operan con los intermediarios financieros; todos ellos definen lo que se conoce como sistema financiero de un país. La

financiación de la empresa será tanto más variada, abundante y barata cuanto más desarrollado esté el sistema financiero del país en que la empresa ejerce su actividad.

El Sistema Financiero (SF) de un país lo integran el conjunto de mercados, activos e instituciones financieras que se encargan de canalizar el ahorro hacia la inversión.

Un sistema financiero surge como consecuencia de la existencia de unidades económicas que tienen excedentes de liquidez (ahorradores y empresas) y unidades económicas deficitarias, que necesitan liquidez para llevar a cabo sus proyectos (inversores y empresas). Para que se produzca una ágil y fluida canalización de los recursos financieros desde los primeros hacia los segundos es preciso:

- Establecer una organización que facilite ese contacto en unos mercados específicos (los mercados financieros).
- Emitir unos activos financieros que se adecuen a los deseos de colocación de sus excedentes por parte de los ahorradores y a las necesidades de financiación de los inversores. Estos activos deben ofrecer diversas combinaciones en cuanto a plazos y cuantías así como en cuanto a rentabilidad, seguridad y liquidez.
- Crear unas entidades especializadas en la intermediación financiera que se encarguen de captar los recursos excedentes de los ahorradores en diferentes cuantías y plazos y los transformen para atender a las necesidades de los inversores.

Si no existiera una organización adecuada para canalizar el ahorro hacia la inversión, la economía de ese país tendría un desarrollo muy reducido, ya que la relación directa entre los ahorradores y los inversores no es fácil de establecer y además sería difícil hacer coincidir las necesidades de financiación de los inversores con los deseos de colocación de sus excedentes por parte de los ahorradores, tanto en el importe de las cuantías a prestar como en el plazo temporal para su devolución.

Se puede afirmar que el nivel de desarrollo económico de un país va parejo con el nivel de desarrollo de su sistema financiero. Un país con un sistema financiero poco desarrollado tiene mayor dificultad para aprovechar su potencial de crecimiento económico porque no disponen de suficientes y adecuados instrumentos financieros. Por este motivo, algunos proyectos de inversión que podrían llevarse a cabo por las empresas, no se podrán realizar por falta de suficientes canales de financiación, lo que repercutirá en un menor crecimiento económico.

Un sistema financiero estará tanto más desarrollado cuanto más numerosas sean las instituciones que operan en el mercado, cuanto mayor sea su nivel de especialización y cuantos más activos se emitan. A modo de resumen, se puede afirmar que los objetivos principales de un sistema financiero son:

- Asignar de manera eficiente los recursos financieros escasos.
- Fomentar el ahorro.

2. Los mercados financieros

Se denomina mercado financiero al lugar al que acuden los agentes económicos o al procedimiento por el que se negocian e intercambian los activos financieros. En algunos casos, el mercado no dispone de un lugar físico al que deban acudir los agentes económicos y los intermediarios financieros por lo que, la negociación, se realiza sin su presencia física utilizando procedimientos telefónicos o informáticos.

Entre los objetivos de los mercados financieros destacan los siguientes:

- Facilitar una ágil relación entre los agentes económicos.
- Proporcionar liquidez a los activos.
- Reducir los costes de transacción.

El ideal sería disponer de un mercado **perfecto**, en el que compradores y vendedores tienen toda la información disponible, los agentes económicos pueden operar sin restricción alguna y los precios los fija el mercado sin injerencias externas. Dado que, en la práctica, el mercado perfecto no existe, se trata de lograr que sea lo más **eficiente** posible. Un mercado será tanto más eficiente cuanto mejor cumpla los objetivos señalados.

Se considera que un mercado es tanto más eficiente cuanto mejor se cumplan las condiciones, de libertad, amplitud, profundidad, transparencia y flexibilidad:

- Un mercado es *libre* cuando la formación de los precios se produce por la libre confluencia de la oferta y la demanda, no hay restricciones para el acceso de los agentes económicos ni existe una regulación que limite su funcionamiento. Por el contrario, en un mercado regulado se establecen restricciones a la formación de los precios o al acceso de los agentes económicos.
- Un mercado es *amplio* cuando hay un gran volumen de activos para contratar. La amplitud se refiere a la existencia de una gama de activos financieros muy variada y acorde con las necesidades de los inversores.
- Un mercado es *profundo* cuando se introducen gran número de órdenes de compra y de venta para casar operaciones, lo que da estabilidad a los precios. La profundidad está relacionada con la libertad de acceso al mercado.
- Un mercado es *transparente* cuando se dispone de la información precisa con rapidez y a bajo coste.
- Un mercado es *flexible* cuando, al producirse un pequeño cambio en las cotizaciones, los agentes económicos reaccionan rápidamente y aparecen nuevas órdenes de compra y de venta.

Los mercados financieros se pueden clasificar atendiendo a diferentes puntos de vista. Así, por ejemplo:

Por las características de los intermediarios:

- Mercados de *búsqueda directa*, en los que demandantes y oferentes contactan directamente como, por ejemplo, el de banca al por menor, el arrendamiento financiero o leasing, etc.
- Mercados de *comisionistas* o *brokers*, que son agentes especializados en buscar contrapartida a las operaciones financieras a cambio de percibir una comisión como, por ejemplo, el mercado de divisas, el de FRAs, etc.
- Mercados de *mediadores* o *dealers*, que son agentes que actúan también por cuenta propia, obteniendo su beneficio o margen por la diferencia entre los precios de venta y de compra. Pueden actuar como creadores de mercado (*market makers*), cuando se comprometen a cotizar precios de compra y venta de forma continuada en el tiempo con lo que dan liquidez y amplitud al mercado.
- Mercados de *subasta*, en los que el precio se forma por la concurrencia de las órdenes de compra y venta en un lugar (por ejemplo, la bolsa de valores) o en una fecha determinada (subasta de letras de Tesoro y bonos y obligaciones del Estado). En la actualidad se suelen utilizar procedimientos electrónicos en sustitución de sistemas anticuados, como el de corros en la bolsa, que requerían la presencia directa de los mediadores, lo que ocasionaba mayores costes y menor rapidez en las transacciones.

Por la duración de los activos que se emiten:

- Mercados *monetarios*, cuando se trata de activos que se emiten a corto plazo; suelen ser activos de bajo riesgo y elevada liquidez. También se conoce como mercado de dinero. Dentro de estos mercados se pueden destacar:
 - El mercado *interbancario*, en el que participan las entidades de crédito. En este mercado se intercambian depósitos y otros activos con plazos desde un día a un año.
 - El mercado de *letras del Tesoro*, que se emiten al descuento por el procedimiento de subasta competitiva y cuyas emisiones, en la actualidad, tienen plazos de amortización que van desde los tres hasta los dieciocho meses.
 - El mercado de *pagarés de empresa*, cuyas características y forma de emisión es similar al de las letras. La negociación de esta clase de activos se realiza fundamentalmente en el mercado AIAF de Renta Fija.
- Mercados de *capitales*, cuando se emiten activos a largo plazo. Por lo general, sirven para financiar los proyectos de inversión que realizan las empresas o los particulares. Dentro de estos mercados se pueden destacar:

- El mercado *bursátil*, en el que se opera usualmente con títulos de renta variable (acciones).
- El mercado de *renta fija privada*, en el que se opera con bonos y obligaciones emitidos por las empresas; las transacciones se realizan en el mercado AIAF de Renta Fija y también en el mercado bursátil.
- El mercado de *Deuda Pública* Anotada (DPA), en el que se opera con títulos emitidos por el Tesoro Público en forma de bonos y obligaciones del Estado (En España, se emiten actualmente, bonos del Estado a 3 y a 5 años y obligaciones del Estado a 10, a 15 y a 30 años).

Por la fase de negociación de los activos, se distingue entre:

- Mercados *primarios* o mercados de emisión, que corresponden a aquellos en que se ponen en circulación activos nuevos.
- Mercados *secundarios*, en los que se opera con activos que ya están en circulación.

Por su nivel de organización:

- Mercados *organizados*, que se rigen por unas normas y reglamentos que buscan la homogenización y estandarización de los procedimientos de contratación y su funcionamiento general, como ocurre con el mercado bursátil o el de futuros y opciones.
- Mercados *no organizados* u OTC (*Over The Counter*), que no tienen normas o reglamentos de funcionamiento como, por ejemplo, el mercado de FRA,s.

3. Los activos financieros

En la terminología financiera se denomina activo a todo aquello que tiene algún valor económico. Se distingue entre:

- Activos *reales*, que son los bienes económicos; por ejemplo, un inmueble, un solar, un vehículo, una mesa, etc. La suma de los valores de estos activos representa la riqueza nacional de un país.
- Activos *financieros*, que son instrumentos de captación de ahorro y también títulos valores que representan un derecho para su poseedor (activo) y una obligación para quien lo emite (pasivo); sus vencimientos van desde el plazo más corto (el dinero) hasta los de duración perpetua; por ejemplo, el dinero, los depósitos bancarios, las obligaciones, las acciones, la deuda perpetua, etc.

Los activos financieros no incrementan la riqueza nacional pero desempeñan un papel muy importante dentro de la economía porque permiten financiar las

inversiones reales, que son las que incrementan la riqueza nacional, de manera que si no existieran activos financieros, o si estos fueran escasos, el volumen de inversiones reales se reduciría enormemente y el crecimiento económico sería muy bajo o negativo.

Los activos financieros suelen clasificarse atendiendo a su liquidez¹. El dinero es el activo más líquido, le siguen las cuentas corrientes bancarias a la vista, las cuentas de ahorro, los depósitos a plazo, las letras de cambio y los pagarés, los bonos y obligaciones, las acciones, los fondos de inversión, los préstamos, etc.

Los activos financieros son los instrumentos que permiten:

- La transferencia de fondos entre los ahorradores y los inversores.
- La transferencia de riesgos entre los diferentes agentes económicos.

Los inversores, a la hora de decidirse por la adquisición de una u otra clase de activos, han de tener en cuenta fundamentalmente tres aspectos:

- La *rentabilidad* que ofrece, que depende de los intereses o dividendos que produzca y del precio del activo en cuestión. El cálculo de la rentabilidad de un activo financiero puede estudiarse en el tema 15 del libro «Valoración Financiera»². Es importante distinguir entre rentabilidad bruta y neta, efectiva y nominal, por dividendos o intereses y total.
- El *riesgo* de no recuperar todo o parte del capital invertido, o de no percibir los intereses o dividendos previstos. El nivel de riesgo de un activo dependerá básicamente del grado de solvencia del emisor y de las garantías (prendatarias o hipotecarias) que ofrezca ese activo. Por otra parte, existen empresas especializadas en medir el riesgo de los activos y de las empresas que los emiten asignando una calificación o *rating* (por ejemplo Standard & Poor's, Moody's o Fitch); estas calificaciones son muy útiles, especialmente si se va a invertir en mercados internacionales y no se conoce la calidad del activo en que se desea invertir.
- La *liquidez*, o rapidez con la que se puede convertir ese activo en dinero sin pérdida apreciable de valor, tal como se ha indicado anteriormente. Todo inversor prefiere los activos más líquidos a igualdad de rentabilidad y riesgo.

Todos los inversores tienen un comportamiento racional de manera que prefieren los activos con mayor rentabilidad, menor riesgo así como, mayor liquidez. Sin embargo, en el mercado, el precio de los activos va a depender de la mayor o menor influencia de cada uno de esos tres factores. Por otra parte, se puede afirmar que, normalmente, los activos con mayor riesgo han de proporcionar mayor rentabilidad porque, de lo contrario, los inversores no los comprarían.

¹ Un activo es tanto más líquido cuanto más rápidamente puede convertirse en dinero sin pérdida apreciable de valor.

² Pablo López, A. de (2005): *Valoración Financiera*. Ed. Universitaria Ramón Areces. Madrid.

4. Los intermediarios financieros

Se denominan intermediarios financieros al conjunto de instituciones y agentes económicos que:

- Se encargan de mediar entre los ahorradores y los inversores.
- Facilitan la transformación de unos activos en otros de manera que se adecuen mejor a los deseos o necesidades de aquellos; es decir, crean nuevos activos que respondan mejor a las demandas de ahorradores e inversores.

En el caso de los comisionistas (*brokers*) y los mediadores (*dealers*) solamente se verifica la primera de las características indicadas pero no la segunda.

Los intermediarios financieros realizan una función que es beneficiosa tanto para la economía en general, como para los prestamistas porque les ofrecen unos activos a costes menores que los que tendrían si acudieran directamente al mercado, y para los prestatarios porque les permite obtener financiación que se adecue mejor a sus necesidades, tanto en cuantías como en plazos y a coste mas bajo del que normalmente podrían obtener directamente en el mercado ya que, a los prestamistas, les proporciona mayor confianza relacionarse con una entidad financiera que con el prestatario final al que, probablemente, ni siquiera conoce.

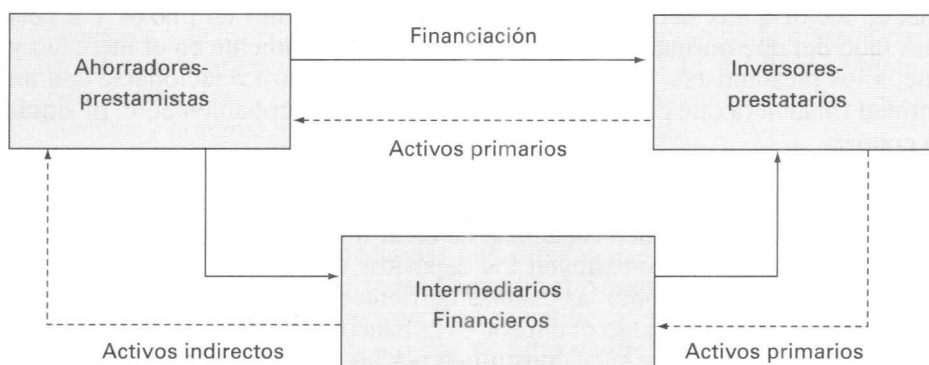
Los intermediarios financieros se suelen clasificar en dos grandes grupos:

- *Intermediarios financieros bancarios*: Además de realizar operaciones de intermediación, tienen capacidad de crear dinero. Es el denominado dinero bancario y lo constituyen los depósitos transferibles de las entidades financieras tales como las cuentas corrientes bancarias a la vista, cuentas de ahorro, etc. Cuando el emisor es el banco Central de un país, el medio de pago es el dinero legal constituido por las monedas y los billetes. Pertenecen a esta clase de intermediarios financieros:
 - El Banco Central Europeo.
 - El Banco de España.
 - Los Bancos.
 - Las Cajas de Ahorro.
 - Las Cooperativas de Crédito.
- *Intermediarios financieros no bancarios*: Aquellos que únicamente realizan operaciones de intermediación pero no tienen la capacidad de crear dinero. Pertenecen a esta clase de intermediarios financieros:
 - Las compañías de Seguros
 - Los Fondos de Pensiones
 - Los Fondos y Sociedades de Inversión
 - Las Sociedades y Agencias de Valores y Bolsa
 - Las Sociedades de Leasing, Factoring, Venta a Plazos, etc.

Los intermediarios financieros están sujetos al cumplimiento de una normativa legal que trata de asegurar el correcto funcionamiento del sistema. En el caso de las entidades financieras bancarias, la normativa emana generalmente del Banco Central del país (en nuestro caso el Banco de España) que se dirige a ellas mediante Circulares que regulan aspectos contables, financieros y de información y también promueven y favorecen la transparencia en las operaciones y la protección de la clientela de las entidades financieras. Por otra parte, se encargan de realizar las inspecciones que se estimen necesarias con objeto de garantizar el cumplimiento de dicha normativa.

En el caso de las entidades que operan en los mercados bursátiles, la supervisión y el control corresponde a la Comisión Nacional del Mercado de Valores (CNMV). En el caso de las compañías de seguros, esta labor la realiza la Dirección General de Seguros.

Un esquema elemental de las relaciones entre los diferentes participantes en el Sistema Financiero de un país podría concretarse de la siguiente forma:



5. Las entidades de crédito

Las entidades de crédito son las instituciones financieras que se encargan de la intermediación entre los ahorradores e inversores (oferentes y demandantes de recursos financieros) a la vez que prestan un conjunto de servicios bancarios a demanda de sus clientes.

La directiva europea 2000/12/CE, sobre acceso a la actividad de las entidades de crédito, define a estas entidades como las empresas cuya actividad consiste en recibir del público depósitos u otros fondos reembolsables y en conceder créditos por cuenta propia.

5.1. Bancos

Los bancos tienen la forma jurídica de sociedades anónimas. En línea con la especialización que se indicaba anteriormente, se suele distinguir entre:

- *Banca comercial* o al por menor, cuando su actividad se dirige fundamentalmente a las unidades económicas individuales y a las pequeñas y medianas empresas. Este tipo de banca opera con un gran número de clientes y requiere gran número de sucursales así como una amplia red de cajeros automáticos con objeto de mantener la masa de depósitos captados a estos colectivos.
- *Banca de inversión* o al por mayor, cuando opera en los mercados de valores, tanto primarios como secundarios, negociando acciones, obligaciones, pagarés de empresa, etc. Proporcionan asesoramiento y asistencia a grandes empresas y al sector público en privatizaciones, salidas a bolsa de empresas, ampliaciones de capital, etc.
- *Banca de empresas*, cuando prestan servicios como entidades de crédito a empresas no financieras, especialmente a las grandes empresas.

5.2. Cajas de Ahorro

Las Cajas de Ahorros españolas son entidades de crédito que tienen la forma jurídica de fundaciones de naturaleza privada, con una finalidad social, ya que una parte de los beneficios se distribuye a través de su obra social.

Desde el punto de vista operativo, las Cajas están equiparadas a los bancos, con los que compiten en la captación de clientes y en la oferta de activos. Operan con criterios de puro mercado.

Las Cajas de Ahorros se han especializado en la canalización del ahorro popular y en la financiación de las familias y de las pequeñas y medianas empresas, es decir, realizan básicamente banca al por menor, aunque en las últimas décadas se ha observado una tendencia creciente a la adquisición de importantes participaciones industriales, lo que les ha ido alejando de sus objetivos fundacionales.

Las Cajas tienen una fuerte raíz local, con una densa red de oficinas en su propia área geográfica de manera que en su conjunto cubren la totalidad del territorio nacional. Con el tiempo, las Cajas se han ido transformando en auténticas instituciones financieras y ofrecen a sus clientes una amplia gama de servicios. De esta manera, han competido con el resto de entidades bancarias hasta alcanzar algo más de la mitad de la cuota de mercado en la primera década del siglo XXI.

En la actualidad (mayo de 2010) y como consecuencia de la crisis económica que les ha afectado de forma muy intensa, las Cajas se encuentran en fase de reestructuración y fusiones y se espera que al final de este proceso, de las cua-

renta y cinco Cajas de Ahorros existentes a principios de 2010, queden menos de la mitad.

La Confederación Española de Cajas de Ahorro (CECA) es la asociación que agrupa a estas entidades y les proporciona diversos servicios aunque también actúa como intermediario financiero en algunos tipos de operaciones.

5.3. Entidades de Crédito Cooperativo

Estas entidades se constituyen con la forma jurídica de sociedades cooperativas y, bajo esta denominación, se agrupan las Cajas Rurales y las Cooperativas de crédito no agrícolas.

El denominado Grupo Caja Rural es un grupo bancario formado por todas las Cajas Rurales que disponen de una red de oficinas repartida por todo el territorio nacional con más de cuatro mil sucursales.

El sistema de integración a través del Grupo es un modelo de banca federada que, por un lado salvaguarda la autonomía de las Cajas Rurales que lo forman, y por otro, aprovecha las sinergias que la integración produce en su operatividad bancaria y eficiencia empresarial, superando las limitaciones de cada entidad por su dimensión individual y el ámbito geográfico de su actividad.

El Grupo Caja Rural, para el desarrollo de su actividad, cuenta con el apoyo de algunas entidades participadas como son la Asociación Española de Cajas Rurales, el Banco Cooperativo Español, la sociedad Rural de Servicios Informáticos y la compañía de Seguros RGA.

6. Tendencias actuales del sistema financiero

Los sistemas financieros de los países desarrollados han experimentado una gran transformación en los últimos años debido a un conjunto de factores que han propiciado cambios importantes en las formas de canalizar el ahorro hacia la inversión. Así cabe señalar:

- El gran desarrollo de las telecomunicaciones y de la informática, que ha permitido una fácil y rápida interconexión entre los mercados y una ejecución de las operaciones en tiempo real.
- El cambio de los hábitos financieros en los agentes económicos.
- El proceso de globalización de la economía y la internacionalización de las empresas.
- La rápida difusión de la información financiera.

Las tendencias que se observan en la evolución reciente de los sistemas financieros son, entre otras, las siguientes:

- *Desregulación*: Se tiende a reducir las normativas por las que se rigen los diferentes mercados y a eliminar las trabas existentes para el acceso de los agentes económicos a algunos de los mercados.
- *Desintermediación*: Se tiende a prescindir de algunos de los intermediarios tradicionales sustituyéndolos por la relación directa entre ahorradores e inversores apoyándose en el desarrollo tecnológico de las comunicaciones. Por ejemplo, en España, las emisiones de Deuda Pública las realiza directamente el Tesoro Público desde hace unos años, por el procedimiento de subasta competitiva y los potenciales inversores efectúan directamente sus solicitudes de suscripción.
- *Titulización*: Se tiende a transformar los activos menos líquidos, como los préstamos hipotecarios, por otros que, en forma de títulos valores, coticen en los mercados de bonos y obligaciones de manera que tengan una mayor liquidez. La titulización permite a las entidades financieras refinar los créditos concedidos y obtener liquidez al colocar esos títulos en el mercado.
- *Innovación financiera*: Se tiende al diseño de nuevos productos financieros aprovechando las posibilidades que ofrecen las nuevas tecnologías y la facilidad con la que pueden moverse internacionalmente los capitales; también permiten diseñar productos «a medida», es decir, que se adecuen a los deseos o a las necesidades de los clientes.
- *Protección y defensa de los inversores*: Dado que las innovaciones y la desregulación pueden producir situaciones de indefensión a los inversores, se tiende a establecer mecanismos de defensa de estos como es el caso de la Circular 8/90 del Banco de España sobre «Transparencia de las Operaciones Financieras y Protección de la Clientela» o la Ley 44/2002 que crea las figuras de los Comisionados para la defensa del cliente bancario, para la defensa del inversor o para la defensa del asegurado y del participante en los planes de pensiones.

LECTURAS RECOMENDADAS

Informe Anual del Banco de España

El Informe Anual del Banco de España analiza la evolución de la economía española desde una perspectiva global y describe cuestiones relacionadas con el sistema financiero español en el año al que se refiere el informe anual.

Describe, como marco de referencia para la situación española, la evolución de la economía internacional y la de la economía española, haciendo especial hincapié en las políticas monetaria y fiscal y en los flujos económicos y financieros.

Incorpora, como apéndice, un resumen de las principales normas legales aprobadas en el periodo cubierto por el Informe y que afectan al sistema finan-

ciero; desde el año 2003 incluye un capítulo dedicado a la gestión del Banco de España, en el que se describen de manera global y sintética los aspectos más destacados de su actividad.

El alumno lo encontrará en formato pdf, en la página web del Banco de España:

[http://www.bde.es/webbde/es/secciones/informes/Publicaciones_an/
Informe_anual/](http://www.bde.es/webbde/es/secciones/informes/Publicaciones_an/Informe_anual/)

ACTIVIDADES

El alumno debe visitar las páginas web de las principales entidades financieras y ha de leer las informaciones más relevantes que encuentre en relación con el Sistema Financiero:

- Banco Central Europeo: <http://www.ecb.int>
- Banco de España: <http://www.bde.es>
- Comisión Nacional del Mercado de Valores: <http://www.cnmv.es>
- Principales bancos, a elección del alumno.
- Principales cajas de ahorro, a elección del alumno.
- Bolsas de Valores: <http://www.bolsamadrid.es>
- Dirección General del Tesoro y Política Financiera: <http://www.tesoro.es>
- Confederación Española de Cajas de Ahorros: <http://www.ceca.es>

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN. PREGUNTAS TIPO TEST

Indicar cuáles son las respuestas correctas

1. El sistema financiero está formado por:
 - a. Las empresas y el Estado.
 - b. La banca y las empresas públicas.
 - c. Los mercados, los activos y los intermediarios financieros.
 - d. Las bolsas de valores y los fondos de inversión.
2. Los mercados financieros:
 - a. Precisan de un lugar físico para poder ejercer su actividad.
 - b. Son transparentes cuando se dispone de la información precisa con rapidez y a bajo coste.
 - c. Por el nivel de organización se distinguen entre primarios y secundarios.
 - d. Las tres anteriores son falsas.

3. Los activos financieros:
 - a. No incrementan la riqueza nacional.
 - b. El edificio que es la sede de un banco, es un activo financiero.
 - c. Los inversores seleccionan sus activos según su mayor o menor duración.
 - d. Permiten la transferencia de fondos pero no la transferencia de riesgos.
4. Ordenar los siguientes activos de mayor a menor liquidez:
 - a. Una letra de cambio que vence dentro de 90 días.
 - b. Un depósito a plazo de un año.
 - c. Un billete de 100 euros.
 - d. Un préstamo hipotecario a 20 años.
5. Los intermediarios financieros:
 - a. Median entre los ahorradores y los inversores.
 - b. Las Cooperativas de Crédito son intermediarios no bancarios.
 - c. La Comisión Nacional del Mercado de Valores supervisa a las compañías de seguros.
 - d. El Banco Central Europeo no es un intermediario financiero.
6. La diferencia fundamental entre banca privada y Cajas de Ahorros es:
 - a. Los bancos operan en toda España y las Cajas solo en su Comunidad Autónoma.
 - b. Las Cajas no están sujetas al control del Banco de España.
 - c. Las Cajas no tienen un fin lucrativo y los bancos sí.
 - d. Los tipos de interés son mayores en los bancos.

BIBLIOGRAFÍA DEL TEMA

- ANALISTAS FINANCIEROS INTERNACIONALES (2005): *Sistema financiero Español*. Ed. Empresa.
- CUERVO, A., RODRÍGUEZ, L., PAREJO, J. A. y CALVO A. (2007): *Manual de sistema financiero español*. Ed. Ariel. Barcelona
- DONGES, J., director (2003): *El sistema financiero en la Europa del euro*. Fundación ICO, Madrid.
- MARTÍN, J. L. y TRUJILLO, A. (2004): *Manual de Mercados Financieros*. Ed. Thomson, Madrid.
- MANZANO, D., VALERO, F. J. (2008): *Guía del sistema financiero español*. Ediciones Empresa Global-CECA.
- PALAZUELOS, E. (1998): *La globalización financiera. La internacionalización del capital financiero a finales del siglo xx*. Editorial Síntesis, Madrid.
-

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN (TEST)

Preguntas	Respuestas
1	c
2	b
3	a
4	c, a, b, d
5	a
6	c

GLOSARIO DE TÉRMINOS

Activos financieros: Son instrumentos de captación de ahorro y también títulos valores que representan un derecho para su poseedor (activo) y una obligación para quien lo emite (pasivo).

Creadores de mercado o *market makers*: Aquellos agentes (*dealers*) que se comprometen a cotizar precios de compra y de venta de forma continuada en el tiempo con lo que dan liquidez y amplitud al mercado.

Intermediarios financieros: Conjunto de instituciones y agentes económicos que se encargan de mediar entre los ahorradores y los inversores.

Intermediarios financieros bancarios: Aquellos que, además de realizar operaciones de intermediación, tienen capacidad de crear dinero. Es el denominado dinero bancario.

Intermediarios financieros no bancarios: Aquellos que realizan operaciones de intermediación pero no tienen la capacidad de crear dinero.

Liquidez de un activo: Mide la rapidez con la que un activo se puede convertir en dinero sin pérdida apreciable de valor.

Mercado de comisionistas o *brokers*: Mercado en el que operan agentes especializados en buscar contrapartida a las operaciones financieras a cambio de percibir una comisión.

Mercado de mediadores o *dealers*: Mercado en el que operan agentes que actúan también por cuenta propia, obteniendo su beneficio o margen por la diferencia entre los precios de venta y de compra.

Mercado eficiente: Aquel que cumple las condiciones de libertad, amplitud, profundidad, transparencia y flexibilidad.

Mercado interbancario: Aquel en el que participan las entidades de crédito. Estas entidades intercambian depósitos y otros activos con plazos desde un día a un año.

Mercado financiero: Es el lugar al que acuden los agentes económicos, o el procedimiento por el que se negocian e intercambian los activos financieros.

Mercado perfecto: Aquel en el que, compradores y vendedores, tienen toda la información disponible, los agentes económicos pueden operar sin restricción alguna y los precios los fija el mercado sin injerencias externas.

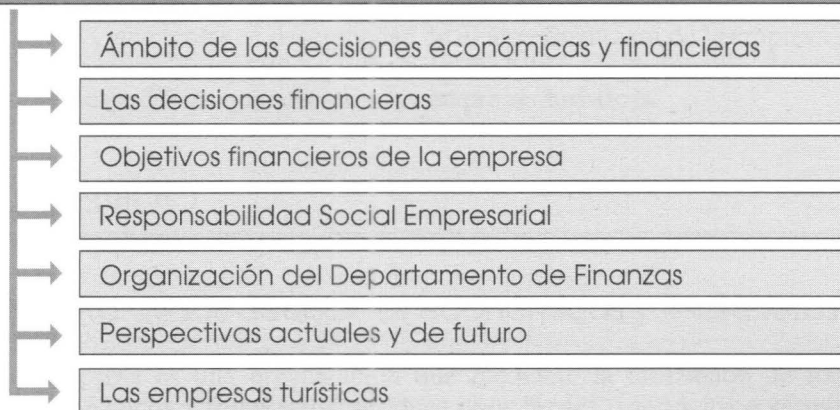
Sistema financiero: El conjunto de mercados, activos e instituciones financieras de un país que se encargan de canalizar el ahorro hacia la inversión.

TEMA 2

LA FUNCIÓN FINANCIERA DE LA EMPRESA

GUIÓN-ESQUEMA

LA FUNCIÓN FINANCIERA DE LA EMPRESA



INTRODUCCIÓN

En este tema se estudia la función financiera de la empresa analizando las características de la actividad financiera, los objetivos financieros de la empresa y la organización del departamento financiero.

Se analiza el objetivo principal de la gestión financiera de la empresa basada en la maximización del beneficio a largo plazo con objeto de crear valor para los diferentes grupos interesados en su éxito, para lo cual ha de ser competitiva.

En el departamento financiero se han de gestionar los recursos necesarios para llevar a cabo las inversiones, la financiación externa e interna que necesite y se ha de evaluar la rentabilidad que se espera obtener.

Después de estudiar este tema el alumno entenderá el papel que desempeña la función financiera dentro de la empresa en una economía de mercado, cual es su objetivo y que tareas se desempeñan en el área financiera de la empresa. También conocerá las perspectivas actuales y de futuro de la función financiera y cuestiones específicas que afectan a las empresas turísticas.

CONTENIDO

1. Ámbito de las decisiones económicas y financieras

La empresa es una organización que mediante la utilización de recursos humanos, técnicos y financieros, produce unos bienes o servicios determinados a cambio de un precio que la permita alcanzar sus objetivos, reponer la inversión realizada y obtener beneficio dentro de un entorno competitivo.

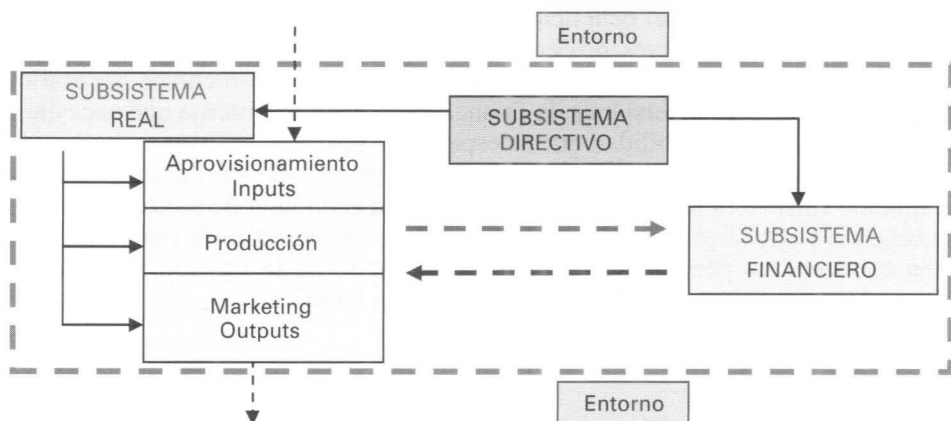
La empresa puede considerarse un sistema abierto de acuerdo con la Teoría de Sistemas que desarrolló Bertalanffy. Un sistema es un conjunto de elementos que buscan la obtención de un fin común. Todo sistema está compuesto por subsistemas independientes pero relacionados entre sí.

Las empresas tienen al menos los siguientes subsistemas:

- Subsistema *real*, que comprende las funciones de aprovisionamiento, administración, producción y comercialización de los productos o servicios obtenidos.

- Subsistema *financiero*, que se encarga de la obtención, la administración y el control de los recursos financieros.
- Subsistema *directivo*: Tiene como misión la toma de decisiones tendente a asegurar el logro de los objetivos del sistema mediante la configuración y control de la organización.

El siguiente gráfico representa a la empresa como un sistema formado por los tres subsistemas citados y rodeados por el entorno, que es todo lo que se encuentra fuera de la empresa, que afecta a la empresa y que no es capaz de controlar. El subsistema financiero es el que va a centrar el objeto de nuestro estudio y el gráfico sirve para situarlo dentro del sistema empresarial. En el entorno se sitúa el Sistema Financiero que ha sido objeto de estudio en el tema 1.



Desde una perspectiva diferente, la empresa es uno de los centros de decisión económica. En efecto, cualquiera que sea el sistema económico que se analice, se observa que existen tres entes o centros principales de decisión económica que se distinguen en razón de su esencia, sus objetivos, su función, su racionalidad, etc. Estos entes son¹:

- Los sujetos económicos individuales y las familias, que son a la vez demandantes de productos y servicios (consumidores) y oferentes de servicios (trabajadores y capitalistas).
- Las empresas, como unidades económicas de producción, que son a la vez demandantes de bienes y servicios para la producción y oferentes de sus productos.

¹ Tal como se indica en el libro *Finanzas de Empresa* de A. de Pablo y L. Ferruz, pág. 3 y ss.

- El Estado, las Comunidades Autónomas, Ayuntamientos y los demás órganos macro-económicos de decisión (Corporaciones Públicas), cuyas intervenciones en la vida económica están encaminadas a la defensa y promoción de los intereses generales del conjunto económico-social.

Las decisiones económicas abarcan los diferentes ámbitos de gestión de la empresa, tales como la producción, la organización, la comercialización, las finanzas, etc. Un ámbito destacado por su transcendencia para el buen funcionamiento de la empresa es el de las decisiones financieras que son el objeto de nuestro estudio. El análisis financiero de la empresa trata de todo lo relacionado con la obtención y gestión del dinero y los restantes recursos financieros (financiación), de cómo se emplea (inversión), y de cómo se rentabiliza.

Cada uno de los tres entes citados toma decisiones financieras en el ámbito de su competencia, con características, racionalidad y comportamiento diferentes puesto que son distintos los objetivos que persigue cada uno. En consecuencia, un estudio completo de las decisiones financieras debe comprender tres partes diferenciadas en correspondencia con esos tres centros de decisión, de manera que se analicen:

- Los criterios que deben seguir los sujetos económicos individuales y las familias para una toma racional de decisiones financieras, especialmente desde la perspectiva de consumidores que poseen un determinado nivel de renta, fruto de su trabajo o capital, y con un objetivo de satisfacción óptima de sus necesidades.
- Los criterios que deben seguir las empresas, en cuanto unidades económicas de producción, para la toma racional de decisiones financieras, de manera que mediante la realización del proceso operativo de explotación, que implica el empleo de medios humanos, materiales y financieros, cumpla la función socio-económica de crear un flujo de bienes o servicios y de rentas como resultado de un sistema coherente de decisiones planificadas, ejecutadas y controladas en el marco de la gestión.
- Los criterios que deben seguir el Estado y las restantes Corporaciones Públicas para una toma racional de decisiones financieras, las cuales deben encaminarse a cumplir unos objetivos basados en el principio social del bienestar colectivo mediante la utilización, entre otras, de las técnicas del análisis coste-beneficio.

El objetivo de este libro es analizar únicamente los fundamentos básicos de las decisiones financieras descritas en segundo lugar, es decir las que afectan a las empresas; para ello, se elabora el marco conceptual en el que se sitúan estas decisiones y se detallan las técnicas de valoración financiera para que de una forma práctica puedan tomarse estas decisiones.

Por otra parte hemos de señalar que, en el estudio, no se hace referencia a un tipo concreto de empresa, en cuanto al sector económico en que ésta se enmarca o al tamaño que tenga, por lo que las conclusiones son de general aplicación, si

bien en algunas ocasiones puede ser preciso realizar algunas matizaciones a aspectos concretos. La empresa, genéricamente considerada, corresponde a países de economía de mercado, en los cuales la capacidad de decisión y autonomía económica de las empresas es mayor que en los países de planificación centralizada.

En este tema se describen de forma resumida los objetivos, la metodología, los cometidos y la organización de la función financiera en la empresa. Los siguientes se dedican al estudio de las técnicas de valoración financiera que son la base para una correcta toma de las decisiones de inversión y son las que van a conformar la estructura del activo de la empresa, así como su rentabilidad y su nivel de riesgo económico.

Después se estudiarán las decisiones de financiación, que determinan la estructura del pasivo de la empresa, así como su coste medio y nivel de riesgo financiero y que utilizan también como herramienta la matemática financiera. Finalmente, se estudian otras cuestiones importantes dentro del análisis financiero de la empresa como su equilibrio económico-financiero o el análisis mediante ratios.

2. Las decisiones financieras

Las funciones que actualmente corresponden al subsistema financiero de la empresa han ido ampliándose a lo largo del tiempo, de la misma forma que ha ido evolucionando la empresa, como consecuencia de los avances experimentados en el campo de la economía y de la técnica.

En una primera etapa, la función financiera se limitaba a la búsqueda de recursos financieros necesarios para llevar a cabo los proyectos de inversión decididos por la empresa, mientras que la función financiera moderna se basa en un conjunto de técnicas analíticas para la adopción de decisiones internas en el campo de la inversión y financiación de la empresa.

La mayoría de los autores que han estudiado el subsistema financiero de la empresa siguen el planteamiento básico desarrollado por Solomon², quien señala que las decisiones financieras giran en torno a la obtención y al uso de fondos (capitales) y consisten en dar una respuesta racional y adecuada a las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el volumen total de activos que debe invertirse en cada periodo y a qué ritmo debe crecer, en su caso, este volumen?
- ¿Qué clases de activos deben adquirirse?
- ¿Qué fuentes de financiación deben utilizarse y cuál debe ser la composición de ese pasivo?

² Solomon, E. (1969): *The Theory of Financial Management*. Columbia University Press, Nueva York. Existe traducción al francés de Ed. Dunod, 1973.

Debe observarse que este planteamiento, que es aceptado por la generalidad de los estudiosos de los temas financieros, implica adoptar una actitud *normativa* que busca contestar a la pregunta sobre cuáles son las tareas que deben realizar los directores financieros, frente a una actitud *positiva* consistente en observar cómo se comportan estos directores y cómo toman sus decisiones para, a la vista de lo que hacen, establecer las reglas de actuación. En definitiva esa actitud normativa de la concepción moderna de las finanzas busca el establecimiento de unas reglas que permitan tomar las decisiones sean óptimas en función de los objetivos que se haya fijado la empresa.

3. Objetivos financieros de la empresa

La concreción del objetivo u objetivos a alcanzar por la empresa y, en particular, el objetivo que corresponde alcanzar a las finanzas empresariales es un tema sobre el que se ha discutido mucho y no se ha llegado a un acuerdo unánime. Para empezar, habría que señalar que, de la misma manera que no existen enfermedades sino enfermos, las organizaciones no tienen objetivos, sino que los objetivos los tienen las personas que integran esas organizaciones.

La teoría económica tradicional considera que el objetivo lo fijan los propietarios de la empresa y que para ellos el objetivo debe ser la maximización del beneficio. Sin embargo, el concepto de beneficio es inconcreto, puesto que habría que concretar si se trata del beneficio bruto o del neto y, por otra parte, su cuantía puede modificarse fácilmente actuando sobre las amortizaciones, la valoración de las existencias y otras partidas de la cuenta de resultados.

Esta y otras críticas han aconsejado sustituir este objetivo por otro de características similares pero que no pueda manipularse. De acuerdo con ello, y considerando que los propietarios tienen un comportamiento racional, el objetivo debe ser la maximización del valor de la empresa en el mercado una vez cumplidas las restricciones de tipo legal, laboral, fiscal, etc., que existan. Para una sociedad que cotiza en bolsa, significa la maximización del precio de sus acciones.

Este objetivo es aceptado y tomado como punto de partida por la mayor parte de los estudiosos de los temas financieros al considerar que las empresas, después de cumplir sus obligaciones en el marco de la normativa vigente, deben proporcionar a sus propietarios los mejores resultados posibles. Dicho objetivo, tal y como hemos comentado, es el que se seguirá básicamente aquí, y lo resume perfectamente Fama cuando afirma que «maximizar la riqueza conjunta de accionistas y obligacionistas es el único criterio, en términos de valor de mercado, acorde con una situación estable y el mercado, a través de los precios, presta a la empresa los suficientes incentivos como para optar por dicho criterio».

Debe observarse que el valor de las acciones lo establece el mercado (los inversores financieros) a través de la demanda y oferta; es, por lo tanto, una valoración externa de acuerdo con las expectativas de rentabilidad y riesgo que atribuyan a esos títulos. Pero esas expectativas de rentabilidad y riesgo se basan

en cómo interpreta el mercado (los inversores) la gestión que realiza el equipo directivo de la empresa (la gestión interna). Y esa interpretación se basa en el análisis de la política de inversiones, la estructura de financiación y la política de dividendos.

En resumen, el precio de las acciones dependerá de esa valoración externa (el mercado) pero se apoya en como interpretan la gestión interna que se realiza; así pues, la rentabilidad y el riesgo de la empresa son valorados por los inversores bursátiles de acuerdo con la información que van conociendo de la gestión empresarial, y esta gestión es la que les hará apreciar más a unos títulos que a otros.

Sin embargo, teniendo en cuenta que cada vez se da más la separación entre las personas que ejercen la dirección de la empresa y los propietarios o accionistas de las mismas, algunos autores consideran que el objetivo anterior debe corregirse parcialmente tomando en consideración los intereses de los directivos que no siempre han de coincidir con los de los accionistas, cuya fuerza será tanto mayor cuanto más atomizado y disperso sea el conjunto de accionistas. Es lo que se conoce como *Teoría de la Agencia*.

Para algunas empresas con problemas de competitividad, el objetivo principal se concreta en lograr su *supervivencia*; en este caso se busca reducir la vulnerabilidad de la empresa ante variaciones coyunturales, por lo que deben tomar decisiones en cuanto al tamaño, la tecnología, el equilibrio financiero, etc.

Otra teoría es la conductista (*behavioral*) cuyos principales representantes son Simon, Cyert y March, los cuales consideran que el conjunto de objetivos de la empresa es el resultado de las negociaciones entre las personas y los grupos que la componen, fijándose para cada objetivo un mínimo a alcanzar, con lo cual se abandona el principio de maximización. Estos autores introducen el concepto de *organizational slack* que viene a medir el excedente que recibe cada parte que interviene o influye en la fijación de los objetivos, respecto al mínimo que desean para permanecer en la empresa. Así, por ejemplo, los accionistas mantendrán sus títulos en tanto se benefician de un *slack* de dividendos, los directivos buscarán un *slack* de disponibilidades discrecionales, los trabajadores un *slack* de remuneraciones a través de la participación en los beneficios, etc.

Para otras empresas, en fase de crecimiento y expansión, el objetivo principal es precisamente mantener un elevado ritmo de *crecimiento* con objeto de mejorar su posición en el mercado, lo que implica que se produzcan cambios estructurales sucesivos como consecuencia de los incrementos de tamaño. Todo ello se traduce en que la empresa irá cambiando y cada etapa será diferente a la de su estado anterior. Este objetivo se concreta en el aumento de su volumen de producción y venta, en la creación de nuevos productos y en abrir nuevos mercados, así como en adquirir y controlar otras empresas, tanto por una integración vertical del proceso de producción como por una integración horizontal.

Otros objetivos que pueden considerarse son la obtención de un nivel satisfactorio de beneficios, la maximización del volumen de ventas, la maximización

de la utilidad para los directivos asegurando previamente un nivel mínimo de beneficios, etc. Como se observará, el objetivo inicialmente aceptado no está en contradicción con estos otros objetivos, porque si la empresa incrementa su valor en el mercado va a beneficiar no solo a los accionistas sino también a los directivos y a los trabajadores.

Sin entrar en una discusión profunda sobre esta cuestión, que excedería a lo que se pretende en una introducción a la gestión financiera, se puede afirmar que el objetivo de maximización del valor de mercado de la empresa permitirá que también se cumplan, en buena medida, esos otros objetivos. Por otra parte, este objetivo general se desglosará en subobjetivos para cada uno de los departamentos de la empresa, de manera que, en cuanto a los objetivos concretos para la gestión financiera, se establece una nueva polémica, similar a la anterior, ya que pueden aparecer conflictos entre las diferentes subáreas del departamento financiero.

A modo de resumen y conclusiones, el objetivo que se toma como referencia básica para la Administración Financiera de la empresa es el de maximización del valor de la empresa para los accionistas a lo largo del tiempo, lo cual no es incompatible con cualquiera de los otros objetivos comentados en este epígrafe sino que tiende a favorecerlos.

No obstante, hay que tener en cuenta que, si bien las funciones básicas de los administradores financieros giran en torno a la optimización de las decisiones de inversión y de financiación, ambos tipos de decisiones están interrelacionadas y ocurre con cierta frecuencia que las posibilidades de inversión son mayores que las de financiación, con lo cual proyectos rentables deben desecharse por la limitación de los recursos propios y de la capacidad de endeudamiento. En otras ocasiones ocurre lo contrario, la empresa tiene capacidad de financiación pero le faltan ideas y proyectos para invertir.

Por otra parte, ha de tenerse en cuenta que el objetivo de la gestión financiera es, no solamente alcanzar los mejores resultados posibles a largo plazo, sino que debe atender a los compromisos de pago que se van presentando en cada momento, ya que puede ocurrir que se estén obteniendo unos resultados plenamente satisfactorios pero no se disponga de dinero para pagar la nómina o a los proveedores; y es que beneficio no significa forzosamente dinero en Caja o Bancos, ni pérdida significa carencia de él; de ahí que se distinga entre gestión financiera a largo y a corto plazo:

- La primera busca la elección racional de los activos de acuerdo con las posibilidades de financiación, de manera que en los sucesivos periodos se alcance el equilibrio entre lo que se invierte y cómo se financia.
- La segunda, busca que dentro de cada periodo no se produzcan desajustes entre cobros y pagos para ello se ha de realizar un control diario de la tesorería, previendo su evolución, así como los límites de riesgo que se han de asumir con cada uno de sus clientes, el seguimiento del proceso de facturación, el mantenimiento de las relaciones con los bancos, la obtención de créditos a corto plazo, etc.

También corresponde a los gestores de las finanzas empresariales hacer propuestas a la dirección sobre las posibles formas de distribución de los beneficios, porque también afectan a la forma de financiación.

4. Responsabilidad Social Empresarial (RSE)

Actualmente, los equipos directivos de las empresas y especialmente en el caso de las grandes empresas, asumen como un elemento importante a la hora de tomar sus decisiones la responsabilidad social que la empresa tiene con su entorno, con la ciudadanía y con su país.

El concepto de responsabilidad social se inicia en los años 70, como consecuencia de los cambios que se fueron produciendo en su entorno. El Comité para el Desarrollo Económico de las Naciones Unidas publicó en el año 1971 un informe en el que se recogen los compromisos sociales de las empresas. Estos compromisos se agrupan en tres niveles:

- Responsabilidades básicas: Preocupación por el empleo, la producción y el crecimiento económico.
- La atención al cambio de valores y prioridades sociales: Conservación del medio ambiente, las relaciones laborales, la información al consumidor, la protección laboral.
- Las nuevas responsabilidades: El desarrollo económico, el desarrollo cultural y artístico, el urbanismo.

La responsabilidad social empresarial, según el World Business Council for Sustainable Development (WBCSD), consiste en el compromiso que asume una empresa para contribuir al desarrollo económico sostenible a través de la colaboración con sus empleados, sus familias, la comunidad local y la sociedad, con objeto de mejorar la calidad de vida.

El concepto de responsabilidad social se suele concretar en la denominada ética empresarial, que comprende todas las acciones y comportamientos que van más allá de lo que estrictamente obliga la ley. La RSE se puede definir de varias formas:

- Como una reflexión sobre valores como integridad, honestidad, equidad, lealtad y solidaridad que pasan a incorporarse al acervo de los valores de las corporaciones y suelen formalizarse en documentos que incluyen declaraciones de principios y códigos éticos.
- Como una traslación de las normas deontológicas dadas por los directivos de las empresas, lo que se traduce en una voluntad de adhesión de la empresa y de sus directivos a dichos principios.
- Como una adhesión a las finalidades del entorno por parte de la organización y como una voluntad para reflexionar sobre su propia naturaleza. Expresa la voluntad de adhesión a la identidad de la organización.

- Desde una óptica psicológica se trataría de integrar a todos los miembros de la empresa como una parte importante de la organización de manera que, los códigos éticos, servirían como medio de «enganche» de los miembros de la organización a los objetivos de la RSE no por la vía de la imposición o de la obligación sino a través de la adhesión voluntaria.

Debe observarse que la asunción de esos compromisos con el entorno, el medio ambiente, etc. afecta al objetivo financiero descrito en el epígrafe anterior, al tener en cuenta las obligaciones que asume para cumplir con la RSE.

5. Organización del Departamento de Finanzas

La forma en que se organice y estructure el departamento financiero de la empresa va a influir en cómo se desarrolla la función financiera y como se cumplen sus objetivos. El nivel de organización de la función financiera dentro de la empresa depende, lógicamente, del tamaño de la misma siguiendo las reglas de una división racional del trabajo.

En el caso de empresas pequeñas de tipo familiar, el volumen de las actividades financieras es escaso y suele ser gestionada por el mismo propietario con la ayuda de su experto contable o con algún asesoramiento externo, pero cuando el tamaño aumenta se hace necesario ir delegando tareas, lo que requerirá ir contratando expertos en cada área financiera. En el extremo opuesto están las grandes empresas en las que el área financiera se desglosa en diversos servicios y secciones con personal especializado en cada una.

En las multinacionales suele seguirse el modelo de las empresas norteamericanas, que distinguen dos tipos de funciones distintas:

- Una es la de *treasurer*, encargado de todo lo relacionado con la obtención y gestión de los flujos de fondos.
- La otra es la de *controller*, encargado de las tareas contables, presupuestarias y de control y auditoría interna.

Ambos directivos dependen, a su vez, de un director o vicepresidente financiero, si bien en las medianas empresas esta última figura no suele aparecer, en cuyo caso, *treasurer* y *controller* se reparten las tareas del área financiera. Las funciones del vicepresidente financiero consisten básicamente en coordinar la acción de ambos servicios, arbitrar en los conflictos que surjan entre ellos y representar al departamento financiero en el consejo de dirección formando parte de los comités encargados de elaborar la política general de la empresa.

La función financiera de la empresa puede desarrollarse en un contexto nacional o internacional. La diferencia entre una y otra depende del entorno competitivo geográfico en que dicha gestión se realice. Así, la gestión financiera

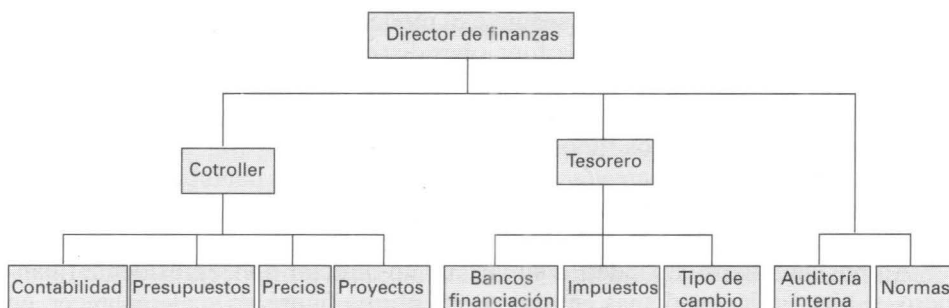
clásica es la diseñada y ejecutada para empresas que se mueven en un entorno de mercado nacional, sin contactos internacionales y dentro de un marco financiero y legislativo (laboral, fiscal, etc.) único.

En la actualidad, como consecuencia de la globalización de la economía, son muchas las empresas de diferentes sectores que mantienen relaciones y operan en el ámbito internacional por lo que han de diseñar una estructura que permita efectuar una gestión financiera internacional, es decir, una gestión que será ejecutada en un marco transnacional.

En el caso de una empresa que opera en el contexto de una gestión financiera internacional, las diversas funciones financieras podrían agruparse en las siguientes áreas:

- Planificación financiera y fiscal internacional.
- Organización de las funciones financieras internacionales.
- Financiación internacional.
- Planificación y evaluación de iniciativas de la empresa en el extranjero.
- Estudios especiales sobre incremento del beneficio, exposición al riesgo en mercados financieros internacionales y los costes de los riesgos potenciales.

En cuanto a la estructura de la función financiera pueden proponerse diferentes organigramas ya que existen gran número de posibilidades. Cualquier organigrama que se plantee es una posibilidad más entre otras muchas alternativas. El organigrama del Departamento de Finanzas de una empresa de tamaño grande se puede configurar de la forma que se presenta continuación³ o de forma similar con pequeñas variantes:



A modo de ejemplo se presenta otro organigrama que corresponde a una empresa inmobiliaria de tamaño medio:

³ Tomado del libro *Finanzas de Empresa* anteriormente citado.



6. Perspectivas actuales y de futuro

A lo largo del siglo xx y especialmente en su segunda mitad, se ha ido produciendo una evolución en los cometidos de la función financiera dentro de la empresa. Esta función ha ido creciendo en importancia a lo largo del tiempo y es previsible que lo siga haciendo en un próximo futuro. Las circunstancias económicas actuales se caracterizan por una acumulación de factores de riesgo que se han puesto de manifiesto de una forma contundente con la crisis financiera del año 2008 y siguientes. Estas circunstancias exigen del experto financiero una preparación y un rigor crecientes para superar con éxito el reto competitivo del mercado que se manifiesta de variadas formas y suele conllevar una reducción en los márgenes de beneficio.

Como consecuencia de lo indicado en el párrafo anterior el experto financiero necesita, además de una buena preparación, un conocimiento profundo del sector financiero en el que tiene que desarrollar sus tareas; ha de estudiar a fondo los proyectos de inversión en cuanto a rentabilidad y riesgo, teniendo en cuenta las técnicas modernas de decisión, puesto que, al operar con menores márgenes de rentabilidad que en el pasado, un error o un estudio insuficiente pueden conducir a la empresa a una difícil situación. Y la faceta de inversión debe ir relacionada inseparablemente con las formas de financiación que se han diversificado internacionalmente, lo que abre un nuevo abanico de posibilidades pero también de nuevos riesgos financieros.

Otras características del momento presente son, la creciente competencia en los mercados, la reducción de márgenes y el efecto de la inflación en muchos países. Estas circunstancias plantean nuevos problemas financieros a las empresas, lo que viene a añadir niveles de incertidumbre en cuanto a la gestión de los costes de explotación, la capacidad de adaptación de los ingresos, el manteni-

miento de la competitividad, etc.; todo ello, en ocasiones, dentro de períodos de crisis económica como la actual que constituye un factor adicional de inestabilidad, lo que exige al gestor financiero prever alternativas y soluciones.

También es de destacar la tendencia hacia una mayor diversificación de productos y de localizaciones geográficas lo que implica:

- Un mayor grado de descentralización de funciones.
- Una mayor necesidad de planificación y control.

En estas tareas deben participar de forma destacada los expertos financieros.

Como conclusión, las actividades a desarrollar por la función financiera de la empresa se pueden resumir en:

- La selección de activos, con el objetivo de optimizar la relación rentabilidad-riesgo económico que se asume.
- La obtención de los recursos monetarios precisos buscando optimizar la relación coste-riesgo financiero que se asume.
- El estudio las políticas financieras más adecuadas en cuanto a la estructura del pasivo, al reparto de dividendos, las amortizaciones, la liquidez, etc., buscando el cumplimiento de los objetivos que se haya marcado la empresa.

Estos cometidos, en definitiva, son la contestación a las tres preguntas que se señalaban en el epígrafe 2 de este tema.

7. Las empresas turísticas

Dado que esta obra va dirigida también a los estudiantes del Grado en Turismo, hacemos algunas consideraciones en cuanto a aspectos particulares del turismo y de las empresas turísticas.

El turismo se puede definir como un fenómeno social que tiene un impacto económico favorable en los países receptores y consiste en el desplazamiento de personas, desde su punto de residencia fijo a otros lugares, por diversos motivos, en donde se constituye en población flotante, sin participar en los mercados de trabajo.

La OMT (Organización Mundial del Turismo) define el turismo como el «conjunto de todas aquellas actividades que se realizan durante los viajes y las estancias de personas fuera de su lugar de residencia por periodo inferior a un año realizado con motivos de ocio, negocio y otros, como los relacionados con temas de salud, religión, etc.».

La importancia de la actividad turística en las economías nacionales, en las últimas décadas, lleva a un primer plano la gestión de las empresas que operan en el sector turístico. Según datos globales de la OMT, en 2009 se produjeron cerca de 900 millones de llegadas de turistas internacionales (en todo el mun-

do), a pesar del descenso habido en los dos últimos años como consecuencia de la crisis económico-financiera y de la gripe A. Aporta en torno a 4 billones de dólares al PIB mundial y es un motor de crecimiento económico en los países receptores y da ocupación a, aproximadamente, un 8% de la población activa.

En el caso de España, que es un país eminentemente receptor de turismo, los datos son porcentualmente mayores y se estima que representa un 12% del PIB y da ocupación a alrededor del 12% de la población activa. En consecuencia, las empresas turísticas, tienen una incidencia muy importante en la economía mundial y en la española en particular.

La importancia creciente que sigue teniendo el sector turístico como motor del crecimiento económico, sobre todo en relación con las compañías turísticas que operan en el mismo, hace que su estudio sea relevante y que los directivos que trabajan en el sector tengan una formación polivalente que incluya todo lo referente al funcionamiento y a la gestión de la empresa turística.

Los tipos de empresas turísticas son muy variados y comprenden, entre otras:

- Empresas hoteleras.
- Restaurantes, bares y cafeterías.
- Agencias de viaje y operadores turísticos.
- Empresas de transporte aéreo, marítimo, ferrocarril, carretera, etc.
- Alquiler de coches sin conductor.
- Parques temáticos y de entretenimiento.
- Editoriales de libros turísticos, tiendas de recuerdos turísticos, etc.

Al observar esa relación de empresas turísticas, se entienden las importantes diferencias operativas y de gestión que debe haber entre ellas.

Las empresas turísticas tienen algunas características particulares que conviene destacar:

- La mayoría son de tamaño pequeño o mediano.
- Se enmarcan en el sector terciario (de servicios) la mayoría de ellas.
- Están sometidas al condicionante de la estacionalidad.
- El producto turístico es perecedero, caduca rápidamente y si no se consume se pierde (por ejemplo, las plazas hoteleras no ocupadas se pierden, no se pueden almacenar).
- El importante papel que desempeña el componente humano.
- Necesidad de realizar inversiones de cuantía elevada en algunos tipos de empresas.
- Se ven sometidas a los cambios en los gustos y las modas de los turistas.
- Necesidad de situarnos en unas zonas concretas donde se produce la demanda.
- Destacado papel de la intermediación en el sector.

De todo lo anterior se deduce la importancia que tiene una adecuada gestión financiera de estas empresas y también la necesidad de una adecuada formación de las personas que trabajan en el sector.

ACTIVIDADES

El alumno debe utilizar internet para buscar y comentar el organigrama:

- De una empresa industrial.
- De una empresa de servicios.

Localizar y enumerar diez empresas turísticas importantes:

- Españolas.
- Internacionales.

Se propone la lectura de la introducción y el primer capítulo de los siguientes libros que figuran en la bibliografía, con objeto de complementar lo estudiado en este tema:

- «Fundamentos de Financiación Empresarial», de Brealey y Myers.
- «Finanzas de empresa», de Pablo López y Ferruz.
- «Decisiones óptimas de inversión y financiación», de Suárez.

Se propone leer el libro: «Teoría General de los Sistemas» de Ludwig von Bertalanffy en el que describe su visión de la empresa como un sistema abierto que se desglosa en diferentes subsistemas entre los que está el financiero. Realizar un resumen crítico del mismo.

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN.

PREGUNTAS TIPO TEST

Indicar cuáles son las respuestas correctas

1.
 - a. La empresa es un entorno cerrado que no se relaciona con el exterior.
 - b. La empresa utiliza recursos humanos, técnicos y financieros.
 - c. El subsistema financiero realiza las funciones de aprovisionamiento, producción y comercialización de los productos o servicios que obtiene.
 - d. La Teoría de Sistemas la desarrolló Bertalanffy.

2. Los Centros de decisión económica son:
 - a. Los individuos y las familias.
 - b. Las empresas.
 - c. El Estado y los restantes entes públicos.
 - d. Los tres anteriores.
3. Las decisiones financieras deben dar respuesta a:
 - a. Las fuentes de financiación que deben utilizarse.
 - b. Cómo debe desarrollarse el proceso de producción.
 - c. La clase de activos que deben adquirirse, tal como señala Solomon.
 - d. Lo que han de hacer los directores financieros de acuerdo con lo que se denomina «actitud normativa».
4. El objetivo financiero de la empresa es:
 - a. Maximizar el volumen de producción.
 - b. Mejorar los canales de comercialización.
 - c. Maximizar su valor de mercado.
 - d. Aumentar el número de sucursales o agencias, de acuerdo con la Teoría de la Agencia.
5. En lo referente a la organización del departamento financiero de la empresa:
 - a. Es el mismo independientemente del tamaño de la empresa.
 - b. El *controller* se encarga de las tareas contables, presupuestarias y de control.
 - c. El *treasurer* es el que se encarga de las tareas citadas en b).
 - d. El vicepresidente financiero cumple las órdenes e instrucciones que se indican en los apartados b) y c).
6.
 - a. La globalización de la economía no afecta a la función financiera de la empresa.
 - b. La responsabilidad social empresarial no afecta a las empresas grandes.
 - c. A las empresas turísticas le afecta la estacionalidad.
 - d. Los productos turísticos se pueden almacenar para poder utilizarlos en momentos de mayor demanda.

BIBLIOGRAFÍA DEL TEMA

- AGUER, M. PÉREZ, E. y MARTÍNEZ, J. (2008): *Administración y Dirección de Empresas. Teoría y Ejercicios Resueltos*. Ed. Universitaria Ramón Areces.
- ANTICH, J. y MOYA, M. (1995): *Gestión Financiera. Edición para técnicos en empresas turísticas*. Ed. Síntesis.
- ARANDA HIPÓLITO, A. (1998): *Dirección Financiera en las empresas turísticas*. Ed. Universitaria Ramón Areces.

- ARGUEDAS, R. y NOGUERAS, M.^a T. (2007): *Planificación, Dirección y Gestión Financiera de Empresas Turísticas*. Ed. Universitaria Ramón Areces.
- BREALEY, R. A. y MYERS, S. C. (2000): *Fundamentos de Financiación Empresarial*. Ed. McGraw Hill.
- GARCÍA VILLANUEVA, R. y otros (2007): *Gestión financiera en el sector turístico: Inversión y financiación a largo plazo*. Ed. Pirámide.
- MORALES-ARCE, R. (2004): *Teoría Económica de la inversión*. Ed. Uned.
- PABLO LÓPEZ, A. de y FERRUZ, L. (2004): *Finanzas de Empresa*. Ed. Universitaria Ramón Areces.
- SESTO PEDREIRA, M. (2006): *Manual de teoría de la financiación*. Ed. Universitaria Ramón Areces.
- SUÁREZ SUÁREZ, A. (1998): *Decisiones óptimas de inversión y financiación*. Ed. Pirámide.

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN (TEST)

Preguntas	Respuestas
1	b y d
2	d
3	a y d
4	c
5	b
6	c

GLOSARIO DE TÉRMINOS

Controller: Persona encargada del área contable, presupuestaria así como del control y auditoría interna.

Decisiones económicas: Son las que abarcan los diferentes ámbitos de gestión de la empresa, tales como la producción, la organización, la comercialización, las finanzas, etc.

Decisiones financieras: Las que se centran en todo lo relacionado con la obtención y gestión del dinero y de otros recursos financieros (financiación) y de cómo se emplean (inversión).

Empresa: Es una organización que mediante la utilización de recursos humanos, técnicos y financieros, produce bienes o servicios a cambio de un precio

que le permita alcanzar sus objetivos, reponer la inversión realizada y obtener beneficio dentro de un entorno competitivo.

Responsabilidad Social Empresarial: Consiste en el compromiso que asume la empresa para contribuir al desarrollo económico sostenible a través de la colaboración con sus empleados, sus familias, la comunidad local y la sociedad, con objeto de mejorar la calidad de vida.

Subsistema directivo: Aquel que tiene como misión la toma de decisiones tendente a asegurar el logro de los objetivos del sistema mediante la configuración y el control de la organización.

Subsistema financiero: Aquel que se encarga de la obtención, la administración y el control de los recursos financieros.

Subsistema real: Aquel que comprende las funciones de aprovisionamiento, administración, producción y comercialización de los productos o servicios obtenidos.

Treasurer: Persona encargada de todo lo relacionado con la obtención y gestión de los flujos de fondos.

Segunda parte

Matemática financiera aplicada a la gestión

Esta es una parte instrumental de carácter cuantitativo, básico y fundamental para que las decisiones financieras, tanto de inversión como de financiación, se tomen con el debido rigor.

Esta parte se desarrolla en tres temas:

- En el tema 3 se estudian las bases de la valoración financiera que luego se han de aplicar en los siguientes temas al estudiar las rentas financieras y las diferentes operaciones de financiación e inversión que realizan las empresas. Aquí se establece el concepto de capital financiero, se detallan las leyes financieras que se utilizan en la práctica y se describe la forma en que se comparan y agrupan los capitales.
- En el tema 4 se estudia la valoración de rentas financieras en sus diferentes modalidades y que son de aplicación a las operaciones financieras compuestas, tanto de financiación como de inversión.
- En el tema 5 se estudian los aspectos básicos generales de las operaciones financieras que sirven para financiar a las empresas. En este tema se precisa el concepto de operación financiera, se plantea la ecuación de equivalencia que han de cumplir toda operación financiera, se detalla el concepto de saldo financiero y las diferentes formas de cálculo. Finalmente se describen los tantos efectivos y el TAE que sirven para medir la rentabilidad efectiva que obtiene el acreedor y el coste efectivo para el deudor de la operación.

TEMA 3

BASES PARA LA VALORACIÓN FINANCIERA

GUIÓN-ESQUEMA



INTRODUCCIÓN

1. Introducción

El complejo mundo económico actual se caracteriza por una fuerte tendencia a la globalización y tecnificación de los mercados, por la presencia periódica de las crisis económicas con sus secuelas de inestabilidad en los mercados y por un incremento cada vez mayor de la competitividad entre las empresas. Todo esto influye en una disminución de los márgenes de rentabilidad y en un aumento del riesgo y la incertidumbre. Por ello, las decisiones económicas y, dentro de ellas, las decisiones financieras no pueden basarse en la simple intuición del agente económico que ha de tomar la decisión.

La toma de decisiones financieras ha de basarse en el estudio cuantitativo previo de las diferentes alternativas entre las que haya que decidir; ese estudio consistirá, frecuentemente, en valorar financieramente cada una de ellas y los resultados de esa valoración, complementados con un análisis cualitativo de cada una de esas alternativas, proporcionarán al agente económico que debe decidir, los elementos necesarios en los que basar su decisión. Para que ese estudio cuantitativo se pueda realizar de una manera correcta y rigurosa, las personas encargadas de realizarlo, han de tener una base bien cimentada en los conceptos y en las técnicas de la valoración financiera.

Este módulo tiene por objetivo proporcionar las bases en las que se asienta la lógica de la valoración financiera. El objetivo de este módulo no consiste en estudiar todas las modalidades de operaciones y, por otra parte, tampoco es ese el objetivo principal. Hemos preferido prestar más atención a las bases en las que se asienta la Matemática Financiera, que al número o variedad de operaciones que se estudien, porque esas bases son de aplicación a todas las operaciones concretas que luego puedan presentarse.

Por otra parte, se han eliminado los planteamientos generales más complejos con objeto de facilitar su estudio a cualquier alumno aunque sus conocimientos previos de matemáticas no sea grandes o los tenga algo olvidados; en general es suficiente con el nivel básico adquirido en la enseñanza secundaria. Además, para facilitar la comprensión de los contenidos que se van desarrollando se ponen numerosos ejemplos a lo largo del módulo.

Finalmente, los ejercicios de autoevaluación deben ayudar al alumno a complementar y repasar los contenidos así como a conocer su grado de asimilación.

La bibliografía que se cita, tanto teórica como práctica, sirve también para complementar esa preparación en el caso de que el alumno la considere necesaria o conveniente.

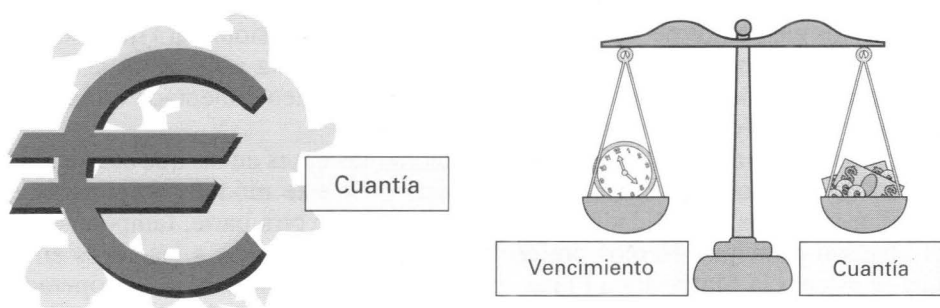
2. Valor del dinero en el tiempo

Tal como se ha indicado en el tema anterior, cuando se han de tomar decisiones financieras es preciso realizar, con carácter previo, un análisis cuantitativo detallado de las alternativas que se presentan, efectuando la valoración financiera de cada una de ellas, con objeto de proporcionar al decisor los resultados del estudio técnico en que pueda basar su elección.

La *matemática financiera* proporciona las herramientas necesarias para valorar las alternativas que puedan presentarse y facilitar así la toma de decisiones. Los instrumentos básicos que se han de analizar son:

- Los capitales.
- Las leyes financieras de valoración.
- Las operaciones financieras.

Los *capitales financieros* miden el valor de los bienes económicos y de los activos financieros en el momento en que están disponibles; en consecuencia, un capital queda determinado por su cuantía y por su momento de disponibilidad (vencimiento).



La gente de la calle suele identificar los capitales con la cuantía o dinero (expresado en unidades monetarias) sin fijarse en el momento de su disponibilidad. Sin embargo debe observarse que, por ejemplo, no es lo mismo recibir diez mil euros hoy que recibirlos dentro de cinco años. La cuantía o dinero recibido es el mismo en ambos casos pero todos los agentes económicos prefieren el primer capital al segundo. Así pues, para que un capital quede perfectamente determinado, es preciso conocer no solamente su cuantía sino también su vencimiento o momento en que está disponible.

Los capitales se anotan mediante un par ordenado de números $(C;t)$; el primer número C es la cuantía y se mide en unidades monetarias (euros, dólares, etc.) y el segundo número es el vencimiento t que se mide en años. En la figura 1 se representan gráficamente los capitales $(C_1;t_1)$ y $(C_2;t_2)$; cada uno de ellos está representado por un punto en el plano $C;t$. En la práctica, se suelen representar con la forma abreviada de la figura 2 por ser simple y ocupar menos espacio.

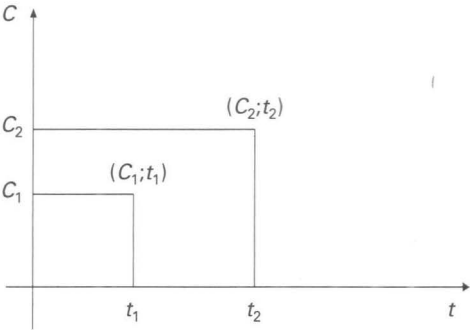


Figura 1



Figura 2

Las *operaciones financieras* consisten en el intercambio no simultáneo de capitales entre dos personas a lo largo de un horizonte temporal convenido. Su estudio se realizará en el tema 5.

En las operaciones financieras se sustituyen unos capitales por otros de manera que se establece la equivalencia financiera entre lo que se recibe y lo que se entrega. Debe observarse que no se dice que entregan las mismas cantidades, sino que entregan cantidades financieramente equivalentes. Se puede afirmar que en las operaciones financieras se intercambian capitales entre las partes de manera que en ellas se sustituye tiempo por cuantía.

Ejemplo

Un banco presta diez mil euros a un cliente y éste se compromete a devolver dentro de tres años 11.500 euros. Pues bien, los diez mil euros recibidos del banco son equivalentes a los 11.500 euros pagados por el cliente al final de esos tres años; las cuantías no son iguales pero los capitales son equivalentes.

Obsérvese que se ha sustituido tiempo por dinero: se difiere en 3 años la disponibilidad del capital a cambio de recibir una cuantía adicional de 1.500 euros.

Se denomina *interés* al precio que hay que pagar por la utilización de los capitales. En el ejemplo anterior, los intereses o precio que se paga por la disposición de los diez mil euros durante tres años es de 1.500 euros (11.500 – 10.000), diferencia entre lo recibido y lo entregado por el cliente del banco. Se observa

que el interés es también la diferencia entre el capital inicial y el capital final de la operación.

En las operaciones financieras se cumple el principio de preferencia temporal; todos los agentes económicos se comportan de acuerdo con este principio que señala: A igualdad de cuantía se prefiere el capital que tenga el vencimiento más próximo. En el ejemplo anterior se comprueba el cumplimiento de este principio porque, al ser los dos capitales equivalentes, el segundo ha de tener una cuantía mayor: $11.500 > 10.000$. El principio de preferencia temporal se conoce también como principio de subestimación de los capitales futuros respecto de los actuales de igual cuantía.

3. Leyes financieras

La comparación de capitales no se puede hacer de una manera directa e inmediata, salvo en casos particulares. Si debiéramos elegir entre los dos capitales que aparecen en la figura 1 para decidir cuál es preferible, se comprueba que, por la cuantía es preferible el segundo ya que $C_2 > C_1$, pero por el vencimiento es preferible el primero, ya que $t_1 < t_2$; por lo tanto, no estamos en condiciones de afirmar cual de los dos es preferible. La comparación ha de hacerse de una forma indirecta¹ utilizando unas expresiones matemáticas que se denominan leyes financieras de valoración.

Las leyes financieras son, por lo tanto, expresiones matemáticas que se utilizan para desplazar capitales en el tiempo y poder así comparar y agrupar capitales. Las leyes financieras de valoración se pueden agrupar en dos clases:

- *Leyes de capitalización*: Se utilizan cuando hay que desplazar capitales actuales hacia el futuro. El capital futuro equivalente se denomina *montante* y el incremento que se produce (diferencia entre el montante y el capital inicial) se denomina *interés* o intereses
- *Leyes de descuento*: Se utilizan cuando hay que desplazar capitales futuros hacia el presente. El capital equivalente en el momento actual se denomina *valor descontado* o *valor actual* y la disminución que se produce al adelantar la disponibilidad del capital se denomina *descuento*.

Cuando la operación es a corto plazo se utilizan leyes simples:

- La capitalización simple.
- El descuento simple comercial.
- El descuento simple racional o descuento matemático.

¹ En la vida cotidiana se están efectuando continuamente mediciones o comparaciones de forma indirecta. Por ejemplo, si se han de comparar pesos no se hace directamente sino que se utiliza una báscula o balanza; para comparar temperaturas se utiliza un termómetro; para comparar longitudes se utiliza una regla o una cinta métrica, etc. Análogamente, para comparar capitales se utiliza un instrumento matemático que se denomina ley financiera de valoración.

Cuando la operación es a largo plazo se utilizan leyes compuestas:

- La capitalización compuesta.
- El descuento compuesto.

Todas estas leyes financieras proporcionan la cuantía equivalente a una unidad monetaria. A continuación se van a describir las características mas destacadas de cada una de ellas.

3.1. Capitalización simple

La capitalización simple tiene la forma $I + i \cdot t$ e indica en cuanto se transforma una unidad monetaria del momento actual al desplazarla hacia el futuro t periodos. El parámetro i mide el incremento por unidad de cuantía y por unidad de tiempo; se le denomina tanto o tipo de interés anual y en la fórmula se anota en tanto por uno. Dado que ha de cumplirse el principio de preferencia temporal, i ha de ser positivo ($i > 0$). El tiempo t se anota en años.

La capitalización simple se caracteriza porque el interés que produce un capital es directamente proporcional a la cuantía y al tiempo que ha estado colocado. Esta ley financiera se utiliza en operaciones a corto plazo (de duración menor o igual a un año).

El montante ($C_t; t$) es el capital equivalente en t al capital inicial ($C_0; 0$). También es la suma de la cuantía inicial y los intereses:

$$C_t = C_0(1 + i \cdot t) = C_0 + I$$

* C_t es la cuantía que recibirá el acreedor cuando haya transcurrido el tiempo t por haber colocado las C_0 unidades monetarias al tipo de interés anual i . Esquemáticamente se representa así:



En esta expresión matemática:

- C_0 es la cuantía del capital que se coloca en la operación financiera.
- i es el tanto o tipo de interés anual tal como se ha indicado anteriormente. Se suele decir que i mide el precio del dinero y se suele expresar en tanto por ciento, aunque en la fórmula se anota en tanto por uno; por ejemplo, si $i = 6\%$ significa que por la colocación de 100 euros a plazo de un año, se obtendrán unos intereses de 6 euros y, por cada unidad monetaria, 0,06 euros = 6 céntimos.
- t es el tiempo que dura la colocación y se mide en años.

El interés es el incremento que experimenta el capital y se obtiene:

$$I = C_t - C_0 = C_0 \cdot i \cdot t$$

Ejemplo

Un ahorrador coloca hoy 4.000 euros al 5% anual durante medio año. Calcular el montante y los intereses que recibirá.

Solución:

El montante es: $M = 4.000 \cdot (1 + 0,05 \cdot \frac{1}{2}) = 4.100 \text{ €}$

Los intereses son: $I = 4.100 - 4.000 = 4.000 \cdot 0,05 \cdot \frac{1}{2} = 100 \text{ €}$

Dado que i es el tanto o tipo de interés referido a periodos anuales, si el tiempo t se midiera en meses la expresión anterior habría que dividirla entre 12 y, si el tiempo se midiera en días, habría que dividirla entre 365 para que, en ambos casos, el tiempo quede expresado como fracción de año. En el caso de medir el tiempo en días es frecuente utilizar el año comercial o bancario de 360 días. Las expresiones a aplicar en estos casos son:

$$I = C \cdot i \cdot t = \frac{C \cdot i \cdot k}{12} = \frac{C \cdot i \cdot n}{365} \text{ o bien } I = \frac{C \cdot i \cdot n}{360}$$

En ellas, t es el número de años, k el número de meses y n número de días que dura la operación.

Si en las expresiones anteriores se desea anotar el tipo de interés en tanto por ciento habrá que dividir entre 100 para que la ecuación no se modifique. Las expresiones se anotarían ahora así:

$$I = \frac{C \cdot i \cdot t}{100} = \frac{C \cdot i \cdot k}{1.200} = \frac{C \cdot i \cdot n}{36.500} \text{ o bien } I = \frac{C \cdot i \cdot n}{36.000}$$

Ejemplo

Calcular los intereses y el montante que produce un capital de diez mil euros que se coloca al 6% anual durante: a) Un año; b) Tres meses; c) 120 días (utilizar en este último caso el año comercial de 360 días).

Solución:

$$\text{a) } I = 10.000 \cdot 0,06 \cdot 1 = 600 \text{ €} \quad \Rightarrow \quad C_1 = 10.000 + 600 = 10.600 \text{ €}.$$

$$\text{b) } I = \frac{10.000 \cdot 0,06 \cdot 3}{12} = 150 \text{ €} \quad \Rightarrow \quad C_1 = 10.000 + 150 = 10.150 \text{ €}$$

$$\text{c) } I = \frac{10.000 \cdot 0,06 \cdot 120}{360} = 200 \text{ €} \quad \Rightarrow \quad C_1 = 10.000 + 200 = 10.200 \text{ €}$$

El tiempo se mide usualmente en años, pero a veces, como en el caso de las operaciones a corto plazo, interesa medir el tiempo en unidades más pequeñas como el semestre, el trimestre, el mes, etc. En este caso, el tanto i anual se ha de sustituir por su equivalente i_m siendo m el número de partes en que se divide el año; los valores más usuales de m son:

- $m = 2$, (el año dividido en dos partes = semestres), el rédito semestral se anota: i_2
- $m = 4$, (el año dividido en cuatro partes = trimestres), el rédito trimestral se anota: i_4
- $m = 12$, (el año dividido en doce partes = meses), el rédito mensual se anota: i_{12} .

La relación, que ha de existir entre i e i_m para que la equivalencia no se modifique, es:

$$i = m \cdot i_m \Rightarrow i_m = \frac{i}{m}$$

Nota: Para evitar confusiones, al tipo de interés anual se le denomina tanto, pero cuando los periodos no son anuales se le suele denominar rédito.

Ejemplo:

Dado un tipo de interés anual del 6%, calcular los tipos de interés semestral, trimestral y mensual equivalentes.

Solución:

$$i_2 = \frac{6}{2} = 3\%; \quad i_4 = \frac{6}{4} = 1,5\%; \quad i_{12} = \frac{6}{12} = 0,5\%$$

3.2. Capitalización compuesta

La capitalización compuesta se caracteriza porque los intereses que produce un capital se suman al capital inicial para producir nuevos intereses. A esta ley financiera se la conoce también como interés compuesto y se utiliza en operaciones a largo plazo (con duración mayor que un año).

Su expresión matemática es $(1 + i)^t$ y significa que una unidad monetaria de hoy se convierte en $(1 + i)^t$ dentro de t años. En esta expresión es:

- i el tanto o tipo de interés anual, que se anota en tanto por uno y ha de ser positivo para que se cumpla el principio de preferencia temporal ($i > 0$)
- t el tiempo en años.

El montante C_t y los intereses I que se obtienen al aplicar esta ley financiera son:

$$C_t = C_0 \cdot (1 + i)^t \Rightarrow I = C_t - C_0 = C_0 [(1 + i)^t - 1]$$

Ejemplo

Un ahorrador coloca hoy 4.000 euros al 5% anual durante 6 años. Calcular el montante y los intereses que recibirá.

Solución:

El montante es: $M = 4.000 \cdot 1,05^6 = 5.360,38 \text{ €}$

Los intereses son: $I = 5.360,38 - 4.000 = 1.360,38 \text{ €}$

Tantos equivalentes en capitalización compuesta

Usualmente, el tanto i y el tiempo t van referidos a periodos anuales, pero, al igual que se ha indicado en capitalización simple, el tiempo también puede medirse en otras unidades tales como semestres, trimestres, meses, etc.; en estos casos el tipo de interés se anota como i_2 , i_4 , i_{12} , y en general como i_m . La relación que existe entre el tanto anual i y los réditos i_m es la siguiente:

$$1 + i = (1 + i_m)^m \Rightarrow \begin{cases} 1 + i = (1 + i_m)^m - 1 \\ i_m = (1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1 \end{cases}$$

Al tanto i se le denomina **tanto efectivo anual** y a i_m rédito del subperiodo, ya que m indica el número de partes en que se divide el año. Así, cuando $m = 2$ se trata de periodos semestrales (el año dividido en dos partes); cuando $m = 4$ se trata de periodos trimestrales; cuando $m = 12$, de periodos mensuales, etcétera. La proyección aritmética del rédito i_m al año se denomina **tanto nominal** de frecuencia m y se anota como j_m , verificándose:

$$j_m = m \cdot i_m \Leftrightarrow i_m = \frac{j_m}{m}$$

Comentario: El Banco de España, en su Circular 8/90 sobre «Transparencia de las Operaciones y Protección de la Clientela», exige que en los contratos bancarios figure el tanto nominal que se aplica a la liquidación de intereses (norma 6ª.6.a) así como el tanto efectivo anual equivalente (TAE) (norma 8ª.1). Las fórmulas a aplicar para su cálculo son las indicadas anteriormente. Esta Circular puede consultarse en la página web del Banco de España: www.bde.es

Ejemplo

Un ahorrador ha colocado diez mil euros en el banco X, por un plazo de tres años. Obtener el montante que retirará y los intereses que le ha producido esa colocación en los casos:

- Se aplica un tipo de interés del 6% anual
- Se aplica un tipo de interés del 1,5% trimestral.
- En el caso del apartado b) calcular el tanto nominal y el tanto efectivo.

Solución:

- El 6% es igual a un 0,06 por unidad.

$$C_3 = 10.000 \cdot 1,06^3 = 11.910,16 \text{ €} \Rightarrow I = C_3 - C_0 = 1.910,16 \text{ €}$$

- En este caso el rédito trimestral es $i_4 = 1,5\%$ por lo que se utiliza como unidad de tiempo el trimestre y $t = 3 \cdot 4 = 12$ trimestres.

$$C_3 = 10.000 \cdot 1,015^{12} = 11.956,18 \text{ €} \Rightarrow I = C_3 - C_0 = 1.956,18 \text{ €}$$

- El tanto nominal j_4 y el tanto efectivo i , conocido el rédito trimestral i_4 se obtienen:

$$j_4 = 4 \cdot 1,5 = 6\%; i = 1,015^4 - 1 = 0,06136355 \text{ (6,136\%)}$$

3.3 Descuento comercial

Como se ha indicado anteriormente, las leyes de descuento se aplican cuando se desea sustituir un capital futuro (C_t) por su equivalente en el momento actual (C_0). La cuantía C_0 se denomina *valor descontado* o valor actual y la diferencia: $C_t - C_0 = D$ es el *descuento* efectuado o precio que se paga por adelantar la disponibilidad del capital (C_t ; t) hasta el momento actual. Se verifica que la suma del valor descontado y el descuento es igual a C_t :

$$C_0 + D = C_t$$

Debe observarse que el concepto de descuento es análogo al de interés pero de signo contrario, porque el interés es el capital que se cobra por prestar un capital durante el tiempo t mientras que en el descuento es el capital que se paga por adelantar la disponibilidad (generalmente para obtener liquidez); por eso se recibe una cuantía menor. Por ejemplo, si se trata de una letra de cambio de nominal diez mil euros a cobrar dentro de tres meses, que se descuenta en el banco y se reciben ahora 9.500 euros, esta cuantía es el valor descontado de la letra y la diferencia (500 euros) es el descuento que se ha de pagar por adelantar su disponibilidad.

La expresión matemática de la ley de descuento comercial es $1 - d \cdot t$, y significa que una unidad monetaria de dentro de t años vale hoy $1 - d \cdot t$; d es el tanto de descuento anual que se anota en tanto por uno y ha de ser positivo de acuerdo con el principio de preferencia temporal ($d > 0$) y t mide, en años, el tiempo que transcurre hasta el vencimiento del capital C_t .

Las expresiones para obtener el valor descontado (C_0) y el descuento efectuado (D) son las siguientes:

$$C_0 = C_t \cdot (1 - d \cdot t) = C_t - D \text{ y } D = C_t \cdot d \cdot t$$

Si el tiempo se mide en meses, la expresión anterior habría que dividirla entre 12, y si el tiempo se mide en días habría que dividirla entre 365 (aunque es frecuente utilizar el año comercial o bancario de 360 días) en forma análoga a como se hizo en capitalización simple.

Los tantos i de capitalización simple y d de descuento comercial no son equivalentes. La relación que ha de existir entre ellos para que sean equivalentes es la siguiente:

$$(1 - d \cdot t) \cdot (1 + i \cdot t) = 1 \Rightarrow d = \frac{i}{1 + i \cdot t} \text{ o bien } i = \frac{d}{1 - d \cdot t}$$

La ecuación indica que, si una unidad monetaria del momento t se descuenta al tanto d y luego se capitaliza al tanto i , el resultado ha de ser igual a la unidad monetaria inicial. Se observa que i ha de ser mayor que d para que ambos tantos sean equivalentes.

Ejemplo

Una letra de 20.000 euros se ha de cobrar a su vencimiento dentro de 90 días. Se acuerda adelantar su disponibilidad al momento actual aplicando el descuento comercial al 9% anual. Sabiendo que se utiliza el año bancario de 360 días, obtener:

- a) El descuento efectuado y el valor descontado.
- b) El tanto equivalente en capitalización simple.

Solución:

- a) El descuento efectuado y el valor descontado son, respectivamente:

$$D = \frac{20.000 \cdot 0,09 \cdot 90}{360} = 450 \text{ €} \Rightarrow C_0 = 20.000 - 450 = 19.550 \text{ €}.$$

El tanto i de capitalización simple, equivalente, es:

$$i = \frac{0,09}{1 - 0,09 \cdot \frac{90}{360}} = 0,920716 \text{ (9,2071611253\%)}$$

Obsérvese que el tiempo t va expresado en años: $90/360$. Por otra parte, si se capitaliza C_0 a este tanto i se obtiene el nominal de la letra:

$$19.550 \cdot \left(1 + \frac{0,0920716 \cdot 90}{360} \right) = 20.000 \text{ €}$$

3.4. Descuento racional

Esta ley financiera es la inversa de la capitalización simple por lo que su expresión matemática es:

$$\frac{1}{1 + i \cdot t}$$

El parámetro i es el tanto de capitalización simple y solo toma valores positivos tal como se ha indicado al estudiar esa ley financiera. Significa que una unidad monetaria de dentro de t años se convierte en $1/(1 + i \cdot t)$ a fecha de hoy.

Si, en la ecuación del montante en capitalización simple, se despeja C_0 se obtiene el valor descontado, y al restar $C_t - C_0$ se obtiene el descuento efectuado D_r .

$$C_0 = \frac{C_t}{1+i \cdot t} \quad \text{y} \quad D_r = C_t - C_0 = \frac{C_t \cdot i \cdot t}{1+i \cdot t}$$

En las ecuaciones anteriores el tiempo t viene en años y el tipo de interés en tanto por ciento. Si el tiempo se anotase en días, en las ecuaciones se sustituiría t por $n/360$ en el caso de que se utilice el año comercial o bancario.

$$C_0 = \frac{C_t}{1 + \frac{i \cdot n}{360}} \quad \text{y} \quad D_r = C_t - C_0 = \frac{C_t \cdot i \cdot \frac{n}{360}}{1 + i \cdot \frac{n}{360}}$$

Esta ley financiera se aplica usualmente en operaciones a corto plazo en los países de Europa central, mientras que en los países latinos lo usual es aplicar el descuento comercial.

Ejemplo

Con los datos del ejemplo anterior: Una letra de 20.000 euros a cobrar dentro de 90 días, al 9% anual. Se acuerda adelantar su disponibilidad al momento actual pero aplicando ahora el descuento racional. Obtener el valor descontado y el descuento efectuado.

Solución:

- a) El valor descontado y el descuento efectuado son, respectivamente

$$C_0 = \frac{20.000}{1 + \frac{0,09 \cdot 90}{360}} = 19.599,90 \text{ €}$$

$$D = 20.000 - 19.599,90 = 440,10 \text{ €}$$

3.5. Descuento compuesto

Esta ley financiera es la inversa de la capitalización compuesta y se utiliza en operaciones a largo plazo cuando hay que valorar capitales futuros en el momento actual. Su expresión matemática es:

$$\frac{1}{(1+i)^t} = (1+i)^{-t}$$

El parámetro i es el tanto de capitalización compuesta y solo toma valores positivos tal como se ha indicado al estudiar esa ley financiera. Significa que una unidad monetaria de dentro de t años se convierte en $(1+i)^{-t}$ a fecha de hoy.

El valor descontado se obtiene despejando C_0 en la ecuación del montante en capitalización compuesta. La diferencia $C_t - C_0$ es el descuento efectuado.

$$C_0 = \frac{C_t}{(1+i)^t} \quad \text{y} \quad D_c = C_t - C_0 = C_t \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^t}\right)$$

Ejemplo

Obtener el valor descontado y el descuento efectuado a un capital de doscientos cincuenta mil euros que vence dentro de 3 años sabiendo que se aplica la ley financiera de descuento compuesto a un tanto anual $i = 10\%$.

Solución:

a) El valor descontado y el descuento efectuado son:

$$C_0 = \frac{250.000}{1,1^3} = 187.828,70$$

$$D = 250.000 - 187.828,70 = 62.171,30$$

4. Comparación de capitales

Para la toma de decisiones financieras es preciso comparar las diferentes alternativas que se presentan. Cada alternativa suele venir medida por un capital y , por ello, la comparación de alternativas se concreta, frecuentemente, en la comparación de los capitales que miden esas alternativas.

Tal como se ha señalado en el epígrafe 2, si los capitales que se comparan tienen diferentes cuantías y vencimientos no se pueden comparar de una manera directa e inmediata; por **ejemplo**, si se han de comparar diez mil euros disponibles hoy o doce mil euros disponibles dentro de cuatro años no se puede afirmar cual de los dos es preferible ya que, si bien por la cuantía es preferible el segundo, por el vencimiento es preferible el primero; en estos casos es preciso compa-

rarlos de una forma indirecta, hallando sus equivalentes o sustitutos en un mismo momento o fecha de comparación, de manera que al tener el mismo vencimiento bastará con comparar sus cuantías. Para hallar esas cuantías equivalentes se ha de utilizar una ley financiera y en el epígrafe anterior se han descrito las leyes que se utilizan en la práctica.

En consecuencia, para comparar capitales es preciso fijar previamente:

- La ley financiera de valoración que se va a utilizar.
- La fecha en la que se va a realizar la comparación.

Al efectuar la comparación de dos capitales puede resultar que sean:

- Equivalentes, o que
- Uno sea preferido al otro.

Surgen por ello los conceptos de equivalencia y ordenación de capitales. También es necesario, en otras ocasiones, sustituir varios capitales por uno que sea la suma de todos ellos; aparece así el concepto de suma financiera de capitales.

4.1. *Equivalencia de capitales*

Dos capitales son equivalentes cuando, valorados en la fecha en la que se efectúa la comparación y con la ley financiera previamente pactada, tienen la misma cuantía. Si la ley financiera es de descuento, tienen el mismo valor descontado y, si la ley es de capitalización, tienen el mismo montante.

Es frecuente efectuar la comparación en la fecha en la que se ha de tomar la decisión, esta fecha corresponde al valor actual por ser el momento en el que estamos situados y en el que se están valorando capitales futuros; en este caso se utilizan leyes de descuento y se hallan los valores descontados (también llamados valores actuales) de los capitales a comparar. Cuando los valores descontados son iguales se puede afirmar que ambos capitales son equivalentes; Si se anota con V_0^1 el valor descontado del primer capital y con V_0^2 el valor descontado del segundo, se ha de verificar que:

$$V_0^1 = V_0^2$$

En otras ocasiones la comparación ha de efectuarse en un momento posterior al vencimiento de los capitales como, por ejemplo, a final del año; en este caso se utilizan leyes de capitalización y los montantes de esos capitales han de ser iguales para que dichos capitales sean equivalentes. Si se anota con V_t^1 el montante del primer capital y con V_t^2 el montante del segundo, se ha de verificar que:

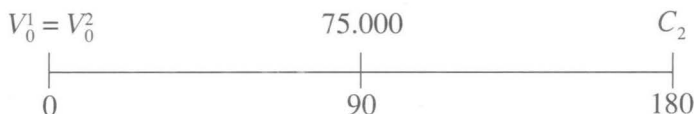
$$V_t^1 = V_t^2$$

Ejemplo

Se ha de pagar una letra de cambio de 75.000 euros dentro de 90 días y se acuerda sustituirla por otra equivalente a pagar dentro de 180 días por adaptarse mejor a las circunstancias económicas del deudor. ¿Cuál será la cuantía de esta nueva letra? Para la valoración se acuerda aplicar la ley de descuento comercial a un tanto $d = 10\%$ con referencia a la fecha de hoy (se utiliza el año comercial).

Solución:

El esquema gráfico es:



El valor descontado de la primera letra es:

$$V_0^1 = 75.000 \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{90}{360}\right) = 73.125 \text{ €}$$

La cuantía de la segunda letra (C_2) ha de ser tal que su valor descontado V_0^2 coincida con V_0^1

$$V_0^2 = 73.125 = C_2 \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{180}{360}\right) \Rightarrow C_2 = 76.973,68 \text{ €}$$

En conclusión, con esa ley financiera, resulta indiferente recibir 75.000 euros dentro de 90 días que recibir 76.973,68 euros dentro de 180 días porque ambos capitales son equivalentes.

4.2. Ordenación de capitales

Dados dos capitales y una ley financiera de valoración, es preferible el que tenga mayor cuantía en la fecha de comparación. Cuando se comparan varios capitales se establecerá el orden de preferencia entre ellos ordenando, de mayor a menor, las cuantías obtenidas.

Análogamente a lo indicado en el caso de equivalencia, es frecuente efectuar la comparación en el momento actual calculando los valores descontados y si

resulta que $V_0^1 > V_0^2$ entonces el primer capital es preferido al segundo y si resulta que $V_0^1 < V_0^2$ el segundo es preferido al primero.

Ejemplo

Para cobrar un trabajo realizado se puede elegir entre recibir 10.000 euros hoy (es decir, al contado) o bien 10.500 dentro de 180 días. Se desea saber cual de los dos es preferible si se valoran con la ley de descuento comercial a un tanto $d = 10\%$ con referencia a la fecha de hoy (se utiliza el año comercial).

Solución:

El valor descontado de la primera alternativa V_0^1 son los 10.000 euros porque, al ser $t = 0$, no hay días de descuento.

$$V_0^1 = 10.000$$

$$V_0^2 = 10.500 \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{180}{360} \right) = 9.975$$

En consecuencia, al ser $V_0^1 > V_0^2$ la primera alternativa es preferible a la segunda.

5. Suma financiera de capitales

En las operaciones financieras surge frecuentemente la necesidad de sustituir varios capitales por un único capital que sea equivalente a todos ellos. Es el caso, por ejemplo, en que se desea sustituir el pago de varias letras de cambio con diferentes vencimientos por una sola que sea equivalente a las primeras, o el caso de un plan de pensiones en el que se van efectuando aportaciones periódicamente para retirar el montante obtenido en el momento de la jubilación. Estas operaciones se conocen como suma financiera de capitales.

También es necesario a veces realizar la operación contraria, es decir, se ha de sustituir un capital por varios de manera que se adecúen mejor a la capacidad económica del deudor. Es el caso, por ejemplo, de las operaciones de amortización en las que el capital prestado se ha de amortizar mediante un conjunto de pagos sucesivos a lo largo de un intervalo temporal convenido; en este caso se conoce el capital prestado y hay que calcular las cuantías de esos pagos sucesivos. Esta operación que es el caso opuesto a la suma financiera de capitales se denomina *desdoblamiento de capitales*.

La suma financiera es diferente de la suma aritmética. El capital suma no es la suma aritmética de los capitales sumandos, ya que estos tienen diferentes ven-

cimientos y, por lo tanto, no son magnitudes homogéneas, de acuerdo con el principio de preferencia temporal. El capital suma es la suma aritmética de las cuantías equivalentes a las de los capitales sumandos en la fecha en que se efectúa la suma.

Si la ley financiera es de descuento se ha de verificar que el valor descontado de la suma sea igual a la suma de los valores descontados de los sumandos. Si la ley financiera es de capitalización se ha de verificar que el montante de la suma sea igual a la suma de los montantes de los sumandos. Por ejemplo, si la ley financiera es el descuento comercial se ha de verificar:

$$C \cdot (1 - d \cdot t) = C_1 \cdot (1 - d \cdot t_1) + C_2 \cdot (1 - d \cdot t_2)$$

La incógnita puede ser la cuantía C_0 o bien el vencimiento t del capital suma. Al dar un valor a una de ellas se obtiene la otra.

Un caso particular muy utilizado en el corto plazo, cuando se aplica el descuento comercial o la capitalización simple, es el denominado **vencimiento medio** consistente en exigir que la cuantía del capital suma sea precisamente la suma aritmética de los capitales sumandos, es decir que $C = C_1 + C_2$ por lo que la incógnita es el vencimiento t . La expresión que permite obtener t^2 es:

$$t = \frac{C_1 \cdot t_1 + C_2 \cdot t_2}{C_1 + C_2}$$

Este caso se utiliza frecuentemente en las operaciones a corto plazo. Se observa que t es la media ponderada de los vencimientos t_1 y t_2 siendo los pesos de ponderación las cuantías C_1 y C_2 .

RESUMEN DEL TEMA

- Los capitales miden el valor de los bienes y servicios en el momento en que están disponibles.
- Los capitales quedan definidos por su cuantía, expresada en unidades monetarias y por su vencimiento o momento de su disponibilidad.
- En las operaciones financieras se intercambian capitales a lo largo de un plazo temporal fijado que es la duración de la operación.
- Para trasladar capitales de un momento a otro se utilizan unas expresiones matemáticas que se denominan leyes financieras de valoración.
- Cuando se desplazan capitales hacia el futuro se utilizan leyes de capitalización. Para corto plazo (hasta un año), se utiliza usualmente la capitaliza-

² La obtención de esta expresión puede consultarse en Pablo, A. de, *Valoración Financiera*, pág. 46.

ción simple y para el largo plazo (más de un año), la capitalización compuesta.

- Cuando se desplazan capitales desde el futuro hacia el presente se utilizan leyes de descuento. Para corto plazo se utiliza el descuento comercial o el descuento racional y para el largo plazo, el descuento compuesto.
- En capitalización y en descuento compuesto es importante distinguir claramente entre el tanto efectivo y tanto nominal de frecuencia m .
- Para tomar decisiones financieras se han de comparar previamente las alternativas que se presentan con objeto de establecer su orden de preferencia y cuales de ellas son equivalentes.
- La comparación de capitales se realiza en una misma fecha y utilizando una ley financiera previamente acordada. Cada alternativa viene medida por un capital referido a la fecha en la que se realiza la comparación.
- Dos capitales son equivalentes cuando, valorados en la fecha de comparación fijada y con la ley financiera previamente pactada, tienen la misma cuantía.
- Dados dos capitales y una ley financiera de valoración, es preferible el que tenga mayor cuantía en la fecha de comparación. Cuando se comparan varios capitales se establecerá el orden de preferencia entre ellos ordenando, de mayor a menor, las cuantías obtenidas.
- Con la suma financiera se sustituyen varios capitales por uno equivalente a todos ellos de acuerdo con la ley financiera elegida.
- El caso opuesto al anterior es el desdoblamiento de capitales, que consiste en sustituir el capital suma por varios capitales sumandos.
- Un caso particular de la suma financiera es el vencimiento medio en el que, la cuantía del capital suma es igual a la suma aritmética de los capitales sumandos.

ACTIVIDADES

Dado que este tema requiere aprender bien los conceptos básicos de la valoración financiera, porque se aplicarán en los siguientes, se propone al estudiante la realización de ejercicios prácticos adicionales.

Para ello, se recomienda utilizar los libros que se indican en la bibliografía, parte práctica. Como los libros citados en dicha bibliografía tienen las soluciones a los ejercicios propuestos, el procedimiento que debe seguirse consiste en tratar de resolverlos sin mirar previamente las soluciones y, una vez resueltos, se comprueba si el planteamiento y el resultado son correctos. Si no lo son, se han de analizar cuales son los errores cometidos para corregirlos en los siguientes.

Se recomienda continuar resolviendo ejercicios en tanto el propio alumno observe que no acaba de entender correctamente la lógica de la valoración financiera.

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. Un ahorrador ha colocado doscientos mil euros al 6% anual durante 120 días, obtener el montante que recibirá y los intereses que le ha producido esa colocación. Nota: Se utiliza la capitalización simple y el año bancario de 360 días.
2. Una persona dispone hoy de un capital de 100.000 euros. Una parte la coloca al 6,5% anual y el resto al 1,5% trimestral. Al cabo de 5 años el montante es 136.079,40 euros. Obtener ambas cuantías sabiendo que se aplica la capitalización compuesta.
3. Una letra de cambio de diez mil euros que vence dentro de 90 días se descuenta hoy en el banco Z; el banco aplica el descuento comercial al 12% anual. Sabiendo que se utiliza el año comercial de 360 días se pregunta:
 - a) Obtener el valor descontado y el descuento efectuado.
 - b) Resolver el apartado a) en el caso de que se hubiera aplicado la ley financiera de descuento racional al mismo tipo del 12% anual y comparar los resultados.
4. Se ha de pagar una letra de 20.000 euros que vence dentro de 50 días pero el deudor, al comprobar que no tendrá liquidez en esa fecha, solicita sustituirla por otra equivalente a pagar dentro de 125 días. Si se aplica la ley de descuento comercial a un tanto del 9% anual, determinar la cuantía de la nueva letra (se utiliza el año comercial de 360 días).
5. El día 5 de marzo, se acuerda sustituir dos efectos comerciales, el primero de 4.000 euros que vence dentro de dos meses y el segundo de 6.000 euros que vence dentro de 7 meses por otro único con vencimiento dentro de 4 meses. Calcular la cuantía del capital suma si se utiliza la ley de descuento comercial al 10% anual.
6. En el caso de que los dos efectos del ejercicio anterior, se sustituyesen por uno de acuerdo con la regla del vencimiento medio, obtener su cuantía y su vencimiento.

BIBLIOGRAFÍA

Teoría:

- GIL PELÁEZ, L. (1987): *Matemática de las Operaciones Financieras*. Madrid. AC.
- GONZÁLEZ CATALÁ, V. T. (1992): *Análisis de las Operaciones Financieras, Bancarias y Bursátiles*. Madrid. Ed. Ciencias Sociales.
- PABLO LÓPEZ, A. de (2002): *Valoración Financiera*. Ed. Universitaria Estudios Ramón Areces. Madrid.
- RUIZ AMESTOY, J. M. (1993): *Matemática Financiera*. Madrid. Ed. Centro de Formación del Banco de España.

Práctica:

FUENTE SÁNCHEZ, D. de la (2006): *Ejercicios de valoración financiera*. Ed. Universitaria Ramón Areces.

GONZÁLEZ CATALÁ, V. T. (1991): *Enfoque práctico de las Operaciones de la Matemática Financiera*. Madrid. Ed. Ciencias Sociales.

PABLO LÓPEZ, A. de (2001): *Manual Práctico de Matemática Comercial y Financiera*. Madrid. Ed. Universitaria Ramón Areces.

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. Se aplica lo estudiado en el epígrafe 3.1. Los intereses son:

$$I = \frac{200.000 \cdot 0,06 \cdot 120}{360} = 4.000$$

El montante es:

$$C_t = C_0 + I = 200.000 + 4.000 = 204.000 \text{ €}$$

2. Se aplica lo estudiado en el epígrafe 3.2.

Sea C_1 la cuantía que coloca al 6,5% y C_2 la cuantía que coloca al 1,5% trimestral. Se verifica:

$$\left. \begin{array}{l} C_1 + C_2 = 100.000 \text{ y} \\ C_1 \cdot 1,065^5 + C_2 \cdot 1,015^{20} = 136.079,40 \end{array} \right\} \begin{array}{c} \text{Sistema de dos ecuaciones} \\ \text{y dos incógnitas} \end{array}$$

Al ser $C_2 = 100.000 - C_1$ la segunda ecuación queda en la forma:

$$C_1 \cdot 1,065^5 + (100.000 - C_1) \cdot 1,015^{20} = 136.079,40$$

Se trata de una sola ecuación con una incógnita. Una vez resuelta, se obtiene:

$$C_1 = 60.000 \text{ € y } C_2 = 40.000 \text{ €}$$

(Debe observarse que 5 años son 20 trimestres).

3. a) Se aplica lo estudiado en el epígrafe 3.3.

$$C_0 = 10.000 \cdot \left(1 - \frac{0,12 \cdot 90}{360} \right) = 9.700$$

y el descuento efectuado es:

$$D = 10.000 - 9.700 = 300 \text{ €}$$

b) Se aplica lo estudiado en el epígrafe 3.4.

$$C_0 = \frac{10.000}{1 + \frac{0,12 \cdot 90}{360}} = 9.708,74 \quad \text{y} \quad D_r = 10.000 - 9.708,74 = 291,26$$

Se observa que, para el mismo tanto (12%) la ley de descuento comercial descuenta mas (300 euros) que la ley de descuento racional (291,26 euros).

4. Se aplica lo estudiado en el epígrafe 4.2. Han de coincidir los valores descontados de ambas letras.

$$V_0^1 = 20.000 \cdot \left(1 - 0,09 \cdot \frac{50}{360} \right) = 19.750$$

$$V_0^2 = C_2 \cdot \left(1 - 0,09 \cdot \frac{125}{360} \right) = 0,96875 \cdot C_2$$

Dado que

$$V_0^1 = V_0^2 \Rightarrow 19.750 = 0,96875 C_2 \Rightarrow C_2 = 20.387,10 \text{ €}$$

5. El esquema gráfico de esta operación es:



La ecuación para obtener la cuantía del capital suma es:

$$C \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{4}{12} \right) = 4.000 \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{2}{12} \right) + 6.000 \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{7}{12} \right) \Rightarrow$$

$$C \cdot 0,96 = 3.933,33 + 5.650 \Rightarrow C = 9.913,79$$

6. La cuantía del capital suma es:

$$C = 4.000 + 6.000 = 10.000 \text{ €}$$

Y el vencimiento medio es:

$$t = \frac{4.000 \cdot 2 + 6.000 \cdot 7}{4.000 + 6.000} = 5 \text{ meses}$$

GLOSARIO DE TÉRMINOS

- Capital financiero:** Mide el valor de los bienes económicos y de los activos financieros en el momento en que están disponibles; queda determinado por su cuantía y por su momento de disponibilidad (vencimiento).
- Capitalización compuesta:** Es una ley financiera que se caracteriza porque los intereses que produce un capital se suman al capital inicial para producir nuevos intereses. Esta ley financiera también se la conoce como interés compuesto y se utiliza en operaciones a largo plazo (mayores que un año).
- Capitalización simple:** Es una ley financiera que se caracteriza porque el interés que produce un capital es directamente proporcional a la cuantía y al tiempo que ha estado colocado. Se utiliza en operaciones a corto plazo (de duración menor o igual a un año).
- Comparación de capitales:** Se realiza para poder decidir el orden de preferencia entre ellos, o, en su caso, si son equivalentes.
- Descuento:** Es el precio que se ha de pagar por adelantar la disponibilidad de un capital futuro hasta el momento actual.
- Descuento comercial:** Es una ley financiera que se caracteriza porque el descuento que se aplica a un capital es directamente proporcional a la cuantía y al tiempo que ha estado colocado. Se utiliza en operaciones a corto plazo.
- Descuento compuesto:** Es una ley financiera inversa de la capitalización compuesta y se utiliza en operaciones a largo plazo cuando hay que valorar capitales futuros.
- Descuento racional:** Es una ley financiera inversa de la capitalización simple.
- Desdoblamiento de capitales:** Tiene por objeto sustituir un capital suma por varios capitales sumandos. Es la operación opuesta a la suma.
- Interés o intereses:** Es el precio que hay que pagar por la utilización de los capitales. Es también la diferencia entre el capital inicial y el capital final (o montante) de la operación.
- Leyes financieras de valoración:** Son las expresiones matemáticas que se utilizan para desplazar capitales en el tiempo y poder así comparar y agrupar capitales.
- Montante:** Es el capital equivalente en el momento t al capital inicial colocado; por ello es también la suma del capital inicial más los intereses.
- Operaciones financieras:** Las operaciones financieras consisten en el intercambio no simultáneo de capitales entre dos partes a lo largo de un horizonte temporal convenido.

Suma de capitales: Tiene por objeto sustituir varios capitales sumandos por uno equivalente a todos ellos, de acuerdo con la ley de valoración previamente fijada.

Valor descontado: Es el capital que se recibe cuando se adelanta la disponibilidad de un capital futuro. La suma del valor descontado más el descuento es igual al capital futuro C_t .

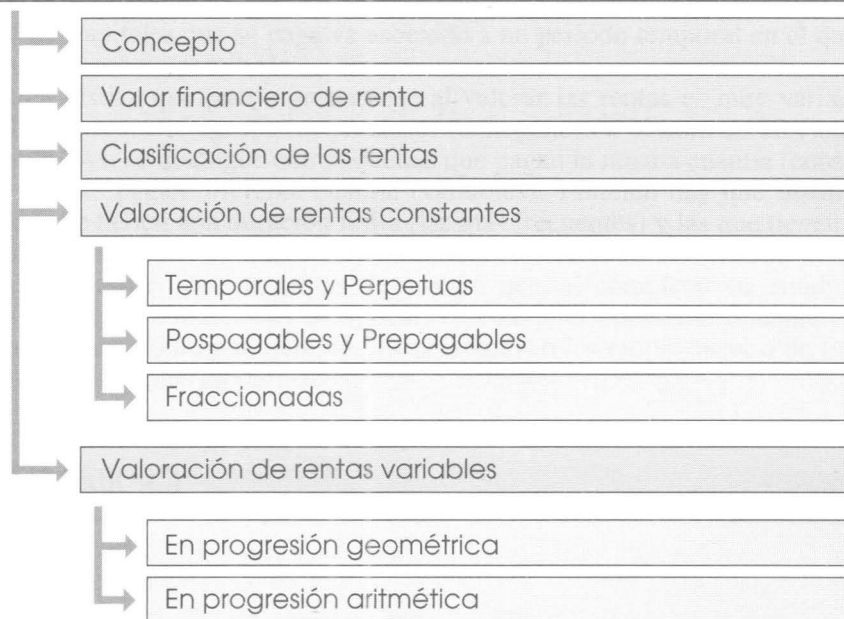


TEMA 4

VALORACIÓN DE RENTAS FINANCIERAS

GUIÓN-ESQUEMA

VALORACIÓN DE RENTAS FINANCIERAS



INTRODUCCIÓN

En este tema se estudia la valoración de las rentas financieras. El conocimiento práctico de la valoración de rentas es básico y fundamental para entender los temas siguientes tanto en la valoración de las operaciones de financiación como en las operaciones de inversión.

En la mayoría de las operaciones financieras se entregan o reciben varios capitales por parte del acreedor o del deudor. Ese conjunto de capitales que se entrega o se recibe es lo que se conoce como renta en sentido financiero y cada uno de los capitales que se paga va asociado a un periodo temporal en el que se genera el derecho a percibirlo.

La casuística que puede presentarse al valorar las rentas es muy variada y por ello es necesario agruparlas en clases homogéneas a la hora de efectuar su valoración. Así se distingue entre aquellas que pagan la misma cuantía (constantes) y las que pagan diferente cuantía (variables). También hay que distinguir entre las que tienen una duración finita (las más frecuentes) y las que tienen una duración infinita (denominadas perpetuas). En el desarrollo del tema se analizarán también otros tipos de rentas de manera que, al completar su estudio, el alumno estará en condiciones de aplicarlo a cualquier operación financiera sea de financiación, como por ejemplo, los préstamos o los empréstitos, o de inversión en sus diferentes modalidades.

CONTENIDO

1. Concepto

Se denomina renta a un conjunto de capitales que se van pagando periódicamente a lo largo de un intervalo temporal definido. Desde una perspectiva jurídica, el derecho a percibir una renta tiene su origen, frecuentemente, en un contrato que establece las condiciones que han de cumplir las partes para que se efectúen esos pagos. Ese contrato sería la «fuente» de la renta. Con más precisión, una renta se compone de un conjunto de capitales y un conjunto de periodos de maduración, de manera que, a cada capital le corresponde un periodo de maduración y viceversa. Se denomina periodo de maduración, al plazo temporal

en el que se genera el derecho a percibir cada capital. Para que se entienda mejor este concepto pondremos algunos **ejemplos**:

- El sueldo o salario que va a percibir un trabajador durante los próximos 5 años es una renta que está formada por 60 capitales (5 años $\times$ 12 meses). Los capitales se pagan al final de cada mes, pero el derecho a percibir cada uno va asociado a un periodo de maduración mensual, en el que se genera el derecho a percibirlo como consecuencia del trabajo desarrollado por esa persona. Se observa que hay una correspondencia biunívoca entre el conjunto de capitales (sueldos) y el conjunto de periodos de maduración (meses). La fuente de esta renta es el contrato laboral firmado entre la empresa y el trabajador.
- En el caso de una obligación del Estado que se amortizará dentro de 10 años y que paga cupones¹ (intereses) anuales de 50 euros, la renta se compone de 10 capitales (cada uno de los cupones) y de 10 periodos de maduración anuales, de manera que, cada pago del cupón se corresponde con un año, que es el tiempo en el que se genera el derecho a cobrar los 50 euros. Obsérvese que los intereses se pagan al final de cada año pero el derecho a cobrarlos se genera a lo largo de todo el año. La fuente de la renta es el contrato de emisión que ha efectuado el Tesoro Público.
- En el caso de un contrato de alquiler de una vivienda con una duración total de 10 años y pago de unas cuantías mensuales de 1.500 euros, la renta se compone de 120 capitales y de 120 periodos de maduración (10 años $\times$ 12 meses). Los alquileres se pagan (usualmente) al principio de cada mes pero el pago de los 1.500 euros da derecho a la utilización de la vivienda durante todo el mes. La fuente de renta es el contrato de alquiler que ambas partes han firmado.
- En el caso de un préstamo a una empresa, la renta está formada por las anualidades que se han de pagar cada año hasta su total amortización. Si se trata de un préstamo hipotecario a 20 años, la renta está formada por 240 pagos asociados a los 240 periodos de maduración mensuales y la fuente de renta es el contrato de préstamo que firman el prestamista y el prestatario.
- Otros ejemplos de rentas son:
 - La producción de una finca agrícola. Si, por ejemplo, produce dos cosechas al año, el valor de cada cosecha se corresponde con el periodo de maduración de la misma a lo largo de un horizonte temporal perpetuo ya que la tierra no se agota. (En economía se conoce como renta de la tierra).

¹ Los intereses que producen los títulos de renta fija se denominan, en el argot financiero, cupones porque, históricamente, los títulos físicos (formato papel) que se han emitido en el pasado llevaban adjuntos unos cupones que se cortaban en el momento de cobrar los intereses. En la actualidad, los títulos se emiten en formato informático como anotaciones en cuenta de manera que, cada título, tiene una referencia técnica (conjunto de cifras y letras) que lo distingue de los restantes, pero la denominación de cupones a los intereses se sigue manteniendo.

- Una pensión de jubilación, que se paga mensualmente hasta que fallezca el pensionista. (En este caso se dice que es una renta vitalicia).
- Un premio cultural que se paga anualmente con un horizonte temporal ilimitado. (Por ejemplo, el premio Nobel es una renta que se paga anualmente con carácter perpetuo).
- Las cuotas de alquiler en una operación de leasing, cada una de ellas asociada a un periodo de maduración, usualmente mensual.

Elementos de una renta

La terminología básica para el estudio de las rentas es la siguiente:

- *Origen* de la renta, es el momento en que se inicia el primer periodo de maduración: t_0 .
- *Final* de la renta, es el momento en que termina el último periodo de maduración: t_n .
- *Términos* de la renta, son los capitales que forman la renta. $(C_1; t_1)$; $(C_2; t_2)$; ... $(C_n; t_n)$. *Periodo de maduración*, es el plazo temporal en el que se genera el pago de cada capital. $(t_0; t_1)$; $(t_1; t_2)$; ... $(t_{n-1}; t_n)$. *Duración* de la renta, es tiempo que media entre el origen y el final de la renta. $(t_0; t_n)$.

Esquemáticamente, se puede representar una renta de la siguiente manera:



Las rentas son, usualmente, de larga duración por lo que se valoran utilizando la capitalización o el descuento compuesto. Previamente, y para efectuar su valoración de una manera ordenada es preciso agruparlas en subconjuntos que tengan alguna propiedad común.

2. Clasificación de las rentas

Tal como se ha visto anteriormente, a través de los ejemplos citados, hay muchas clases de rentas, por ello es preciso realizar una clasificación de las mismas para poder estudiarlas de una forma ordenada.

Las rentas se pueden clasificar desde distintos puntos de vista. Así se distingue entre:

- Rentas *ciertas*, cuando son conocidos con certeza los capitales que la componen y su duración. Es el caso de la mayoría de las rentas que se han puesto como ejemplo anteriormente.
- Rentas *aleatorias* cuando no se conocen con certeza los capitales que la componen o su duración pero se conoce la distribución de probabilidad correspondiente. Es el caso de una pensión de jubilación, en la que se conocen las cuantías que se pagan mensualmente pero no se conoce durante cuánto tiempo se han de pagar.

Otra clasificación tiene en cuenta el momento en que vencen los capitales que se pagan:

- Rentas *pospagables*, cuando los capitales se pagan al final de cada periodo de maduración. Es el caso de los sueldos y salarios, de los pagos para amortizar un préstamo, etc. La renta del esquema gráfico anterior es pospagable.
- Rentas *prepagables*, cuando se pagan al principio de cada periodo de maduración. Es el caso de los alquileres, las cuotas de leasing, etc.

Si se atiende a la duración de la renta, se distingue entre:

- Rentas *temporales*, cuando su duración es finita. Es el caso de la mayoría de las rentas.
- Rentas *perpetuas*, cuando su duración es infinita. Es el caso de la Deuda Perpetua que paga cupones indefinidamente, sin compromiso de amortización. También es el caso de algunos premios instituidos por diversas fundaciones (por ejemplo el Nobel citado anteriormente).

Otra clasificación se fija en las cuantías de los capitales que se pagan:

- Rentas *constantes*, cuando los capitales que se pagan son siempre de la misma cuantía. En este caso: $C_1 = C_2 = \dots = C_n = C$. Es usual en algunas inversiones financieras, como los intereses o cupones que pagan las obligaciones. En el caso particular en que $C = 1$ (la unidad monetaria) se denomina renta unitaria.
- Rentas *variables*, cuando las cuantías van variando a lo largo del tiempo. Es el caso del esquema gráfico anterior. Es usual en las inversiones reales.

3. Valoración de rentas constantes

Se denomina valor financiero de una renta a la suma financiera de los capitales que la componen; se trata de sustituir, por lo tanto, el conjunto de capitales que componen la renta por un único capital equivalente a todos ellos. Para la

valoración se han de fijar previamente la ley financiera que se va a utilizar y la fecha en la que se desea conocer su valor; tal como se ha indicado se aplica usualmente la capitalización o el descuento compuesto, dado que las rentas suelen ser de larga duración (largo plazo).

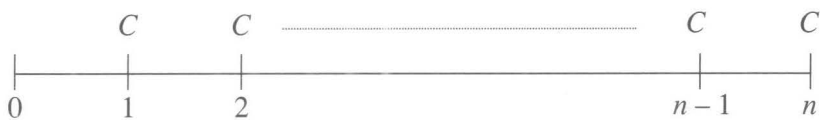
Se denominan **rentas equivalentes**, a aquellas que, valoradas con un mismo tipo de interés, proporcionan el mismo valor financiero, cualquiera que sea el momento en el que se realiza la valoración. A efectos de la valoración financiera se puede sustituir la renta que hay que valorar por otra equivalente si esta última es más sencilla.

Los valores de las rentas que usualmente se calculan son:

- El *valor actual* (en el origen de la renta).
- El *valor final* (donde termina la renta).

3.1. Renta temporal y pospagable

El esquema de una renta de cuantía constante C , con una duración de n años y que se valora en capitalización compuesta a tanto por uno anual i , es el siguiente:



Al ser la renta pospagable, el origen de la renta está en el momento 0, pero el pago del primer capital se efectúa en el momento 1, final del primer periodo de maduración.

El **valor actual** (V_0) se obtiene descontando todos los capitales al momento 0:

$$V_0 = \frac{C}{(1+i)} + \frac{C}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C}{(1+i)^n} = \sum_{s=1}^n \frac{C}{(1+i)^s}$$

- Debe observarse que, el primer sumando, es el valor descontado de la cuantía C que vence en el periodo 1, el segundo sumando es el valor descontado de la cuantía C que vence en el periodo 2, y así sucesivamente.
- También se observa que se puede sacar factor común a C . Por otra parte, los sumandos decrecen en progresión geométrica de razón $1/(1+i)$. Después de aplicar la fórmula de la suma de términos en progresión geométrica y simplificar se obtiene²:

² El detalle de la obtención de esta fórmula y otras que irán apareciendo a lo largo del tema puede consultarse en: Pablo, A. de, *Valoración Financiera*, pág. 185 y ss.

$$V_0 = C \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Se denomina **renta unitaria** a aquella en que $C = 1$, su valor actual se representa con la notación $a_{\overline{n}|i}$ y su expresión matemática es:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Debe observarse que, una vez calculado el valor de la renta unitaria, el valor de la renta constante, cualquiera que sea la cuantía C , se obtiene:

$$V_0 = C a_{\overline{n}|i}$$

El **valor final** (V_n) se obtiene llevando los capitales al momento n :

$$V_n = C + C \cdot (1+i) + \dots + C \cdot (1+i)^{n-1} = \sum_{s=0}^{n-1} C \cdot (1+i)^s$$

En consecuencia, el valor final (V_n) de una renta se obtiene capitalizando las cuantías C al momento n :

$$V_n = C \cdot [1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}] = C \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

- Debe observarse que el primer sumando es la cuantía C que vence en el periodo n , el segundo sumando es el montante de la cuantía C que vence en el periodo $n - 1$, y así sucesivamente, el último sumando es el montante la cuantía C que vence en el momento 1.
- También se observa que se puede sacar factor común a C y que los sumandos crecen en progresión geométrica de razón $(1 + i)$. Después de aplicar la fórmula de la suma de términos en progresión geométrica y simplificar se obtiene:

$$V_n = C \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

En el caso de la renta unitaria: $C = 1$, su valor final se representa con la notación $S_{\overline{n}|i}$ y se calcula así:

$$S_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

se verifica, por tanto, la relación:

$$V_n = C \cdot S_{\overline{n}|i}$$

Dado que el valor actual y el valor final son capitales equivalentes, porque valoran lo mismo (la renta) en dos momentos distintos, el valor final también se puede obtener capitalizando el valor actual:

$$V_n = V_0 \cdot (1+i)^n \quad \text{y} \quad S_{\overline{n}|i} = (1+i)^n \cdot a_{\overline{n}|i}$$

3.2. Renta temporal y prepagable

El esquema es parecido al de la renta pospagable, pero en este caso los capitales se pagan al principio de cada periodo de maduración. Obsérvese que ahora el final de la renta no coincide con el momento en que se paga el último capital.



Los valores actual y final se obtienen a partir de los valores pospagables sin mas que multiplicar por $1+i$ ya que, cada cuantía C al inicio del periodo tiene como equivalente $C \cdot (1+i)$ al final del periodo.

$$\ddot{V}_0 = V_0 \cdot (1+i) \quad \text{y} \quad \ddot{V}_n = V_n \cdot (1+i)$$

Ejemplo

Calcular el capital que se ha de depositar hoy para poder cobrar una renta anual de diez mil euros durante 10 años sabiendo que la operación se valora al 7% anual, en los casos: a) La renta se cobra al final de cada año; b) La renta se cobra al principio de cada año.

Solución:

a) En este caso se trata de una renta pospagable. Su valor actual es:

$$V_0 = 10.000 \frac{1-1,07^{-10}}{0,07} = 70.235,82 \text{ €}.$$

En consecuencia hay que depositar ahora 70.235,82 euros para recibir diez mil euros al final de cada uno de los diez próximos años.

b) En este caso la renta es prepagable y su valor actual se obtiene así:

$$V_0 = V_0 \cdot 1,07 = 50.235,82 \cdot 1,07 = 75.152,32 \text{ €}$$

3.3. Renta perpetua y pospagable

En este caso la renta se sigue pagando hasta el infinito; por lo tanto no se puede calcular el valor final, ya que estaría situado en el infinito.



Para obtener el valor actual se llevan todos los capitales al momento 0 y se suman. También se puede obtener como límite del valor actual de la renta temporal cuando $n \rightarrow \infty$. En el caso de la renta unitaria y pospagable, su símbolo es $a_{\infty|i}$:

$$a_{\infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = \frac{1}{i}$$

Debe observarse que $\lim_{n \rightarrow \infty} (1+i)^{-n} = 0$

En el caso de que la cuantía sea constante C, resulta:

$$V_0 = \frac{C}{i}$$

3.4. Renta perpetua y prepagable

El valor actual se obtiene a partir de la renta pospagable, multiplicando por $1+i$. El símbolo para la renta unitaria perpetua y prepagable es $\ddot{a}_{\infty|i}$ y su valor actual se obtiene:

$$\ddot{a}_{\infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \ddot{a}_{n|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} (1+i) \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = (1+i) \cdot \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{i}$$

para la renta constante de cuantía C resulta:

$$\ddot{V}_0 = V_0 \cdot (1+i) = \frac{C \cdot (1+i)}{i} = C \cdot \left(1 + \frac{1}{i}\right)$$

Ejemplo

Un empresario ha creado una fundación con objeto de otorgar un premio de doscientos mil euros anuales a la investigación científica; para ello ha de depositar en el banco Z el capital necesario para que pueda pagarse el premio a perpetuidad. Sabiendo que el banco abona intereses a un tanto del 5% anual, obtener el capital que se ha de depositar en los casos:

- a) El premio se pagará por primera vez dentro de un año.
- b) El premio se va a pagar por primera vez de forma inmediata.

Solución:

- a) En este caso se trata de una renta perpetua y pospagable. Su valor actual es:

$$V_0 = \frac{200.000}{0,05} = 4.000.000 \text{ €}$$

- b) Ahora la renta es perpetua y prepagable. Su valor actual es:

$$\ddot{V}_0 = 1,05 \cdot V_0 \frac{200.000 \cdot 1,05}{0,05} = 4.200.000 \text{ €}$$

4. Rentas fraccionadas

En las expresiones (fórmulas) obtenidas hasta ahora no se ha concretado la amplitud de los periodos de maduración que definen la renta. Tal como se ha señalado en el tema 3, la unidad de medida del tiempo es el año por lo que ha podido deducirse que siempre que se indicaban periodos se entendía implícitamente que eran años. Sin embargo, las expresiones anteriores sirven para cualquier amplitud de los periodos de maduración siempre que el tipo de interés se refiera a esa amplitud. Por ejemplo, si los periodos de maduración son mensuales el tipo de interés para la valoración ha de ser mensual i_{12} . Si los periodos de maduración son trimestrales el tipo de interés ha de ser trimestral i_4 etc.

Sin embargo, si se tiene en cuenta que la unidad de tiempo es el año, las rentas que se pagan con otra periodicidad menor que el año se denominan rentas fraccionadas porque, al tomar como referencia el año, los pagos, en vez de realizarse una sola vez en el año, se realizan «fraccionadamente» varias veces en el año.

Si se anota con m la frecuencia de pagos (número de pagos que se realizan en el año), los casos más frecuentes de rentas fraccionadas son:

- Rentas mensuales, cuando $m = 12$: Se paga 12 veces en el año.
- Rentas trimestrales, cuando $m = 4$: Se paga 4 veces en el año.
- Rentas semestrales, cuando $m = 2$: Se paga 2 veces en el año.

En estos casos se opera con los tipos de interés nominales que se anotan como j_m . En el tema 3, al estudiar la capitalización compuesta se plantearon las relaciones de tantos equivalentes; tal como se indicaba allí, los tipos nominales están referenciados a periodos anuales y el subíndice m indica el número de veces que se pagan los capitales dentro de cada año. A partir del tanto nominal, se obtiene el tipo de interés fraccionado (i_m) que se ha de aplicar en la valoración de la renta, verificándose la siguiente relación:

$$j_m = m \cdot i_m \Leftrightarrow i_m = \frac{j_m}{m}$$

Por *ejemplo*, si se trata de una renta que se paga con frecuencia mensual y se aplica un tanto nominal $j_{12} = 6\%$, el tipo de interés mensual que ha de utilizarse para la valoración es: $i_{12} = 6/12 = 0,5\%$.

El tanto efectivo anual i , equivalente al tanto nominal j_m de frecuencia m , se obtiene despejando en la siguiente relación, tal como se ha estudiado en el tema 3, epígrafe 3.2 al tratar la capitalización compuesta:

$$1 + i = (1 + i_m)^m = \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^m \Rightarrow$$

$$i = \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^m - 1 = (1 + i_m)^m - 1 \quad \text{y} \quad j_m = m \cdot \left[(1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1\right]$$

En el caso particular en que $m = 1$, el tanto nominal y el tanto efectivo coinciden: $i = j_1$.

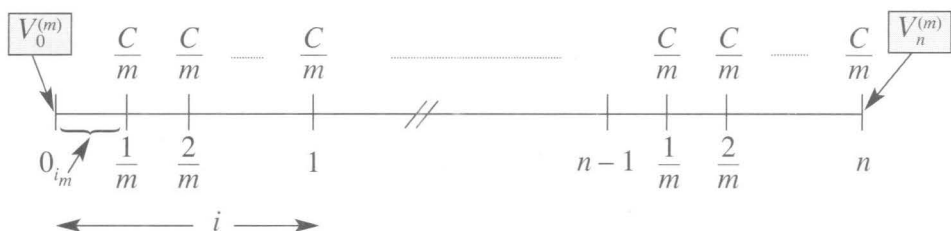
Por *ejemplo*, si el tanto nominal es $j_{12} = 6\%$, el tanto efectivo es:

$$i = \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12} - 1 = 1,005^{12} - 1 = 0,0616778 (6,16778\%)$$

Debe observarse que los tipos de interés se anotan en tanto por uno en las fórmulas. El resultado indica que es indiferente capitalizar al $i_{12} = 0,5\%$ mensual doce veces en el año que hacerlo una sola vez al $6,16778\%$. Así pues, el tanto nominal $j_{12} = 6\%$ y el tanto efectivo $i = 6,16778\ldots\%$ son equivalentes.

Las ecuaciones indicadas más arriba son muy importantes ya que establecen la relación entre los tantos equivalentes en capitalización compuesta. Al tanto efectivo i se le denomina también TAE, de acuerdo con lo que establece la Circular 8/90 del Banco de España, cuyo título es «*Transparencia en las operaciones y protección de la clientela*». En esta Circular se indica que, en todos los contratos bancarios, debe figurar el tanto nominal j_m que se aplica a la operación financiera y también el tanto efectivo i (TAE) al que resulta la operación.

En el caso de una renta pospagable, que paga cada año un total de C euros, pero con una frecuencia de m veces en el año; en cada $1/m$ (emésimo) de año se pagan C/m de euros y el esquema gráfico es:



Los símbolos del valor actual $V_0^{(m)}$ y del valor final $V_n^{(m)}$ son similares a los anteriores, pero se diferencian en que, ahora, llevan el superíndice (m) , que indica el número de veces que se paga la renta dentro del año.

La valoración de las rentas constantes y fraccionadas se realiza de la misma forma y con las mismas ecuaciones que se han obtenido anteriormente, tomando ahora como unidad de tiempo la de periodicidad de la renta, es decir $1/m$ de año y como tipo de interés i_m .

Ejemplo

Una persona efectúa aportaciones de 250 euros mensuales y pospagables a un Plan de Pensiones, durante 20 años. Estas aportaciones se capitalizan a un tanto nominal para frecuencia mensual $j_{12} = 6\%$. Obtener el montante que podrá retirar al final de esos 20 años.

Solución:

Se observa que, de acuerdo con el gráfico anterior el total que aporta cada año es $C = 3.000$ euros repartidos en 12 meses, siendo la aportación mensual $C/12 = 250$ euros.

El tipo de interés mensual que se ha de aplicar es el 0,5%, tal como se obtuvo anteriormente. El número de meses que dura la renta es: $20 \cdot 12 = 240$. En consecuencia el montante o valor final de la renta se obtiene:

$$V_{20} = 250 \cdot S_{\overline{240}|0,5\%} = 115.510,22 \text{ €}$$

Conclusión: Al final de los 20 años dispondrá de un montante de 115.510,22 euros.

Otra forma de valorar las rentas fraccionadas, consiste, en primer lugar, en sustituir todos los pagos que se realizan en un año cualquiera, por un solo pago equivalente al final del año C' (dado que en todos los años se repite la misma forma de pago) y luego valorar la renta anual y constante que resulta:

$$C' = \frac{C}{m} \cdot S_{\overline{m}|i_m} = \frac{C}{m} \cdot \frac{(1+i_m)^m - 1}{i_m} = C \cdot \frac{j}{j_m}$$

Obsérvese que, en el esquema gráfico anterior, los m pagos que se realizan en el primer año forman una renta constante de cuantía C/m pospagable cuyo valor al final del año es:

$$C \cdot \frac{j}{j_m}$$

A continuación se valora la renta constante de cuantía anual $C' = C \cdot \frac{j}{j_m}$ tal como se hizo en el epígrafe 3.1. de este tema. Los valores actual y final son ahora:

$$V_0^{(m)} = C \cdot \frac{j}{j_m} \cdot a_{\overline{n}|i} \quad V_0^{(m)} = C \cdot \frac{j}{j_m} \cdot S_{\overline{n}|i}$$

Ejemplo

Resolver el caso anterior aplicando la forma de valoración que se acaba de estudiar.

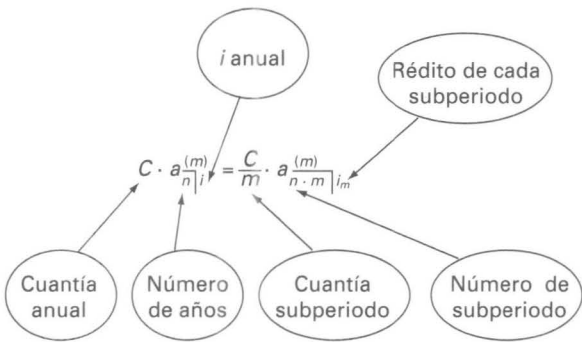
Solución:

Dado que la cuantía que se paga mensualmente es 250 euros, la cuantía anual es 3.000 euros. Por otra parte, dado que $j_{12}=6\%$, el tanto efectivo equivalente es $i = 6,16778\%$ y el número de años es 20, resulta un valor final:

$$V_{20}^{(12)} = 3.000 \cdot \frac{0,0616778}{0,06} \cdot S_{\overline{20}|6,16778\%} = 115.510,19 \text{ euros}$$

Comentarios: Se observa que, al comparar este resultado con el anterior, hay una pequeña diferencia de 3 céntimos; esto es debido a que cuando se ha calculado el tanto efectivo i no se han tomado todos los decimales sino, solamente los primeros (con más precisión sería: $i = 6,167781186\%$). También se comprueba que el primer procedimiento es más rápido que el segundo cuando se conoce el tanto nominal, pero si el dato es el tanto efectivo i , hay que calcular previamente el tanto nominal y el tipo de interés i_{12} del periodo fraccionado.

El siguiente esquema resume las dos formas de valorar las rentas fraccionadas. La de la derecha, toma como unidad de medida del tiempo los periodos fraccionados y como cuantías las que se pagan en cada uno de esos periodos fraccionados. La de la izquierda, toma como unidad de medida del tiempo el año y como cuantías las suma aritmética de lo que se paga en cada uno de los años.



Fuente: Andrés de Pablo: Valoración financiera, página 199.

5. Valoración de rentas variables

En estas rentas las cuantías varían en cada periodo. Su esquema para el caso de una renta temporal y pospagable es:



El valor actual se obtiene llevando todos los capitales al momento 0, así:

$$V_0 = \frac{C_1}{(1+i)} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^n} = \sum_{s=1}^n \frac{C_s}{(1+i)^s}$$

Se observa que se ha descontado cada una de las cuantías hasta el momento 0 y luego se han sumado.

El valor final se obtiene capitalizando el valor actual: $V_n = V_0 \cdot (1+i)^n$.

Si la renta es prepagable sus valores actual o final se obtienen sin más que multiplicar el valor pospagable por $1+i$.

$$\ddot{V}_0 = V_0 \cdot (1+i) \quad \text{y} \quad \ddot{V}_n = V_n \cdot (1+i)$$

Los casos particulares más usuales son:

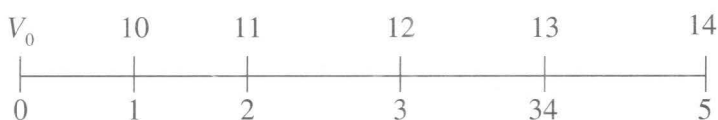
- Que la renta varíe en progresión aritmética.
- Que la renta varíe en progresión geométrica.

Ejemplo

Calcular el capital que se ha de depositar hoy en una entidad financiera para poder percibir dentro de un año diez mil euros y en los años siguientes unas cuantías que crecen aritméticamente a razón de un 10% anual. Las percepciones se realizarán durante 5 años y la operación se valora en capitalización compuesta al 5% anual.

Solución:

El esquema gráfico es (cuantías en miles de euros):



El capital a depositar es el valor actual de la renta descrita en el gráfico:

$$V_0 = \frac{10.000}{1,05} + \frac{11.000}{1,05^2} + \frac{12.000}{1,05^3} + \frac{13.000}{1,05^4} + \frac{14.000}{1,05^5} = 51.531,68$$

5.1. Rentas variables en progresión geométrica

Estas rentas se caracterizan porque cada capital se va obteniendo a partir del anterior al multiplicarlo por una cantidad constante llamada razón. La razón en estas rentas (q) es un número próximo a la unidad; si es mayor que uno, la renta es creciente y, si es menor que uno, la renta es decreciente. La razón no puede ser negativa.

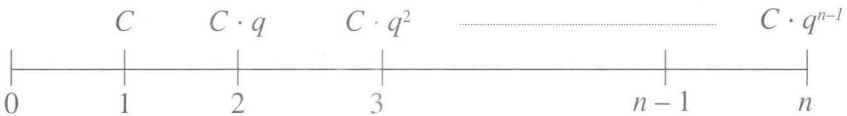
Esta clase de rentas suele presentarse con cierta frecuencia. A modo de ejemplo, podemos citar algunos casos de rentas en progresión geométrica:

- Cuando se analiza el coste de la mano de obra, al estudiar un proyecto de inversión, para valorar la masa salarial se calcula el volumen total para el primer año y, a continuación, se estima un crecimiento acumulativo (en progresión geométrica) para los años siguientes.
- El coste de mantenimiento de la maquinaria de una empresa crece anualmente y, para su valoración, se suele estimar un crecimiento acumulativo.
- Las aportaciones a un Plan de Pensiones, si se hacen como porcentaje del sueldo que percibe el partícipe, crecerán también anualmente en forma acumulativa en la misma proporción que lo hace el sueldo.

A continuación se estudiarán los casos más usuales de estas rentas.

Renta en progresión geométrica, temporal y pospagable

El esquema gráfico de esta renta es el siguiente: $C \cdot q^{n-1}$



Se observa que C es la cuantía que se pagará el primer año y q la razón de variación de los capitales. Por lo tanto, la cuantía del segundo capital es $C \cdot q$, la cuantía del tercero es $C \cdot q^2$ y así sucesivamente. La renta es temporal porque tiene una duración finita y es pospagable porque los capitales se pagan al final de cada periodo de maduración.

El valor actual de la renta se obtiene descontando los capitales hasta el origen de la renta (momento 0). Su símbolo es el siguiente:

$$V_0 = A(C; q)_{\overline{n}|i}$$

Este símbolo recoge todo lo que es relevante para la valoración:

- La cuantía inicial, C .
- La razón, q .
- El número de periodos que dura la renta, n .
- El tipo de interés para la valoración, i .
- La A indica que se trata del valor actual de la renta variable.

Al descontar todos los capitales que componen la renta resulta:

$$A(C; q)_{\overline{n}|i} = \frac{C}{(1+i)} + \frac{C \cdot q}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C \cdot q^{n-1}}{(1+i)^n}$$

Después de sacar factor común a $C/(1+i)$ y sumar la progresión geométrica que aparece dentro del paréntesis se obtiene la siguiente fórmula:

$$A(C; q)_{\overline{n}|i} = C \cdot \frac{1 - \left(\frac{q}{1+i}\right)^n}{1+i-q}$$

Esta expresión es fácil de aplicar y simplifica mucho los cálculos ya que evita descontar uno a uno los capitales que la componen y luego sumarlos, tal como veíamos en las rentas variables en general; ahora basta con aplicar la fórmula y se obtiene directamente el valor actual.

El valor final de la renta se obtiene capitalizando todas las cuantías hasta el final de la renta (momento n). Su símbolo es el siguiente:

$$V_n = S(C; q)_{\overline{n}|i}$$

Para su cálculo puede aplicarse cualquiera de los dos procedimientos siguientes:

- Llevar todos los capitales al momento n y sumarlos, de forma similar a como se ha hecho anteriormente.
- Capitalizar el valor actual desde 0 hasta n , multiplicando por $(1+i)^n$ que es el factor de capitalización para los n años. En este último caso, resulta:

$$S(C; q)_{\overline{n}|i} = (1+i)^n \cdot A(C; q)_{\overline{n}|i} = C \cdot \frac{(1+i)^n - q^n}{1+i-q}$$

Ejemplo

Una empresa que proyecta poner en funcionamiento una nave industrial está estudiando su viabilidad mediante el cálculo del VAN de esta inversión. Una componente de los costes del proyecto es la mano de obra que se ha de emplear. Se desea conocer el coste actualizado de esa mano de obra teniendo en cuenta que el horizonte temporal del estudio es de 10 años y se estima que el importe total de la mano de obra durante el primer año ascenderá a 100.000 euros con incrementos anuales acumulativos a razón de un 3% anual. Para la valoración se decide aplicar un tipo de interés del 9% anual, que es el tanto de coste medio ponderado de la financiación de la empresa. Calcular el coste actualizado de la mano de obra que se ha de emplear en este proyecto.

Solución:

La razón de crecimiento de los salarios es $q = 1,03$. Los salarios se pagan con carácter pospagable por lo que, al aplicar la fórmula, se obtiene:

$$V_0 = A(100.000; 1,03)_{\overline{10}|9\%} = 100.000 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1,03}{1,09}\right)^{10}}{1,09 - 1,03} = 720.525,33 \text{ €}$$

En consecuencia, el valor actual del coste de la mano de obra, que se habrá de incluir en el cálculo del VAN (valor actual neto) del proyecto, es 720.525,33 €.

Renta en progresión geométrica, perpetua y pospagable

En este caso la renta tiene una duración ilimitada y el valor actual se obtiene como límite de la renta temporal cuando $n \rightarrow \infty$. Solamente tiene sentido financiero en el caso en que $q < 1 + i$ porque cuando $q \geq 1 + i$ el valor actual es infinito y no hay capitales de cuantía infinita. Recordar también que, en las rentas perpetuas, no se calcula el valor final.

$$A(C; q)_{\infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} A(C; q)_{n|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} C \cdot \frac{1 - \left(\frac{q}{1+i}\right)^n}{1+i-q} = \frac{C}{1+i-q}$$

Ejemplo

El propietario de una finca agrícola desea venderla y, para calcular su precio, decide valorar los ingresos netos que obtiene por la venta de las cosechas que

produce anualmente. A la vista de los ingresos obtenidos anteriormente estima que la próxima cosecha (dentro de un año) tendrá un precio de mercado de 12.000 euros y que en los siguientes años aumentará a razón de un 2% anual. Si para la valoración se aplica un tipo de interés del 5% anual, obtener el precio que debe pedir por la finca a los potenciales compradores.

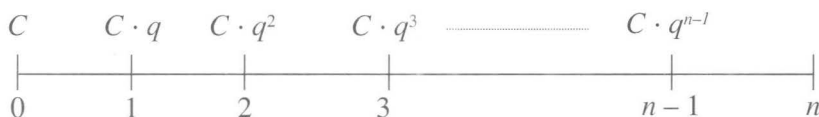
Solución:

Se trata de una renta en progresión geométrica, de razón $q = 1,02$, perpetua y pospagable, a la que se ha de calcular el valor actual, que será el precio que debe pedir.

$$A(12.000; 1,02)_{\infty | 5\%} = \frac{12.000}{1,05 - 1,02} = 400.000$$

Renta en progresión geométrica, temporal y prepagable

En este caso el esquema gráfico es el siguiente. Se observa que los capitales se pagan al principio de cada periodo de maduración.



Para la valoración debe observarse que, si a cada capital se le multiplica por $1 + i$, se desplaza desde el inicio de su periodo de maduración hasta el final y, por lo tanto la renta se transforma en pospagable. En consecuencia, la valoración es muy sencilla a partir del valor de la renta pospagable.

$$\ddot{A}(C; q)_{n | i} = (1 + i) \cdot A(C; q)_{n | i}$$

$$\ddot{S}(C; q)_{n | i} = (1 + i) \cdot S(C; q)_{n | i}$$

Si esta renta prepagable fuera *perpetua*, y $q < 1 + i$ al resultado obtenido anteriormente para la pospagable perpetua, se multiplicaría por $1 + i$ (igual que en las temporales). El resultado es:

$$\ddot{A}(C; q)_{\infty | i} = \frac{C \cdot (1 + i)}{1 + i - q}$$

Renta en progresión geométrica y fraccionada

Como se ha señalado anteriormente, se denominan rentas fraccionadas a aquellas cuyos capitales se pagan con una frecuencia menor que el año. La forma de valorar las rentas variables y fraccionadas difiere de la forma en que se valoran las rentas constantes y fraccionadas porque, en las variables, los capitales varían anualmente, pero los pagos dentro del año se mantienen constantes.

Por ejemplo, cuando se analiza la renta que representa el sueldo de un empleado, observamos que las pagas que recibe dentro del año son constantes pero van creciendo anualmente como consecuencia de los convenios colectivos entre la empresa y sus trabajadores; así que, una renta variable y fraccionada es una mezcla de renta constante y variable.

Otro ejemplo es el caso de un contrato de alquiler de un local con cláusula de revisión anual. En este caso se trata de una renta variable, prepagable y fraccionada de frecuencia mensual; el importe del alquiler se mantiene constante dentro del año pero va variando año a año. Hay muchos ejemplos de rentas variables y fraccionadas.

Para la valoración de estas rentas no se puede aplicar la primera forma que se ha estudiado para las rentas constantes porque, este caso, implica que las cuantías varían en cada subperiodo, en vez de ser constantes. Se ha de aplicar la segunda forma, utilizando el operador i/j_m .

Así, por ejemplo, el valor actual de la renta en progresión geométrica, fraccionada de frecuencia m , temporal y pospagable es:

$$A^{(m)}(C; q)_{\overline{n}|i} = \frac{i}{j_m} \cdot C \cdot \frac{1 - \left(\frac{q}{1+i} \right)^n}{1+i-q}$$

Análogamente, si además fuera prepagable, en vez de pospagable, el resultado anterior se multiplicaría por $1+i$.

Ejemplo

Una empresa solicita un préstamo de 500.000 euros a amortizar en 8 años. El banco lo concede y se acuerda que la amortización se realice mediante pagos trimestrales que vayan creciendo anualmente a razón de un 5%, siendo constantes los cuatro pagos que se realizan cada año. Para la valoración se aplica un tanto nominal para frecuencia trimestral $j_4 = 8\%$. Calcular la cuantía trimestral que habrá de pagar la empresa durante el primer año.

Solución:

Se trata de una renta variable en progresión geométrica, fraccionada de frecuencia $m = 4$, pospagable y temporal por 8 años. La incógnita es la cuantía C

trimestral del primer año, por lo que la cuantía anual es $C \cdot 4$. La razón de crecimiento anual es $q = 1,05$.

En primer lugar se ha de calcular el tanto efectivo anual equivalente al nominal $j_4 = 8\%$:

$$i = \left(1 + \frac{0,08}{4}\right)^4 - 1 = 1,02^4 - 1 = 0,08243216 \text{ (8,243216\%)}$$

La ecuación de equivalencia permite calcular la cuantía trimestral C .

$$500.000 = A^{(4)}(C \cdot 4; 1,05)_{\overline{8},243\%} = C \cdot 4 \cdot \frac{0,082432}{0,08} \frac{1 - \left(\frac{1,05}{1,082432}\right)^8}{1,082432 - 1,05} = C \cdot 27,451784$$

$$C = 18.213,75 \text{ €}$$

5.2. Rentas variables en progresión aritmética

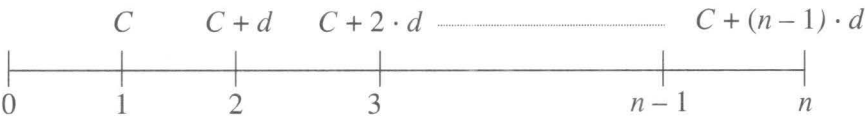
Estas rentas se caracterizan porque cada capital se va obteniendo a partir del anterior sumándole una cantidad constante llamada razón. La razón en estas rentas (d) puede ser positiva o negativa; si es positiva, la renta es creciente y, si es negativa, la renta es decreciente. La razón suele ser un número «grande». Por ejemplo, si el primer pago es de 10.000 euros y la renta crece aritméticamente un cinco por ciento anual, la razón es $0,05 \cdot 10.000 = 500$ euros. Si la renta hubiera sido creciente en progresión geométrica, la razón sería 1,05. Si la renta fuera decreciente en progresión aritmética, la razón sería -500 euros y en progresión geométrica, la razón sería $0,95 (1 - 0,05)$.

Esta clase de rentas son menos frecuentes que las anteriores, en progresión geométrica. A modo de ejemplo, se pueden citar algunos tipos de concesiones o alquileres en los que se pacta que al precio inicial se le vaya incrementando una cantidad constante en cada periodo; en estos casos, el crecimiento es aritmético, a diferencia de los casos estudiados en el epígrafe anterior en que el crecimiento era acumulativo (en progresión geométrica).

A continuación se estudiarán los casos más usuales de estas rentas.

Renta en progresión aritmética, temporal y pospagable

El esquema gráfico de esta renta es el siguiente:



Se observa que C es la cuantía que se pagará el primer año y d la razón de variación de los capitales. Por lo tanto, la cuantía del segundo capital es $C+d$, la cuantía del tercero es $C + 2 \cdot d$ y así sucesivamente. La renta es temporal porque tiene una duración finita y es pospagable porque los capitales se pagan al final de cada periodo de maduración.

El valor actual de la renta se obtiene descontando los capitales hasta el origen de la renta (momento 0). Su símbolo es el siguiente:

$$V_0 = A(C; d)_{\overline{n}|i}$$

Este símbolo recoge todo lo que es relevante para la valoración:

- La cuantía inicial, C .
- La razón, d .
- El número de periodos que dura la renta, n .
- El tipo de interés para la valoración, i .
- La A indica que se trata del valor actual de la renta variable.

Al descontar todos los capitales que componen la renta resulta:

$$A(C; d)_{\overline{n}|i} = \frac{C}{(1+i)} + \frac{C+d}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C+(n-1) \cdot d}{(1+i)^n}$$

Para obtener una expresión más simplificada se descompone esta renta en suma de rentas constantes y, tras agrupar valores, se obtiene la siguiente fórmula:

$$A(C; d)_{\overline{n}|i} = \left(C + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n \cdot (1+i)^{-n}}{i}$$

Como ya se sabe, el valor final se obtiene multiplicando por $(1+i)^n$ al valor actual:

$$S(C; d)_{\overline{n}|i} = \left(C + \frac{d}{i} \right) \cdot S_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i}$$

En el caso de que la renta sea perpetua, su valor actual se obtiene como límite de la temporal:

$$A(C; d)_{\infty|i} = \left(C + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1}{i}$$

Análogamente, si la renta es prepagable su valor actual se obtiene multiplicando el valor pospagable por $1 + i$ y si es fraccionada, multiplicando por el operador i/j_m .

RESUMEN DEL TEMA

- Se denomina renta a un conjunto de capitales que se van pagando periódicamente a lo largo de un intervalo temporal definido de manera que a cada capital le corresponde un periodo de maduración y viceversa.
- El tiempo en el que se genera el pago de cada capital se denomina periodo de maduración. El origen de la renta es donde empieza el primer periodo de maduración y el final, donde termina el último.
- Entre las diferentes clasificaciones de las rentas destacan:
 - Por la cuantía, en constantes y variables.
 - Por la duración, en temporales y perpetuas.
 - Por el momento del pago, en pospagables y prepagables.
 - El valor actual de una renta es la suma financiera, en el origen, de los capitales que la componen.
- El valor final de una renta es la suma financiera, en el final, de los capitales que la componen.
- Cuando las rentas son constantes se obtienen expresiones simplificadas para calcular sus valores actual y final.
- El valor final se puede calcular también capitalizando el valor actual:
 $V_n = V_0 \cdot (1 + i)^n$.
- Los valores actual y final de una renta prepagable se obtiene multiplicando por $1 + i$ al valor de la correspondiente renta pospagable de las mismas características.
- El valor de una renta perpetua se puede obtener como límite del valor de la temporal cuando n tiende a infinito.
- La valoración de las rentas variables es más laboriosa porque se han de llevar, uno a uno, al momento de valoración, todos los capitales que componen la renta.
- Cuando la renta es variable en progresión geométrica, o en progresión aritmética, se obtienen expresiones simplificadas para los valores actual y final.
- Cuando la renta variable es fraccionada, las variaciones se producen anualmente por lo que, los pagos realizados dentro del año, son constantes.

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. Una persona alquila un local comercial por un plazo de 10 años y recibirá al principio de cada mes, 2.000 euros netos. Si deposita estos importes en una cuenta que le ofrece intereses a un tanto nominal $j_{12} = 4,5\%$, el montante que podrá retirar al finalizar el plazo de los 10 años será:
- a) 275.648,37 euros.
 - b) 302.396,15 euros
 - c) 244.000 euros $(2000 \cdot 12 \cdot 10)$.
 - d) Ninguna de las anteriores.

2. Una persona desea comprar un piso y se le ofrecen las siguientes modalidades de pago:

- a) Al contado en trescientos treinta mil euros.
- b) Entregar cien mil euros de entrada y el resto en mensualidades de 4.000 euros cada una durante 8 años, entregando la primera dentro de un mes.

Determinar qué alternativa resulta más ventajosa para el citado señor sabiendo que en el mercado puede obtener una rentabilidad a sus capitales del 9% efectivo anual.

3. Una inversión presenta las siguientes características:

- ✓ Desembolso inicial: Un millón de euros.
- ✓ Duración 6 años.
- ✓ Ingresos: 400.000 euros anuales.
- ✓ Gastos totales: 100.000 euros anuales y pospagables, durante el primer año, creciendo en los sucesivos al 5% anual acumulativo (progresión geométrica).
- ✓ Tanto efectivo anual para la valoración financiera, el 10%.

Determinar:

- a) Valor actual de los ingresos previstos.
- b) Valor actual de los gastos totales.
- c) Valor actual neto de la inversión (VAN).

4. Una persona desea realizar una labor de mecenazgo y para ello instituye un premio cultural de cien mil euros que se pagará todos los años con carácter indefinido en el tiempo. Para ello acuerda depositar en su banco el capital necesario para que pueda pagarse el premio, que lleva su nombre, a perpetuidad. El banco pagará intereses a ese capital a un tanto del 4% anual. Calcular el capital que ha de depositar ahora en el banco sabiendo que el premio se pagará con carácter pospagable.

5. Una empresa obtiene por concurso la explotación de una cantera de granito durante 10 años. Los pagos que ha de realizar al principio de cada año crecerán aritméticamente a razón de un 5% anual siendo el primer pago de 20.000 euros. Obtener el valor actual de estos pagos si se aplica un tanto de valoración del 6% anual.

ACTIVIDADES

En este tema, al igual que en el anterior, es preciso entender bien los conceptos básicos de la valoración financiera de rentas, porque se han de aplicar de manera intensa y continuada en los temas 5, 6 y 7, tanto en los préstamos y empréstitos como en el estudio de las inversiones, sea en ambiente cierto o en ambiente aleatorio. Por ello, se propone al estudiante la realización de ejercicios prácticos adicionales.

Para ello, se recomienda utilizar los libros de contenido práctico que se indican en la bibliografía. Si se tiene en cuenta que, los libros citados en dicha bibliografía, tienen las soluciones a los ejercicios, el procedimiento que debe seguirse consiste en tratar de resolverlos sin mirar previamente las soluciones y, una vez resueltos, se comprueba si el planteamiento y el resultado son correctos. Si no se han resuelto correctamente se han de analizar cuáles son los errores cometidos para corregirlos en los siguientes ejercicios.

Se han de seguir haciendo ejercicios en tanto el propio alumno observe que no acaba de entender correctamente la lógica de la valoración de rentas.

BIBLOGRAFÍA

Teoría:

- GIL PELÁEZ, L. (1987): *Matemática de las Operaciones Financieras*. Madrid. AC.
- GONZÁLEZ CATALÁ, V. T. (1992): *Análisis de las Operaciones Financieras, Bancarias y Bursátiles*. Madrid. Ed. Ciencias Sociales.
- PABLO LÓPEZ, A. de (2002): *Valoración Financiera*. Ed. Universitaria Ramón Areces. Madrid.
- RUIZ AMESTOY, J. M. (1993): *Matemática Financiera*. Madrid. Ed. Centro de Formación del Banco de España.

Práctica:

- FUENTE SÁNCHEZ, D. de la (2006): *Ejercicios de valoración financiera*. Ed. Universitaria Ramón Areces.
- GONZÁLEZ CATALÁ, V. T. (1991): *Enfoque práctico de las Operaciones de la Matemática Financiera*. Madrid. Ed. Ciencias Sociales.
- PABLO LÓPEZ, A. de (2001): *Manual Práctico de Matemática Comercial y Financiera*. Madrid. Ed. Universitaria Ramón Areces.

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. La respuesta correcta es la b)

JUSTIFICACIÓN: El tipo mensual es: $4,5/12 = 0,375\%$ y el número de meses es $10 \cdot 12 = 120$

$$V_{10} = 2.000 \cdot \frac{1,003375^{120} - 1}{0,00375} = 302.396,15 \text{ €}$$

2. La alternativa más ventajosa para el comprador es la que le cueste menos, es decir la que tenga menor valor actual al tipo de interés al que él puede rentabilizar su dinero (en este caso el 9% efectivo anual).

El valor actual de la alternativa a) es 330.000 euros, por ser el precio al contado, es decir en el momento de la valoración.

El valor actual de la alternativa b) se obtiene valorando el pago de 100.000 euros al contado y la renta mensual de 4.000 euros que se paga con carácter pospagable durante 8 años.

$$(V_0)_b = 100.000 + 4.000 \cdot 12 \cdot a_{\overline{8}|9\%}^{(12)} = 100.000 + 48.000 \cdot \frac{0,09}{j_{12}} a_{\overline{8}|9\%}$$

En donde

$$j_{12} = 12 \cdot [(1 + 0,09)^{\frac{1}{12}} - 1] = 0,08648788 \text{ (8,648788\%)}$$

$$(V_0)_b = 100.000 + 276.459,76$$

$$(V_0)_b = 376.459,76 \text{ €}$$

Como el valor actual de la alternativa a) es menor que el de la alternativa b), *es preferible la alternativa a).*

3. a) Hay que hallar el valor actual de una renta constante de 400.000 euros al 10%, durante 6 años.

$$(V_0)_I = 400.000 \cdot a_{\overline{6}|10\%} = 1.742.104,28 \text{ €}$$

- b) Hay que hallar el valor actual de una renta en progresión geométrica con un primer pago de 100.000 euros razón $q = 1,05$, al 10%, durante 6 años.

$$(V_0)_{GT} = A(100.000; 1,05)_{\overline{6}|10\%} = 100.000 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1,05}{1,1}\right)^6}{1,1 - 1,05}$$

$$A(100.000; 1,05)_{\overline{6}|10\%} = 487.101,89 \text{ €}$$

- c) El VAN se obtiene como diferencia entre el valor actual de los ingresos y el de los gastos totales, deduciendo también el desembolso inicial.

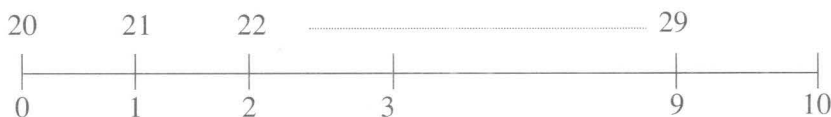
$$VAN = (V_0)_I - (V_0)_{GT} - C_0 = 1.742.104,28 - 487.101,89 - 1.000.000 = 255.002,39 \text{ €}$$

Como el VAN es positivo se decidirá aceptarla, es decir, realizarla.

4. Se trata de una renta perpetua y pospagable cuyo valor actual es:

$$V_0 = \frac{100.000}{0,04} = 2.500.000 \text{ €}$$

5. En este caso la renta es en progresión aritmética de razón $d = 1.000$ euros ($20.000 \cdot 0,05$), prepagable de duración 10 años. El esquema gráfico es el siguiente (cuantías en miles de euros).



La ecuación para obtener el valor actual es:

$$\ddot{A}(20.000; 1.000)_{\overline{10}|6\%} =$$

$$= 1,06 \cdot \left[\left(20.000 + \frac{1.000}{0,06} \right) \cdot a_{\overline{10}|6\%} - \frac{1.000 \cdot 10 \cdot 1,06^{-10}}{0,06} \right] =$$

$$\ddot{A}(20.000; 1.000)_{\overline{10}|6\%} = 187.412,31 \text{ €}$$

Si hubiera que pagar el importe de la concesión mediante un solo pago en el momento de firmar el contrato su cuantía sería de 187.412,31 euros.

GLOSARIO DE TÉRMINOS

Periodo de maduración: Plazo temporal en el que se genera el pago de cada capital.

Rentas constantes: Son aquellas cuyos capitales tienen siempre la misma cuantía.

Rentas financieras: Se denomina renta a un conjunto de capitales que se van pagando periódicamente a lo largo de un intervalo temporal definido.

Rentas perpetuas: Son aquellas cuyo horizonte temporal es infinito.

Rentas pospagables: Son aquellas cuyos capitales se pagan al final de cada periodo de maduración.

Rentas prepagables: Son aquellas cuyos capitales se pagan al principio de cada periodo de maduración.

Rentas temporales: Son aquellas cuyo horizonte temporal (duración) es finito.

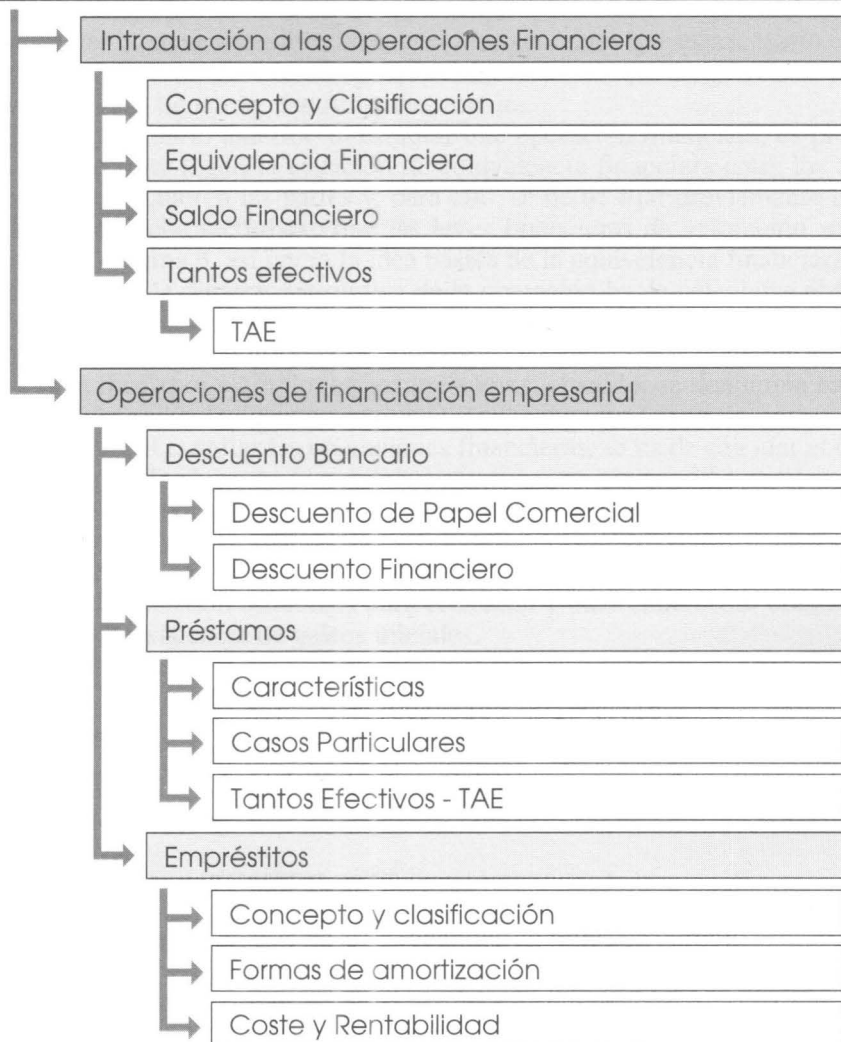
Rentas variables: Son aquellas cuyas cuantías van variando a lo largo del tiempo.

TEMA 5

VALORACIÓN DE OPERACIONES FINANCIERAS

GUIÓN-ESQUEMA

VALORACIÓN DE OPERACIONES FINANCIERAS



INTRODUCCIÓN

Este tema completa el módulo dedicado al estudio de la matemática financiera aplicada a la gestión financiera de la empresa.

En primer lugar se describen las cuestiones generales que es necesario conocer de las operaciones financieras, ya que todas ellas, aunque tengan características diferenciales, tienen un denominador común.

De acuerdo con lo anterior, al estudiar una operación financiera, es preciso plantear, en primer lugar, la ecuación de equivalencia financiera entre los compromisos que adquieren las partes y, para ello, se ha de fijar previamente la ley de valoración. Debe recordarse que las leyes financieras de valoración se han estudiado en el tema 3, así como la idea básica de la equivalencia financiera.

Para conocer la dinámica evolutiva de la operación ha de calcularse el saldo financiero en diferentes momentos del tiempo. Se comprobará que hay varios métodos para su obtención y que según el tipo de operación recibe una denominación específica (por ejemplo, en los préstamos, el saldo, se denomina capital vivo o capital pendiente de amortizar).

Finalmente, al estudiar las operaciones financieras, se ha de calcular el coste efectivo para el deudor y la rentabilidad efectiva que obtiene el acreedor. Para ello se tienen en cuenta los gastos que ocasiona la operación a cada parte (deudor y acreedor). Estos gastos pueden ser de tipo unilateral, cuando los paga una parte y van a terceros, o bilaterales, cuando los paga una parte y van a la otra. Los tantos efectivos son diferentes para el deudor y para el acreedor como consecuencia de la existencia de gastos iniciales.

El estudio de este tema va a ser de gran aplicación al estudiar el tema 8 y también en algunos aspectos de los temas 6 y 7.

CONTENIDO

1. Concepto y clasificación

1.1. Definición y características

Las operaciones financieras consisten en el intercambio no simultáneo de capitales financieros de manera que, fijada la ley financiera de valoración de

común acuerdo entre las partes, los compromisos han de ser financieramente equivalentes.

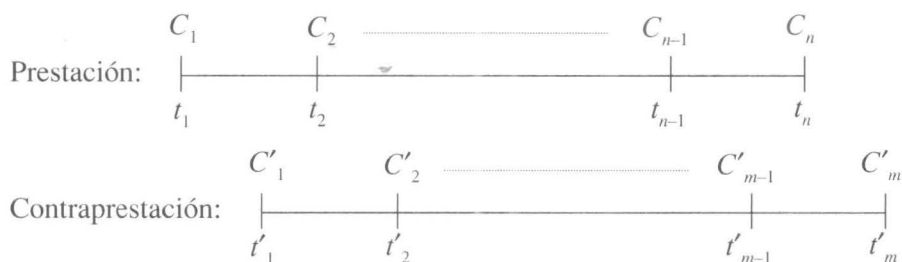
En toda operación intervienen dos personas, físicas o jurídicas, que reciben la denominación de acreedor y deudor, prestamista y prestatario, obligacionista y emisor, etcétera, según la clase de operación que se trate. Ambas partes adquieren unos compromisos de entregar y recibir capitales; estos compromisos se plasman generalmente en un contrato que firman las dos partes y reciben la denominación de *prestación* y *contraprestación*.



La equivalencia entre los compromisos significa que, en términos financieros, ninguna de las dos partes va a entregar más que la otra sino que lo que va a entregar cada una es equivalente a lo que va a recibir de la otra, de acuerdo con la ley financiera previamente pactada.

Para evitar confusiones hay que insistir en que no hemos dicho que lo que entrega una parte es igual a lo que entrega la otra, sino que lo que entrega una es *equivalente* a lo que entrega la otra. Por ejemplo, en un préstamo hipotecario a 20 años, el banco presta 100.000 euros, pero el deudor va a devolver 160.000 euros a lo largo de esos años. Observamos que las cuantías no son iguales, pero son equivalentes financieramente de acuerdo con la ley financiera pactada en el contrato.

El esquema de una operación puede representarse gráficamente así:



En las operaciones financieras hay que destacar los siguientes momentos:

- El *origen* de la operación, que es el momento en que se entrega el primer capital. En el gráfico es el momento t_1 .
- El *final* de la operación, que es el momento en que se entrega el último capital. En el gráfico es el momento t'_m .
- La *duración* de la operación, que es el intervalo temporal que hay entre el origen y el final de la renta.

1.2. Clasificación

Las operaciones financieras se pueden clasificar atendiendo a diferentes puntos de vista. Las más interesantes son:

Atendiendo a la **duración** se distingue entre:

- Operaciones a *corto plazo*, cuando la duración es menor o igual a un año.
- Operaciones a *largo plazo*, cuando la duración es mayor que un año.

Atendiendo al **número de capitales** que se entregan y reciben, se distingue entre:

- Operaciones *simples*, cuando hay un solo capital en la prestación y también uno solo en la contraprestación. Por ejemplo, el descuento bancario de una letra de cambio.
- Operaciones *compuestas*, cuando hay más de un capital en la prestación o en la contraprestación. Por ejemplo, un préstamo a amortizar mediante anualidades constantes, una cuenta de ahorro-vivienda, etcétera.

Atendiendo a la **ley financiera** que se utiliza, se distingue entre:

- Operaciones de *capitalización*, cuando la ley financiera es de capitalización.
- Operaciones de *descuento*, cuando la ley financiera es de descuento.

Atendiendo al **objetivo** de la operación, se distingue entre:

- Operaciones de *financiación*, cuando en primer lugar se reciben los capitales y después se van devolviendo a lo largo del plazo temporal estipulado.
- Operaciones de *inversión*, cuando en primer lugar se desembolsan los capitales y después se van recuperando poco a poco.

Atendiendo a la clase de **sujeto** que interviene en la operación, se distingue entre:

- Operaciones *bancarias* cuando una de las partes es una entidad financiera. Estas operaciones son muy frecuentes dado el carácter de intermedia-

rios financieros que tienen estas instituciones. Dentro de las operaciones bancarias se suele distinguir entre:

- Operaciones *activas*, cuando el banco actúa como acreedor o prestamista.
 - Operaciones *pasivas*, cuando actúa como deudor o prestatario.
 - Operaciones *de mediación* o servicios, que prestan a sus clientes como por ejemplo, transferencias, domiciliación de recibos, cambio de moneda, etcétera.
- Operaciones *no bancarias*, cuando ninguna de las dos partes es una entidad financiera.

2. Equivalencia y saldo financiero

2.1. Equivalencia Financiera

Al establecer el concepto de operación financiera se indicaba que los compromisos de las partes han de ser financieramente equivalentes, de acuerdo con la ley financiera que previamente han pactado contractualmente las partes. Este principio se concreta cuantitativamente en que la suma financiera de los capitales de la prestación ha de ser igual a la suma financiera de los capitales de la contraprestación.

En el caso de la operación que se describe en el esquema gráfico anterior y suponiendo que se utiliza como ley financiera de valoración el descuento compuesto, se ha de verificar que:

$$C_1 \cdot (1+i)^{-t_1} + C_2 \cdot (1+i)^{-t_2} + \dots + C_n \cdot (1+i)^{-t_n} = C'_1 \cdot (1+i)^{-t'_1} + \dots + C'_m \cdot (1+i)^{-t'_m}$$

Si la operación fuese a corto plazo se utilizarían leyes financieras simples, como la capitalización simple o los descuentos comercial y racional.

2.2. Saldo financiero

Cuando se desea conocer como se va desarrollando la operación a lo largo de su duración se calcula el saldo financiero en diferentes momentos del tiempo. Debe observarse que la ecuación de equivalencia establece el equilibrio estático y global de la operación pero no ofrece ninguna información respecto a como va evolucionando a lo largo de su duración; esa información la proporciona el saldo financiero. A continuación, se razona la forma de obtener el saldo.

Situados en un momento t_s del transcurso de la operación, el saldo financiero mide la diferencia entre los capitales que ha entregado una de las partes y los que ha entregado la otra. Para su cálculo se halla, por un lado, la suma financiera en t_s de los capitales de la prestación que ya se han entregado y por otro lado,

la suma financiera en t_s de los capitales de la contraprestación que también se han entregado. El saldo financiero es precisamente la diferencia de ambas sumas. El saldo es a favor de la parte cuyos capitales han sumado más. Esta forma de hallar el saldo se conoce como *método retrospectivo* porque se calcula tomando en cuenta los capitales del pasado (anteriores a t_s).

El saldo también se puede hallar como diferencia entre los capitales que faltan por entregar a ambas partes, es decir, mirando al futuro de la operación. En efecto, supuesto que estamos situados en el momento t_s , se hallaría la suma financiera de los capitales que entregará la contraprestación en el futuro y se le restaría la suma financiera de los capitales que entregará la prestación. El resultado que se obtendrá es el mismo que en el caso anterior. Cuando se sigue este camino se dice que se está aplicando el *método prospectivo* porque mira hacia el futuro de la operación.

Cuando ya se ha hallado el saldo en un determinado momento t_s y se desea hallar el saldo en otro momento posterior t'_s , se puede partir del primer saldo y tomar en cuenta únicamente los capitales que vencen entre esos dos momentos del tiempo. En este caso se dice que se aplica el *método recurrente*.

3. Tantos efectivos. TAE

Las operaciones financieras ocasionan algunos gastos que han de sufragar las partes intervinientes.

Hay *gastos* que se denominan *unilaterales* porque los paga una de las partes y van a parar a terceros, como es el caso de las comisiones que perciben las Sociedades y Agencias de Valores, los corretajes que perciben los fedatarios mercantiles, los impuestos que percibe la Hacienda Pública, los gastos de notaría y registro cuando el deudor ofrece una garantía real al acreedor, etcétera.

Otros *gastos* son *bilaterales* porque los paga una de las partes y los cobra la otra, como es el caso de las comisiones de apertura y estudio que cobran las entidades financieras cuando prestan capitales a sus clientes, las primas de emisión y de amortización que pueden ofrecer los emisores de empréstitos a los suscriptores de los títulos (obligacionistas).

Se denominan tantos efectivos a los tipos de interés que establecen la ecuación de equivalencia financiera entre las capitales realmente entregados y los realmente recibidos, es decir, teniendo en cuenta los gastos que ha ocasionado la operación a cada una de las partes. Al existir gastos de tipo unilateral, el tanto efectivo para el deudor es diferente del tanto efectivo para el acreedor.

El *tanto efectivo para el deudor* mide el coste real de la financiación que ha recibido. Este tanto es mayor que aquel con el que se concertó la operación; por ejemplo si se ha recibido un préstamo hipotecario al 6% en capitalización compuesta y se ha de pagar una comisión de apertura del 2% y unos gastos de notaría, registro, impuesto de actos jurídicos documentados, gestoría, etcétera, el tanto de coste real para el prestatario se puede situar, por ejemplo en el 7,5%. Este es el tanto efectivo de la operación para el citado prestatario.

El *tanto efectivo para el acreedor* mide la rentabilidad real de la colocación que ha efectuado. Este tanto suele ser menor que aquel con el que se concertó la operación si el acreedor ha tenido gastos a su cargo como puede ser el impuesto que grava los intereses que percibe.

Para calcular los tantos efectivos se puede utilizar, en principio, cualquiera de las leyes financieras estudiadas anteriormente, sin embargo, en la práctica, se utiliza la capitalización-descuento compuesto con objeto de tener un criterio común a la hora de efectuar comparaciones entre los costes de las diferentes fuentes de financiación que pueda tener el deudor o las rentabilidades que ofrecen al acreedor las diferentes alternativas de colocación.

El TAE (Tanto Anual Equivalente) o la TAE (Tasa Anual Equivalente), según se prefiera denominar al tipo de interés, como tanto o como tasa, es el tanto efectivo de la operación calculado de acuerdo con la normativa del Banco de España. La Circular 8/90 sobre «transparencia de las operaciones y protección de la clientela» fija las normas que las entidades financieras han de cumplir con sus clientes en cuanto a información y publicidad de los tipos de interés, comisiones y gastos repercutibles, fechas de valoración de adeudos y abonos, etcétera.

En la norma octava de esta Circular se detalla como se ha de calcular este tanto efectivo, indicando cuales son los gastos que se han de incluir y cuales los que no se han de incluir. La ecuación de equivalencia se establece en descuento compuesto como valor actual entre lo pagado y lo recibido tomando como unidad de tiempo el intervalo temporal más pequeño entre capitales consecutivos. Una vez obtenido ese tipo de interés, si ese intervalo temporal es menor que el año se calcula el tanto efectivo anual aplicando la ecuación de tantos equivalentes en capitalización compuesta que se ha estudiado en el tema 3.

Se recomienda la lectura de esta Circular tanto por su interés a la hora de calcular el TAE como por el conocimiento que proporciona en cuanto a la relación de los bancos con sus clientes. Se puede obtener en la página web del Banco de España: www.bde.es/ en el apartado referente a normativa.

4. Operaciones de financiación empresarial

En el pasivo del balance se describen las fuentes de financiación que utilizan las empresas para financiar su activo. La financiación puede provenir de:

- Recursos propios (capital y reservas).
- Recursos ajenos a corto plazo (descuento bancario, créditos en cuenta corriente, crédito comercial de los proveedores, etc.).
- Recursos ajenos a largo plazo (préstamos, empréstitos, etc.).

En este epígrafe se van a estudiar algunas de estas operaciones de financiación, sin ánimo de ser exhaustivos, dado el ajustado margen temporal de que se dispone para desarrollar la materia. Ese estudio va a servir para que el alumno

conozca diversas formas de valoración financiera. El aprendizaje de la lógica de la valoración financiera, le permitirá analizar cualquier otra operación utilizando la misma lógica.

5. Descuento bancario

Esta operación consiste en que una entidad financiera adelanta (anticipa) la disponibilidad de un capital futuro que le entrega su cliente (empresa) y, además, se encarga de gestionar el cobro. La entidad financiera descuenta el documento mercantil que representa a ese capital futuro y le abona el valor descontado, una vez deducido:

- El importe del descuento comercial, por el tiempo que falta hasta el vencimiento del capital.
- La comisión de cobranza, por la gestión de cobro que ha de realizar.
- Otros gastos que pudiera haber.

El cliente ha de entregar al banco el documento que representa ese crédito frente a un tercero. El documento más típico del descuento bancario es la letra de cambio pero también se pueden descontar pagarés, recibos, cheques bancarios, certificaciones de obra, etc.

El descuento bancario es una operación simple, a corto plazo, de financiación para empresa cliente, de descuento y bancaria, de acuerdo con la clasificación efectuada en el epígrafe 1 de este tema.

En la práctica se distinguen dos modalidades:

- *Descuento de papel comercial*: En este caso, el cliente del banco es una empresa que vende a crédito y necesita liquidez. Para obtener esa liquidez, la empresa vendedora (librador) gira una letra contra la empresa compradora (librado) y la descuenta en su banco. El banco (tomador de la letra) entrega el valor descontado y al vencimiento de la letra, cobra el importe nominal.
- *Descuento financiero*: En este caso, el cliente pide a su banco un préstamo a corto plazo, que se materializa mediante una letra de cambio, que descuenta el banco y, al vencimiento, el cliente devuelve el importe nominal de la letra. Por lo tanto, aquí no hay una compraventa a crédito como sucedía en el caso anterior.

5.1. Cálculo del efectivo o valor descontado

En el descuento de papel comercial se realizan dos tipos de operaciones:

- Una operación activa: el descuento comercial.
- Una operación de mediación: el cobro de la letra.

El esquema gráfico de esta operación es:



siendo:

- N = Nominal de la letra a pagar por el librado dentro de n días.
- E = Efectivo (valor descontado) que entrega el banco a su cliente.
- n = Número de días de descuento.
- 0 = Momento actual en que se descuenta la letra.

El efectivo que entrega el banco se obtiene al restar:

Nominal – descuento comercial – comisión cobranza – otros gastos G

$$E = N - N \cdot d \cdot \frac{n}{360} - N \cdot g - G = N \cdot \left(1 - d \cdot \frac{n}{360} - g \right) - G$$

- Para calcular el descuento comercial se utiliza el año bancario (360) en el denominador, pero se cuentan los días reales (n) que dura la operación en el numerador (desde que se negocia en el banco hasta su vencimiento).
- La comisión de cobranza (g) es un tanto por mil del nominal y se cobra un mínimo: $g_{\min}$ cuando $N \cdot g < g_{\min}$
- Puede haber otros gastos (G): correo, fax, teléfono, etc.

Las letras de cambio son documentos mercantiles y por ello tributan por el impuesto de Transmisiones Patrimoniales y Actos Jurídicos Documentados (TP y AJD) de acuerdo con una escala de gravamen en función del nominal de la letra. Este impuesto se conoce también como *timbre* de la letra y su cuantía la anotaremos con T .

La cuantía líquida L (o neta) que le queda a la empresa vendedora, al haber tenido que presentar la letra correctamente timbrada, es:

$$L = E - T$$

5.2. Casos particulares

- *Descuento a forfait*, cuando el tanto de descuento comercial incluye la comisión de cobranza. Se suele aplicar a letras de las mismas características en cuanto a plazos y domiciliación.

— *Letras tomadas en gestión de cobro*, las letras se llevan al banco únicamente para su cobro (por lo tanto, no hay descuento comercial). En este caso la comisión de cobranza tributa por IVA de acuerdo con la normativa fiscal.

$$E = N - N \cdot g - N \cdot g \cdot t = N \cdot [1 - g \cdot (1 + t)]$$

Siendo t el tipo impositivo del IVA.

Ejemplo

La empresa K descuenta en su banco una letra de 6.000 euros cuyo vencimiento se producirá dentro de 80 días. Sabiendo que se aplica un tanto de descuento del 9% anual, una comisión de cobranza del 5‰ con un mínimo de 6 euros y que los otros gastos importan 2 euros, obtener el efectivo que ha de entregar el banco a su cliente.

Solución:

$$E = 6.000 \cdot \left(1 - 0,09 \cdot \frac{80}{360} - 0,005 \right) - 2 = 5.848 \text{ €}$$

Nota: Debe observarse que la comisión de cobranza supera al mínimo:

$$N \cdot g = 6.000 \cdot 0,005 = 30 > g_{\min} = 6 \text{ €}$$

5.3. Descuento de una remesa de efectos

En la práctica, las empresas cuando utilizan el descuento bancario para financiarse lo hacen de una forma continuada y, por ello, solicitan al banco que les conceda una *línea de descuento*. El banco analiza las circunstancias de la empresa y su cartera de clientes; como resultado de ese análisis le concede la línea de descuento fijando un límite que no puede rebasar, de manera que, alcanzado el límite, deberá esperar a que venzan algunas letras antes de enviar otras nuevas al descuento.

Desde el momento en que el banco concede la línea de descuento, el cliente, puede enviar letras a descontar, y suele hacerlo, no de una en una, sino que envía una remesa de letras. El documento en el que se liquida el descuento de la remesa se denomina factura de negociación y el importe efectivo del descuento se obtiene restando, del nominal total de la remesa, la suma de todos los gastos habidos. Desde el punto de vista práctico, una vez conocido cómo se descuenta

una letra, el descuento de una remesa, es la suma de los descuentos de todas ellas.

5.4. Letras impagadas

Cuando una letra no es pagada a su vencimiento, el banco carga en la cuenta de su cliente el importe nominal de la misma y los gastos de devolución que se producen, entre ellos los gastos de protesto de la letra, que se hace ante notario, para que la letra no se perjudique. Si la letra lleva cláusula «sin gastos», el protesto se sustituye por una declaración equivalente de impago, con lo cual no hay gastos de notaría.

La cuantía total C_T que cargará el banco a su cliente es la suma del nominal N devuelto y los gastos que ocasiona la devolución, que son los siguientes:

- C_d la comisión de devolución que cobra el banco.
- G_p los gastos de protesto (notario).
- C_p la comisión de protesto que cobra el banco por gestionar el protesto.
- G_c otros gastos (correo, fax, teléfono).

En consecuencia, al sumar esos gastos resulta:

$$C_T = N + N \cdot C_d + G_p + C_p + G_c$$

Ejemplo

Una letra de nominal 20.000 euros que giró la empresa ZYX, no es pagada a su vencimiento. Obtener la cuantía que cargará el banco en la cuenta de esta empresa. La comisión de devolución es el 2,5% del nominal, los gastos de protesto ascienden a 65 euros, la comisión de protesto es 25 euros y los gastos de correo otros 3 euros.

Solución:

- Nominal de la letra = 20.000 €
 - Com. devolución (20.000 · 0,025) 500
 - Gastos de protesto 65
 - Comisión de protesto 25
 - Gastos de correo, etc. 3
 - Total de gastos 593 €
- Cuantía total que carga el banco 20.593 €

5.5. Letras de resaca o renovación

Las causas por las que se produce el impago de una letra son variadas, pero el caso más frecuente es porque la empresa que debía pagarla (el librado) no tiene liquidez en la fecha de su vencimiento. Frecuentemente, librador y librado, se ponen de acuerdo en girar una nueva letra cuyo vencimiento sea una fecha en la que el librado prevea que tendrá liquidez. Esa nueva letra se conoce como letra de resaca.

El aspecto peculiar de una letra de resaca es que se conoce su importe efectivo y se calcula el nominal que ha de girarse para que al descontarla, el librador recupere la cuantía total C_T que le ha cargado el banco más los intereses de demora I , si se retrasa el acuerdo, y más el importe del timbre T (impuesto de TP y AJD).

La ecuación a plantear y el nominal que resulta es:

$$C_T + I + T = N \cdot \left(1 - d \cdot \frac{n}{360} - g \right) \Rightarrow N = \frac{C_T + I + T}{\left(1 - d \cdot \frac{n}{360} - g \right)}$$

Ejemplo

Con los datos del ejercicio anterior, una vez llegado a un acuerdo entre librador y librado, obtener el importe nominal de la letra de resaca que habrá que poner en circulación si se acuerda girarla a 60 días aplicando el descuento al 10% anual y una comisión de cobranza del 7%. El timbre de la letra importa 67,31 euros y no hay intereses de demora.

Solución:

Los datos son: $n = 60$ días; $d = 10\%$; $g = 7\%$; $T = 67,31 \text{ €}$ y $C_T = 20.593 \text{ €}$. Y, al aplicar la fórmula, se obtiene el importe nominal de la letra de resaca

$$N = \frac{20.593 + 67,31}{\left(1 - 0,10 \cdot \frac{60}{360} - 0,007 \right)} = 21.161,12 \text{ €}$$

5.6. Descuento financiero

Como se indicó anteriormente, se denomina descuento financiero al caso en que la empresa necesita un préstamo a corto plazo y el banco lo concede materializándose a través del descuento bancario.

- El banco (librador) gira una letra contra su cliente (librado) y le entrega el valor descontado. Es frecuente que haya un avalista (directivo de la empresa) que figure como librador y así el banco aparece como un tercero (tenedor de la letra).
- El efectivo y el líquido coinciden porque la letra la aporta el banco y su importe (tímbre) lo repercute a su cliente.
- La duración del préstamo suele medirse en meses (m) y si interviene fedatario público hay que añadir el corretaje (co). Hay comisión de apertura de crédito (g) pero no hay comisión de cobranza.
- La ecuación para obtener el efectivo = líquido es:

$$L = N \cdot \left(1 - d \cdot \frac{m}{12} - g - co \right) - T$$

6. Préstamos

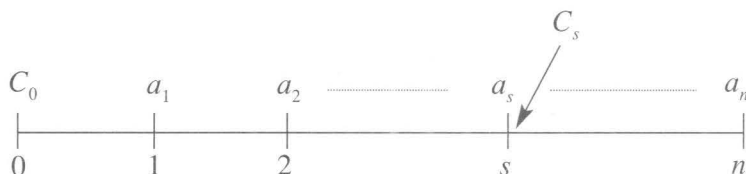
6.1. Concepto y características

Un préstamo es una operación financiera por la cual una de las partes, denominada *prestamista* (usualmente una entidad financiera) entrega a otra denominada *prestatario* un capital con el compromiso de devolverlo junto con sus intereses mediante un conjunto de pagos a realizar a lo largo de su duración. En el contrato del préstamo ha de figurar el tanto nominal que se aplicará a la operación.

Los préstamos son, por lo general, operaciones a largo plazo por lo que se utiliza para su valoración la capitalización y el descuento compuesto.

Los capitales que entrega el prestatario para devolver el préstamo se denominan genéricamente términos amortizativos o *cuotas a pagar* y, por sus características, forman una renta por lo que es de aplicación lo estudiado en el tema anterior. Los términos amortizativos reciben denominaciones específicas según la frecuencia con la que el prestatario efectúe sus pagos, así se hablará de anualidades, semestralidades, mensualidades, etc., cuando se trate de pagos anuales, semestrales, mensuales, etc.

El esquema de la operación es:



siendo:

C_0 = Cuantía del *capital prestado* que entrega el prestamista en 0 (origen de la operación).

a_s = Cuantía a pagar por el prestatario en el año s (los a_s se denominan *términos amortizativos* o *cuotas a pagar*). El subíndice s toma los valores 1, 2, ..., n

C_s = Saldo financiero de la operación después de transcurridos s periodos. En los préstamos, el saldo recibe la denominación de *capital vivo* o *capital pendiente de amortizar*. Debe observarse que el saldo financiero se mantiene a favor del prestamista durante toda la operación y que, cuando finaliza la operación, es $C_n = 0$ porque se habrá amortizado todo el préstamo.

M_s = *Capital amortizado* en los s primeros años.

En los préstamos se verifican las siguientes relaciones:

$$C_s = C_{s-1} \cdot (1 + i) - a_s \quad (\text{con } s = 1, 2, \dots, n)$$

Esta ecuación plantea el saldo financiero por el método recurrente e indica que el capital vivo en s se obtiene a partir del capital vivo del periodo anterior (C_{s-1}) que hay que capitalizar un año: $C_{s-1} \cdot (1 + i)$ y, finalmente, se resta el término amortizativo que paga el prestatario en el año s . Al despejar a_s resulta:

$$a_s = C_{s-1} \cdot i + (C_{s-1} - C_s) = I_s + A_s$$

Esta ecuación indica que el término amortizativo, o cuota a pagar, se compone de dos partes:

- la primera, $I_s = C_{s-1} \cdot i$ se dedica a pagar los intereses del periodo s y se denomina *cuota de intereses*.
- la segunda, $A_s = C_{s-1} - C_s$ se dedica a disminuir la deuda pendiente en el año s y se denomina *cuota de amortización*.

También se verifica:

$$\begin{aligned} C_0 &= A_1 + A_2 + \dots + A_s + \dots + A_n \\ C_s &= A_{s+1} + A_{s+2} + \dots + A_n = C_{s-1} - A_s \\ M_s &= A_1 + A_2 + \dots + A_s = M_{s-1} + A_s \end{aligned}$$

Siendo M_s el *capital amortizado* en los s primeros periodos. Se verifica también: $C_0 = C_s + M_s$.

Las relaciones obtenidas anteriormente se cumplirán en los casos particulares que se van a estudiar a continuación, ya que se han obtenido desde un planteamiento general.

6.2. Casos particulares de amortización

Para amortizar un préstamo se pueden emplear diversos métodos. Los más usuales son:

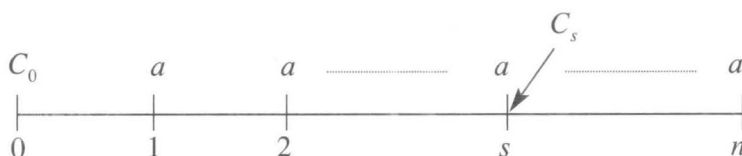
- El método francés o de cuotas a pagar constantes.
- El método de amortización constante: La deuda disminuye en la misma cuantía en cada periodo.
- El método americano: pago de intereses periódicos y amortización única al final.
- El método alemán: pago de intereses anticipados y cuotas a pagar constantes.

En los préstamos, al igual que en cualquier otra operación financiera, se ha de verificar la equivalencia financiera entre lo que entrega el prestamista y lo que ha de entregar el prestatario de acuerdo con la ley financiera que se ha pactado de común acuerdo entre las partes.

El *cuadro de amortización* es una tabla de doble entrada en la que se muestran las cuantías que, por cada concepto, describen el préstamo. Así, por ejemplo, informa en cualquier momento de la deuda pendiente de amortizar, de la cuantía que ha de pagar el prestatario en cada periodo así como su descomposición en concepto de intereses y en concepto de amortización del periodo, y la cuantía total amortizada hasta el periodo que se toma en consideración.

6.2.1. Método Francés

Sea un préstamo de cuantía C_0 a devolver en n años a un tanto i . El esquema de la operación es:



Se observa que los términos amortizativos, o cuotas a pagar (a), forman una renta constante, temporal y pospagable cuyo valor actual al tanto i ha de coincidir con C_0 . La siguiente ecuación establece la equivalencia financiera entre lo que entrega el prestamista (C_0) y lo que entrega el prestatario (la renta constante) y permite obtener la cuantía a que ha de pagar el prestatario.

$$C_0 = a \cdot a_{\overline{n}|i} \Rightarrow C_0 = a \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow a = \frac{C_0 \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

El capital vivo al final del periodo s por el método prospectivo se obtiene descontando los $n-s$ últimos términos amortizativos hasta s :

$$C_s = a \cdot a_{\overline{n-s}|i} \quad s = 1, 2, \dots, n$$

Y por el método recurrente:

$$C_s = C_{s-1} \cdot (1 + i) - a \Rightarrow a_s = C_{s-1} \cdot i + A_s$$

Para obtener las cuotas de amortización se parte del capital vivo por el método recurrente para dos periodos consecutivos:

$$\begin{aligned} \frac{C_s}{C_{s+1}} &= \frac{C_{s-1} \cdot (1 + i) - a}{C_s \cdot (1 + i) - a} \\ \underbrace{\frac{C_s - C_{s+1}}{C_s - C_{s+1}}} &= \underbrace{\frac{(C_{s-1} - C_s) \cdot (1 + i)}{(C_{s-1} - C_s) \cdot (1 + i)}} \\ \boxed{A_{s+1}} &= \boxed{A_s \cdot (1 + i) = \dots\dots\dots = A_1(1 + i)^s} \end{aligned}$$

Relación de recurrencia que verifican las cuotas de amortización. Se observa que las cuotas de amortización crecen en progresión geométrica de razón $1 + i$. Para obtener estas cuotas es preciso calcular previamente la primera A_1 .

Teniendo en cuenta que el término amortizativo del primer periodo es: $a = C_0 \cdot i + A_1$ se despeja

$$A_1 = a - C_0 \cdot (1 + i)$$

Ejemplo

La empresa Z obtiene del banco X un préstamo de un millón de euros a amortizar en 5 años mediante anualidades constantes, a un tanto del 10% anual. Calcular:

- a) La anualidad que se ha de pagar.
- b) Las cuotas de amortización del 1º y del 3º año.
- c) Elaborar el cuadro de amortización.
- d) El tanto efectivo para el prestatario sabiendo que ha de pagar una comisión de apertura del 2% del capital prestado y unos gastos de estudio del préstamo del 0,5%.

Solución:

- a) La anualidad se obtiene así:

$$a = \frac{1.000.000 \cdot 0,01}{1 - 1,1^5} = 263.797,48 \text{€}$$

b) La cuota de amortización del primer año es:

$$A_1 = a - C_0 \cdot (1 + i) = 263.797,48 - 1.000.000 \cdot 0,1 = 163.797,48 \text{ €}$$

y la del tercer año es:

$$A_3 = A_1 \cdot (1 + i)^2 = 163.797,48 \cdot 1,1^2 = 198.194,95 \text{ €}$$

c) Elaboración del cuadro de amortización

El primer año:

— Se pagan por intereses: $I_1 = 1.000.000 \cdot 0,1 = 100.000$ euros, y

— Queda para amortizar: $A_1 = a - I_1 = 163.797,48$ euros.

— La deuda pendiente de amortizar después del primer año es:

$$C_1 = C_0 - A_1 = 1.000.000 - 163.797,48 = 836.202,52 \text{ euros.}$$

El segundo año:

— Se pagan intereses: $I_2 = 836.202,52 \cdot 0,1 = 83.620,25$ euros y

— Queda para amortizar: $A_2 = a - I_2 = 180.177,23$ euros.

— La deuda pendiente de amortizar después del segundo año es:

$$C_2 = C_1 - A_2 = 836.202,52 - 180.177,23 = 656.025,29 \text{ euros.}$$

De la misma forma se continúa hasta completar los 5 años que dura la amortización.

Cuadro de amortización por el Método Francés. Capital prestado: 1.000.000 euros al 10% anual en 5 años

Año	Anualidad	Intereses	Amortización		Capital Vivo
			Parcial	Acumulada	
0					1.000.000,00
1	263.797,48	100.000,00	163.797,48	163.797,48	836.202,52
2	263.797,48	83.620,25	180.177,23	343.974,71	656.025,29
3	263.797,48	65.602,53	198.194,95	542.169,66	457.830,34
4	263.797,48	45.783,03	218.014,45	760.184,11	239.815,89
5	263.797,48	23.981,59	239.815,89	1.000.000,00	0,00

La amortización parcial son las cuotas A_s y la acumulada son las M_s .

d) El prestatario recibe una cuantía neta en el momento inicial:

— Capital prestado 1.000.000 €

— Comisión apertura (2%) - 20.000 €

— Comisión de estudio (0,5%) - 5.000 €

Recibe neto: 975.000 €

Y desembolsa unas anualidades de 263.797,48 euros en cada uno de los 5 años que dura la operación. La ecuación para obtener el tanto efectivo es:

$$975.000 = 263.797,48 \cdot a_{\overline{5}|i_0} \Rightarrow i_0 = 10,9987\% (\approx 11\%)$$

Se observa que, aun cuando la operación se ha concertado al 10% al prestatario le resulta realmente al 11% como consecuencia de los gastos que conlleva el préstamo.

6.2.2. Método de Cuotas de Amortización constantes

Este método consiste en que se amortiza la misma cuantía en cada periodo. Debe distinguirse claramente la diferencia con el método francés ya que allí, la cuota a pagar es constante (término amortizativo) y aquí la cuantía en que disminuye la deuda en cada periodo es constante:

$$A_1 = A_2 = \dots = A_n = A$$

La cuantía constante A en que disminuye la deuda se obtiene:

$$C_0 = A_1 + A_2 + \dots + A_n = n \cdot A \Rightarrow A = \frac{C_0}{n}$$

La deuda se va reduciendo así:

$$C_1 = C_0 - A; C_2 = C_1 - A = C_0 - 2 \cdot A; \dots C_s = C_0 - s \cdot A \text{ y así sucesivamente.}$$

También se verifica:

$$C_s = A_{s+1} + A_{s+2} + \dots + A_n = (n - s) \cdot A$$

$$M_s = A_1 + A_2 + \dots + A_s = s \cdot A$$

Los términos amortizativos o cuotas a pagar disminuyen en progresión aritmética de razón $-A \cdot i$.

$$a_2 = a_1 - A \cdot i; a_3 = a_2 - A \cdot i; \dots a_s = a_{s-1} - A \cdot i; \dots a_n = a_{n-1} - A \cdot i;$$

siendo $a_1 = C_0 \cdot i + A$.

Los términos amortizativos también se pueden obtener de alguna de las formas siguientes (teniendo en cuenta que $C_0 = n \cdot A$):

$$a_1 = C_0 \cdot i + A = A \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$a_2 = C_1 \cdot i + A = A \cdot [1 + (n - 1) \cdot i]$$

$$a_3 = C_2 \cdot i + A = A \cdot [1 + (n - 2) \cdot i] \quad \text{etc.}$$

6.2.3. Método americano

En este método, durante los $n - 1$ primeros años se pagan únicamente intereses y la amortización total se efectúa en el último año. Los términos amortizativos son:

$$a_1 = a_2 = \dots a_{n-1} = C_0 \cdot i \quad \text{y} \quad a_n = C_0 \cdot i + C_0 = C_0 \cdot (1 + i)$$

Este método es el más sencillo pero tiene el inconveniente de que al final hay que pagar una cuantía muy elevada, lo que puede ocasionar problemas de tesorería al prestatario.

6.2.4. Otros Métodos

Un préstamo se puede amortizar aplicando otros métodos como, por ejemplo:

- El *método americano con fondos*, que trata de evitar que el prestatario tenga que disponer, al final de la operación, del total del capital prestado C_0 . Para ello, se hacen aportaciones periódicas a un fondo con el cual se reconstruye el capital prestado. Se trata por tanto de dos operaciones conjuntas, el préstamo americano y la operación de constitución de capital.
- El *método alemán*, en el que se pagan los intereses anticipados y los términos amortizativos son constantes.
- *Préstamos con periodos de carencia*: Es el caso en que al prestatario le interesa pagar menos al principio (por ejemplo, si lleva a cabo inversiones reales, ya que la inversión no genera rendimientos hasta que ha transcurrido cierto tiempo). En esta clase de préstamos se acuerda reducir temporalmente las cuotas a pagar para acomodarse mejor a las necesidades del prestatario. Hay 2 modalidades:
 - Carencia de cuotas de amortización: Durante los primeros años solo se pagan intereses.
 - Carencia total: Durante los primeros años no se paga nada.
- *Préstamos hipotecarios*. Son préstamos en los que el prestatario hipoteca bienes inmuebles como garantía de la operación. La hipoteca, reduce el riesgo de impago por lo que se aplican tipos de interés más bajos que en los préstamos al consumo. Sus características más destacadas son:
 - Cuantía elevada respecto a la capacidad económica del prestatario.
 - Larga duración (es usual una duración entre 15 y 40 años).
 - El tipo de interés puede ser fijo o variable (entre estos últimos destaca el tipo Euribor a un año más un recargo).
 - La forma de amortización más usual es mediante mensualidades constantes.

- Tienen mayores gastos: Los *gastos iniciales* que no tienen otros préstamos son:
 - Notaría (otorgamiento de la escritura notarial de hipoteca).
 - Registro (inscripción en el Registro de la Propiedad).
 - Tasación (valoración del inmueble para fijar la cuantía del capital prestado; es usual conceder en torno al 80% de C_0).
 - Impuesto AJD (Actos Jurídicos Documentados) por la escritura de hipoteca.
 - Gastos de gestoría (si se utiliza una gestoría para gestionar su tramitación).

También hay *gastos finales*:

- Notaría (por la escritura de cancelación de la hipoteca).
- Registro de la Propiedad (por la anotación de la cancelación de la hipoteca).
- Impuesto de AJD.
- Gastos de gestoría.

6.3. Tantos efectivos en los préstamos

Los tantos efectivos en un préstamo miden:

- la rentabilidad real que obtiene el prestamista y
- el coste real que resulta para el prestatario.

Ambos tantos son diferentes por existir gastos de tipo unilateral (los paga una de las partes y van a terceros). En nuestro caso interesa conocer el tanto efectivo para el prestatario ya que la empresa necesita financiación y debe conocer cuál es su tanto de coste. También interesa conocer el tanto TAE al que resulta el préstamo. Para su cálculo se tiene en cuenta:

- Lo que real o netamente se ha recibido.
- Lo que realmente se ha desembolsado.

6.3.1. Tanto efectivo para el prestatario

El prestatario puede tener los siguientes gastos:

- *En el momento inicial*
 - Comisión de apertura de crédito, que suele ser de un 0,5% a un 2% del capital prestado.
 - Comisión de estudio.

— Si es un préstamo hipotecario, además se han de tener en cuenta los gastos citados en el epígrafe anterior (gastos notariales, de registro, de tasación, etc.)

- *Durante la vida del préstamo*

- Comisión por transferencia, si utiliza este servicio

- Gastos de administración del préstamo (%o).

- *Al final de la operación:* No suele haber gastos, salvo en los hipotecarios, en los que hay los gastos citados en el epígrafe anterior.

La ecuación de equivalencia para obtener el tanto efectivo i_o es la siguiente

$$C_0 - G_0 = \sum_{s=1}^n a_s^0 \cdot (1 + i_o)^{-s} + G_n \cdot (1 + i_o)^{-n} \Rightarrow i_o$$

Siendo:

- G_0 los gastos iniciales del préstamo.

- G_n los gastos finales.

- a_s^0 el término amortizativo que desembolsa el prestatario en s .

Lógicamente, si los términos amortizativos son constantes y no hay gastos finales, la ecuación se simplifica bastante.

6.3.2. Cálculo del TAE

Se calcula de acuerdo con lo que establece la Circular 8/90 del Banco de España, en la norma octava apartado 4º, que señala lo siguiente:

«En el cálculo del coste efectivo se incluirán las comisiones y demás gastos cuyo devengo sea a favor de la entidad. No se incluirán a estos efectos los gastos complementarios o suplidos (timbres, corretajes a favor de terceros, gastos notariales, etc.).»

En consecuencia en el TAE solo se incluyen las comisiones que cobra el banco prestamista, pero no los restantes gastos que van a terceros. Por lo tanto, mide la rentabilidad para el banco pero no el coste para el cliente (prestatario). El cálculo se realiza en descuento compuesto.

7. Empréstitos

7.1. Concepto y clasificación

Los empréstitos son una modalidad especial de préstamos que han alcanzado un gran desarrollo a partir de mediados del siglo XIX. Los emiten las empresas cuando necesitan capitales de cuantía elevada para financiar grandes inversiones. También los emiten los Estados y otros entes públicos con objeto de financiar los déficits presupuestarios.

En los empréstitos, la cuantía total del préstamo se divide en un gran número de partes de la misma cuantía que reciben la denominación genérica de *obligaciones* o *bonos*. Cada obligación es un título que representa una parte alícuota del empréstito total que solicita la empresa emisora.

Los derechos económicos básicos de cada título son:

- Percibir los intereses en las fechas previstas en el contrato de emisión; estos intereses se denominan *cupones* en el argot bursátil.
- Recibir el reembolso del capital que representa la obligación en la fecha que corresponda de acuerdo con el plan de amortización previsto.

Los inversores que adquieren los títulos se denominan *obligacionistas* y la empresa que se financia colocando los títulos en el mercado se denomina *emisor* del empréstito.

Las modalidades de empréstitos son muy variadas; por ello es necesario agruparlos en subconjuntos basados en características que sean comunes a cada uno de ellos. Esta clasificación también permite realizar un estudio sistemático y ordenado de los empréstitos.

- *Atendiendo al pago de los intereses o cupones:*
 - *Cupón vencido*, cuando se paga al final de cada periodo. Es el caso más frecuente.
 - *Cupón cero*, cuando no se pagan cupones a lo largo de la vida de la obligación percibiendo en el momento de su amortización los intereses acumulados.
- *Atendiendo a la forma de amortización:*
 - *Amortización única total*, cuando se amortizan todas las obligaciones de una sola vez.
 - *Amortización por sorteo*, cuando la amortización se efectúa en varios momentos y en cada uno de ellos se efectúa un sorteo para decidir las obligaciones concretas que se han de amortizar.
 - *Amortización por reducción de nominal*, cuando la amortización se efectúa en varios momentos, pero en vez de amortizar títulos completos se va amortizando una parte de cada uno de ellos con lo cual se reduce el valor nominal de cada título paulatinamente hasta el final.

- *Deuda perpetua*, cuando no hay compromiso de amortización, por lo que únicamente se van pagando los intereses (estos empréstitos los suelen emitir los Estados).
- Amortización por *compra en Bolsa*, cuando el emisor retira los títulos de la circulación mediante su compra directa en los mercados bursátiles.
- *Atendiendo al valor de emisión de las obligaciones*: Cada obligación tiene una cuantía nominal C pero puede emitirse a un precio V diferente, por ello se distingue entre:
 - Emisión *a la par*, cuando $V = C$.
 - Emisión *bajo la par*, cuando $V < C$, en este caso la diferencia: $C - V = P_e$ se denomina prima de emisión.
 - Emisión *sobre la par*, cuando $V > C$. No suelen realizarse emisiones sobre la par porque hace menos atractivo el empréstito.
- *Atendiendo al valor de reembolso de las obligaciones*:
 - Reembolso *por el nominal*, cuando se devuelve la cuantía nominal que figura en el título. Es el caso más frecuente.
 - Reembolso con *prima de amortización*, cuando el emisor entrega, además del nominal, una cuantía adicional P . Se suele utilizar cuando la amortización es por sorteo con objeto de hacer más atractivo el empréstito a los potenciales suscriptores. La prima de amortización puede ser constante (la misma en todos los sorteos) o variable (diferente para cada sorteo).
 - Reembolso con *lote*, cuando el emisor entrega una cuantía adicional a repartir entre una parte de los títulos que se amortizan en cada sorteo. Se distingue de la prima de amortización en que, mientras ésta la reciben todos los títulos, aquél sólo alcanza a un pequeño grupo de títulos, por lo que su cuantía unitaria es mucho mayor.
- *Atendiendo a las características ofertadas y su valoración financiera*:
 - Empréstitos *normales* o puros, cuando los términos amortizativos que entrega el emisor comprenden únicamente el pago de cupones y el reembolso de las obligaciones por su nominal.
 - Empréstitos con *características comerciales*, cuando los términos amortizativos incluyen contraprestaciones adicionales (tales como primas de amortización, lotes, etc.) que modifican su estructura básica. También hay características que sin modificar los términos amortizativos influyen en los tantos efectivos de la operación (tal como la prima de emisión).

El estudio de los empréstitos se ha de realizar tanto desde la perspectiva del emisor como de los obligacionistas.

Desde la *perspectiva del emisor* han de obtenerse:

- Los términos amortizativos.
- El plan de amortización (número de títulos que se amortizan en cada periodo y número de títulos vivos que van quedando después de cada periodo).
- El cuadro de amortización y el tanto efectivo al que resulta la operación para el emisor.

Desde la *perspectiva de los obligacionistas* interesa conocer:

- La rentabilidad que obtiene el conjunto de los obligacionistas y cada título en particular.
- El riesgo que comporta la emisión.
- Su liquidez y la duración o vida promedio de los títulos.

7.2. Empréstitos con amortización única

En esta modalidad todas las obligaciones se amortizan de una sola vez al finalizar los n años de vida del empréstito de manera que a lo largo de la duración únicamente se perciben los intereses.

La estructura de los términos amortizativos es:

$$a_s = C \cdot i \cdot N \quad (s = 1, 2, \dots, n - 1) \quad \text{y} \quad a_n = C \cdot i \cdot N + C \cdot N = C \cdot N \cdot (1 + i)$$

siendo N el número de títulos emitidos y C la cuantía nominal de cada uno.

Esta forma de amortización tiene un inconveniente para el emisor, ya que le exige un esfuerzo financiero muy importante al finalizar la operación, dado que ha de devolver todo el capital emitido de una sola vez. No obstante suelen hacerse emisiones de este tipo y en concreto, muchos Estados, incluido el Estado Español, es el método que utilizan para amortizar la Deuda.

En cuanto a la Deuda Pública española, actualmente se efectúan emisiones con las siguientes duraciones:

- Bonos del Estado a 3 y a 5 años.
- Obligaciones del Estado a 10, a 15 y a 30 años.

Las características de estas emisiones pueden consultarse en la página web del Tesoro Público: www.tesoro.es

7.3. Amortización por reducción de nominal

7.3.1. Planteamiento general

En esta modalidad todos los títulos están vivos hasta el final de la operación pero a cada uno de ellos se le va amortizando una parte de su valor nominal en cada periodo.

El nominal de cada título es C unidades monetarias y la notación a emplear en este caso es la siguiente:

- C_s : nominal vivo después de transcurridos s periodos (principio del periodo $s + 1$).
- $A_s = C_{s-1} - C_s$: nominal amortizado a cada título en el momento s . Se verifica:
- $C = A_1 + A_2 + \dots + A_n$
- $M_s = C - C_s = A_1 + A_2 + \dots + A_s$: nominal total amortizado en los s primeros periodos.

La representación gráfica de la amortización de un título es:



Los intereses, que percibe un título en el momento s al tanto i , son $C_{s-1} \cdot i$ ya que C_{s-1} es el nominal vivo al inicio del periodo s .

Al estudiar el empréstito globalmente, en el momento s , se paga:

- Por intereses: $I_s = C_{s-1} \cdot i \cdot N$
- Por amortización: $A_s \cdot N$
- Término amortizativo: $a_s = (C_{s-1} \cdot i + A_s) \cdot N$

Al final de la operación se verifica:

$$C_{n-1} = A_n \text{ (por ser } C_n = 0) \quad \text{y} \quad a_n = C_{n-1} \cdot i \cdot N + A_n \cdot N = A_n \cdot (1 + i) \cdot N$$

Estas magnitudes se presentan agrupadas en el cuadro de amortización del empréstito.

Al efectuar hipótesis sobre la forma en que se lleva a cabo la reducción de nominal surgen diversos casos particulares; entre ellos destaca el siguiente:

7.3.2. Caso particular

En la práctica, el caso más frecuente es aquel en que la reducción de nominal es constante en cada periodo. Ahora se verifica:

$$A_1 = A_2 = \dots = A_n = A ; \text{ en consecuencia, resulta: } C = n \cdot A \Rightarrow A = C/n$$

El nominal vivo y el nominal amortizado son:

$$C_s = (n - s) \cdot A \quad \text{y} \quad M_s = s \cdot A$$

Los intereses que se pagan y el término amortizativo son:

$$I_s = C_{s-1} \cdot i \cdot N = [n - (s - 1)] \cdot A \cdot i \cdot N \quad \text{y} \quad a_s = \overset{\text{an}}{I_s} + A \cdot N = A \cdot N \cdot [1 + (n - s + 1) \cdot i]$$

se observa que los términos amortizativos decrecen en progresión aritmética de razón $A \cdot i \cdot N$ por lo que:

$$a_s = a_{s-1} - A \cdot i \cdot N \quad (s = 2, 3, \dots, n)$$

para aplicar esta relación es preciso calcular el primer término:

$$a_1 = C \cdot i \cdot N + A \cdot N = A \cdot N \cdot (1 + n \cdot i)$$

Otros casos particulares consisten en efectuar la reducción de nominal en progresión aritmética o en progresión geométrica.

7.4. Amortización por sorteo

En este caso, en cada periodo, se efectúa un sorteo para decidir cuales son los títulos que se han de amortizar. Debe observarse que, desde el inicio se conoce el plan de amortización (el número de títulos que se amortizan en cada sorteo). Cuando llega cada fecha de amortización, el sorteo decide cuales son los títulos que se amortizan.

La notación que se va a utilizar es la siguiente:

- $C \cdot N$ = Nominal del empréstito; C es la cuantía nominal de cada obligación y N es el número de obligaciones emitidas.
- V = Valor de emisión de cada obligación. $C - V = P_e$ (prima de emisión).
- i = Tipo de interés en capitalización compuesta y $C \cdot i$ = Cuantía del cupón.
- n = Duración del empréstito.
- a_s = Término amortizativo del período s .

Hay dos modalidades en cuanto al pago de los intereses:

- *Cupón vencido*, cuando el pago de los intereses se realiza al final de cada periodo.
- *Cupón cero*, cuando no se pagan cupones periódicos y los intereses acumulados se pagan en el momento de la amortización.

Los casos particulares más interesantes son los siguientes:

7.4.1. Empréstito con cupón vencido y anualidades constantes

La estructura del término amortizativo del período s es:

$$a = C \cdot i \cdot N_{s-1} + C \cdot M_s$$

el primer sumando son los intereses que se pagan en el año s y el segundo lo que disminuye la deuda pendiente de amortización.

— La *ecuación de equivalencia financiera* permite obtener el término amortizativo: Esta modalidad de empréstitos es análoga al método francés de amortización cuando: $C \cdot N = C_0$.

$$C \cdot N = a \cdot a_{\overline{ni}} \Rightarrow a$$

— *Plan de amortización (títulos que se amortizan en cada sorteo)*.

Para obtener la relación de recurrencia entre las M_s se restan las estructuras de los términos amortizativos correspondientes a dos periodos consecutivos:

$$\begin{array}{r} a = C \cdot i \cdot N_{s-1} + C \cdot M_s \\ a = C \cdot i \cdot N_s + C \cdot M_{s+1} \\ \hline 0 = C \cdot i \cdot (N_{s-1} - N_s) + C \cdot (M_s - M_{s+1}) \end{array}$$

Después de simplificar las C , tener en cuenta que $N_{s-1} - N_s = M_s$ y despejar M_{s+1} se tiene:

$$M_{s+1} = M_s \cdot (1 + i) = \dots = M_1 \cdot (1 + i)^s$$

esta relación permite obtener las $\overline{M}_s$ una vez conocida M_1 . Para calcular M_1 se despeja en el término amortizativo del primer año:

$$a = C \cdot i \cdot N + C \cdot M_1 \Rightarrow M_1 = (a - C \cdot i \cdot N) / C$$

— *Cuadro de amortización*.

Los resultados obtenidos se agrupan en un cuadro similar al que se ha visto en los préstamos, de manera que se tienen a la vista todas las magnitudes que describen con detalle el desarrollo de la operación.

El cuadro se compone de dos partes, una para la amortización de títulos y otra para la amortización del empréstito. Para elaborar el cuadro se ha de aplicar el método de redondeo ya que, al calcular los M_s (número de títulos que se amortizan en cada sorteo), no se obtienen números enteros y por ello hay que redondearlos por defecto o por exceso según sea la parte decimal. En el siguiente ejemplo se aplica este método.

Ejemplo

Un empréstito que se acaba de emitir consta de 50.000 obligaciones de mil euros nominales cada una. Se pagarán cupones anuales al 6% y se amortizarán por sorteo en 5 años. Calcular:

- Anualidad constante que lo amortiza.
- Número de títulos que se amortizan en cada sorteo.
- Cuadro de amortización.

Solución:

- Los datos son:

$$C = 1.000; N = 50.000; n = 5 \text{ años}; i = 6\%.$$

La ecuación de equivalencia financiera en el origen de la operación permite obtener la anualidad constante.

$$1.000 \cdot 50.000 = a_{\overline{5}|6\%} \Rightarrow a = 11.869.820,02 \text{ €}$$

Debe observarse que las anualidades forman una renta de cuantía constante, temporal y pospagable a la que se calcula su valor actual:

- El número de títulos que se amortizan en el primer año se obtiene a partir de la estructura de la anualidad de este año:

$$\begin{aligned} 11.869.820,02 &= 1.000 \cdot 0,06 \cdot 50.000 + 1000 \cdot M_1 \Rightarrow \\ M_1 &= (11.869.820,02 - 3.000.000)/1000 = 8.869,82 \text{ títulos.} \end{aligned}$$

El número de títulos que se amortizan en los restantes sorteos se obtienen así:

$$M_2 = 8.869,82 \cdot 1,06 = 9.402,01 \text{ títulos.}$$

$$M_3 = 9.402,01 \cdot 1,06 = 9.966,13 \text{ títulos.}$$

$$M_4 = 9.966,13 \cdot 1,06 = 10.564,10 \text{ títulos.}$$

$$M_5 = 10.564,10 \cdot 1,06 = 11.197,94 \text{ títulos.}$$

- Dado que se han de amortizar títulos completos, hay que redondear las partes decimales de manera que la suma de los que se amortizan sea igual

a los 50.000 títulos emitidos. Lógicamente, se redondean por exceso los que tienen la parte decimal mas alta y el resto se redondea por defecto:

$$M_1 = 8.870; M_2 = 9.402; M_3 = 9.966; M_4 = 10.564; M_5 = 11.198;$$

El cuadro de amortización es el siguiente:

Año	Amortización de Títulos			Amortización de Empréstito			
	Parcial	Acumul.	Vivos	Intereses	Amortización	Anualidad	Pendiente
0			50.000				50.000.000
1	8.870	8.870	41.130	3.000.000	8.870.000	11.870.000	41.130.000
2	9.402	18.272	31.728	2.467.800	9.402.000	11.869.800	31.728.000
3	9.966	28.238	21.762	1.903.680	9.966.000	11.869.680	21.762.000
4	10.564	38.802	11.198	1.305.720	10.564.000	11.869.720	11.198.000
5	11.198	50.000	0	671.880	11.198.000	11.869.880	0

Los títulos vivos se obtienen restando, a los que quedaban vivos del año anterior, los que se amortizan en ese año. Por ejemplo los títulos vivos después de tres años son:

$$31.728 - 9.966 = 21.762$$

Los intereses se calculan aplicando: $C \cdot i \cdot N_{s-1}$, así los intereses del tercer año son:

$$1.000 \cdot 0,06 \cdot 31.728 = 1.903.680 \text{ euros.}$$

La amortización de cada año se obtiene aplicando: $C \cdot M_s$, así para el tercer año:

$$1.000 \cdot 9.966 = 9.966.000 \text{ euros.}$$

La anualidad es la suma de los intereses y la amortización. Así para el tercer año:

$$1.903.680 + 9.966.000 = 11.869.680 \text{ euros.}$$

Se observa que las anualidades no son estrictamente constantes, varían ligeramente como consecuencia del redondeo que se ha realizado con los M_s .

El capital vivo se calcula al inicio de cada año y se obtiene aplicando la expresión $C \cdot N_{s-1}$. Así, en el momento inicial es $C \cdot N$, al principio del segundo año es $C \cdot N_1$, etcétera. En el caso del tercer año, el capital vivo es: $C \cdot N_2 = 1.000 \cdot 31.728 = 31.728.000$ euros.

7.4.2. Empréstito con cupón vencido que amortiza el mismo número de títulos

Se considera el caso en que se pagan cupones vencidos. Se ha de verificar:

$$M_1 = M_2 = \dots = M_n = M; \text{ por lo que resulta: } N = n \cdot M \Rightarrow M = N/n$$

El número de títulos que quedan vivos después de s sorteos (N_s) y el número de los que se han amortizado (M_s) son:

$$N_s = (n - s) \cdot M \quad \text{y} \quad M_s = s \cdot M$$

Para calcular los términos amortizativos se plantea la estructura de anualidad de dos periodos consecutivos y se restan.

$$\begin{aligned} a_s &= C \cdot i \cdot N_{s-1} + C \cdot M \\ a_{s+1} &= C \cdot i \cdot N_s + C \cdot M \\ \hline a_s - a_{s+1} &= C \cdot i \cdot (N_{s-1} - N_s) \Rightarrow a_{s+1} = a_s - C \cdot i \cdot M \end{aligned}$$

Los términos amortizativos van disminuyendo en progresión aritmética de razón $-C \cdot i \cdot M$.

7.4.3. Empréstito con cupón cero y anualidades constantes

La estructura del término amortizativo del periodo s es:

$$a = C \cdot (1 + i)^s \cdot M_s$$

— La *ecuación de equivalencia financiera* permite obtener el término amortizativo:

$$C \cdot N = a \cdot a_{\overline{n}|i} \Rightarrow a$$

la expresión coincide con la obtenida en el caso de cupón vencido lo cual significa que desde el punto de vista del emisor es indiferente pagar cupones anuales o pagar los intereses acumulados en el momento de la amortización. Se decidirá por la forma de amortización que se considere es más atractiva para los inversores y esta dependerá del tratamiento fiscal que tenga cada una de estas formas.

— *Plan de amortización (títulos que se amortizan en cada sorteo).*

Para obtener la relación de recurrencia entre las M_s se establece el cociente de las estructuras del término amortizativo correspondientes a dos periodos consecutivos:

$$\begin{aligned}
 a &= C \cdot (1+i)^{s+1} \cdot M_{s+1} \\
 a &= C \cdot (1+i)^s \cdot M_s \\
 \hline
 I &= M_{s+1} \cdot (1+i) / M_s \Rightarrow \\
 M_{s+1} &= \frac{M_s}{1+i} = \dots = \frac{M_1}{(1+i)^s}
 \end{aligned}$$

esta relación permite obtener las M_s una vez conocida M_1 . Para calcular M_1 se despeja en el término amortizativo del primer año.

$$a = C \cdot (1+i) \cdot M_1 \Rightarrow M_1 = \frac{a}{C \cdot (1+i)}$$

7.5. Coste y rentabilidad de los empréstitos

Los emisores de empréstitos (sean empresas o estados) buscan financiación y, si no hubiera gastos, el tipo al que se pagan los cupones sería el tanto de coste de esta fuente de financiación. Sin embargo, el emisor tiene unos gastos iniciales debidos a la colocación de los títulos en el mercado; entre ellos destaca la comisión que se ha de pagar a los bancos que se encargan de la colocación. Para calcular el tanto efectivo de coste se han de tener en cuenta todos los gastos que tiene el emisor.

Por su parte, los inversores, toman sus decisiones analizando la rentabilidad que ofrecen las diferentes clases de títulos en los que invertir. También tienen en cuenta el riesgo, que viene medido por el *rating* que asignan las agencias de calificación de riesgos, y la liquidez.

La rentabilidad que ofrece una emisión, desde la perspectiva de los inversores-obligacionistas, puede analizarse de dos maneras diferentes:

- Como rentabilidad promedio que obtiene el conjunto de los obligacionistas.
- Como rentabilidad que obtiene un título considerado aisladamente.

A continuación se analiza la forma en que se obtienen estos tantos efectivos, de coste para el emisor y de rentabilidad para los obligacionistas.

7.5.1. Tanto efectivo de coste para el emisor

El tanto efectivo para el emisor i_e será mayor que el tanto con el que se pagan los intereses ($i_e > i$) como consecuencia de los gastos iniciales que se indi-

caban al inicio de este epígrafe y los gastos de administración que se producen durante la vida del empréstito como consecuencia de las comisiones que perciben los bancos que se encargan de realizar los pagos de los cupones y de los valores de reembolso. También habrá gastos finales si se han ofrecido garantías hipotecarias.

- El emisor *recibe*: $V \cdot N - G_{0,e}$

Siendo:

- V = Valor de emisión = $C - P_e$ siendo P_e la prima de emisión que haya podido ofrecer el emisor para hacer más atractivo el empréstito para los obligacionistas. En el caso en que $P_e \equiv 0$, es $V = C$ por lo que la emisión es a la par.
- $G_{0,e}$ los gastos iniciales a cargo del emisor.
- El emisor *entrega* las anualidades comerciales. La ecuación general, teniendo en cuenta la posible existencia de gastos finales, G_n es:

$$C_0 - G_{0,e} = \sum_{s=1}^n a_s \cdot (1+i_e)^{-s} + G_n \cdot (1+i_e)^{-n} \Rightarrow i_e$$

Siendo i_e el tanto efectivo de coste de la financiación para el emisor. Si las anualidades son constantes y no hay gastos finales:

$$C_0 - G_{0,e} = a \cdot a_{\overline{n}|i_e} \Rightarrow i_e$$

7.5.2. Rentabilidad para el conjunto de los obligacionistas

En este caso se analiza el empréstito considerado globalmente y se tiene en cuenta lo que han desembolsado netamente los obligacionistas en el momento de la emisión y lo que reciben del emisor, que son los términos amortizativos o anualidades.

Cuando los títulos se emiten con prima de emisión (P_e), los obligacionistas únicamente desembolsan por cada uno de ellos $V = C - P_e$ y si reciben unas anualidades constantes de cuantía a , la ecuación de equivalencia financiera es:

$$V \cdot N = a \cdot a_{\overline{n}|i_o} \Rightarrow i_o$$

siendo i_o el tanto efectivo de rentabilidad para el conjunto de los obligacionistas.

Si las anualidades son variables tendríamos en la parte derecha de la igualdad el valor actual de una renta variable y se aplicaría lo estudiado en el tema 4 siendo la incógnita el tipo de interés efectivo i_o .

7.5.3. Rentabilidad de un título

Cuando el emisor del empréstito ofrece características comerciales tales como primas de emisión o de amortización, lotes, etc., que favorecen a los obligacionistas, el tanto de rentabilidad de un título es diferente según el sorteo en que resulte amortizado. Esa rentabilidad va decreciendo a medida que se va alejando la fecha de amortización por el efecto de dilución, ya que esas cantidades hay que repartirlas entre mas años.

En el caso de una obligación que paga cupones vencidos y se amortiza dentro de s años se ha de tener en cuenta que:

- Se desembolsan V unidades monetarias al comprar el título.
- Se reciben los cupones $C \cdot i$ durante s años y el reembolso de C_s unidades monetarias cuando se amortiza.

El esquema gráfico es:



La ecuación de equivalencia permite obtener el tanto i_s de rentabilidad del título que se amortiza en el año s . Este tanto también se conoce como TIR (tanto interno de rentabilidad del título)

$$V = C \cdot i \cdot a_{\overline{s}|i_s} + C_s \cdot (1 + i_s)^{-s} \Rightarrow i_s$$

En los empréstitos normales, la rentabilidad de un título es la misma cualquiera que sea el sorteo en que resulte amortizado.

RESUMEN DEL TEMA

- En las operaciones financieras se intercambian capitales financieros de manera que, fijada la ley financiera de valoración de común acuerdo entre las partes, los compromisos han de ser financieramente equivalentes.
- Las personas que intervienen reciben diversas denominaciones según las características de la operación siendo la más usual la de acreedor y deudor. Los compromisos que adquieren se denominan prestación y contraprestación.
- Las operaciones a corto plazo se suelen valorar con leyes simples mientras que las de largo plazo se suelen valorar con leyes compuestas.
- El principio fundamental de toda operación financiera es que los compromisos adquiridos por cada parte han de ser financieramente equivalentes.

- El saldo financiero de la operación permite conocer la situación de la misma en cualquier momento de su duración.
- El saldo se puede calcular por tres métodos: retrospectivo (valorando el pasado), prospectivo (valorando el futuro) y recurrente (partiendo de un saldo anterior).
- Los tantos efectivos permiten conocer el coste real de la operación para el deudor y la rentabilidad neta obtenida por el acreedor.
- El TAE es el tanto efectivo calculado de acuerdo con la normativa del Banco de España.
- Un préstamo es una operación financiera en la que el prestamista (usualmente una entidad financiera) entrega al prestatario un capital y este se compromete a devolverlo junto con sus intereses a lo largo de la duración que se pacte.
- Las cantidades que entrega el prestatario se denominan términos amortizativos o cuotas a pagar.
- Cada término amortizativo se dedica a pagar los intereses de la deuda pendiente (cuota de intereses) y el resto a disminuir la deuda pendiente (cuota de amortización).
- La deuda que está pendiente de amortizar en un año cualquiera se denomina capital vivo o capital pendiente de amortizar.
- Los métodos más usuales de amortización son el francés (términos amortizativos constantes), el de cuotas de amortización constantes, el americano (amortiza todo al final) y el alemán (cobra los intereses por adelantado).
- Un empréstito es un préstamo que se divide en un gran número de partes de la misma cuantía denominadas obligaciones. Cuando la duración no supera los cinco años se suelen denominar bonos.
- Los prestamistas son los obligacionistas y el deudor es la empresa emisora. También los Estados y las corporaciones públicas suelen emitirlos; en este caso se conocen como Deuda Pública.
- Cada obligación es un título que representa una parte alícuota del empréstito total que solicita la empresa emisora.
- Los derechos económicos básicos de cada título son:
 - Cobrar los intereses, (aquí se suelen denominar cupones).
 - Recibir el reembolso del capital en el momento de su amortización.
 - Los empréstitos cupón cero son aquellos en que no se pagan intereses a lo largo de la vida del título y se pagan acumuladamente al final.
- Hay diversas modalidades de amortización. Las más importantes son: amortización única total, por reducción de nominal y por sorteo.
- La amortización de las obligaciones se puede efectuar a la par, con prima de amortización, con lote, etcétera.
- Al analizar la rentabilidad para los obligacionistas hay que distinguir entre el tanto promedio para el conjunto de todos ellos y la rentabilidad de un título aislado.

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. Descuento bancario: Para obtener liquidez de una venta realizada a crédito, la empresa vendedora gira una letra, contra la empresa compradora, por un importe de 10.000 euros y vencimiento el 10 de junio. Hoy 12 de marzo, la descuenta en un banco que aplica el descuento comercial al 8% anual. La comisión de cobranza es el 6‰ sobre el nominal con un mínimo de 6 euros y los gastos de correo, 3 euros. Por otra parte, el timbre de la letra importa 33,66 euros. Obtener:

- Efectivo que entrega el banco al cliente y cuantía líquida que le queda a este último.
- Cuantía total que cargará el banco en la cuenta del cliente si esta letra no es pagada a su vencimiento y la comisión de devolución que aplica el banco es el 1,5% del nominal, los gastos de protesto importan 45 euros, la comisión del protesto 15 euros y los gastos de correo 3 euros.
- Nominal de la letra de resaca, que ha de girar la empresa vendedora para recuperar la cuantía cargada por el banco, si se acuerda girar una nueva letra con vencimiento dentro de 45 días; el banco la descuenta aplicando las mismas condiciones que a la primera letra, el timbre es del mismo importe y no hay intereses de demora.

2. Una persona que va a comprar una vivienda obtiene un préstamo hipotecario de cien mil euros a amortizar en 20 años mediante mensualidades constantes; el banco aplica un tanto nominal $j_{12} = 6\%$. Obtener:

- La mensualidad que habrá de pagar.
- La deuda pendiente cuando han transcurrido 8 años desde el inicio de la operación.
- El tanto efectivo para el prestatario sabiendo que ha de pagar una comisión de apertura del 1% del capital prestado, y unos gastos de estudio del préstamo del 0,5% y los gastos adicionales, de notaría, registro de la propiedad, tasación, e impuesto de Actos Jurídicos Documentados (AJD) son el 2% del capital prestado. Los gastos al finalizar la devolución del préstamo son también el 2% del capital prestado.

3. Una empresa, dentro de su plan de financiación, obtiene de su banco un préstamo de cuantía trescientos mil euros. La duración total es de 8 años, de los cuales, los dos primeros son de carencia, en los que solo se pagarán los intereses, amortizándose en los restantes mediante cuotas de amortización anuales constantes.

Sabiendo que se aplica un tipo de interés del 5% anual, obtener la cuota de amortización constante, el capital pendiente de amortizar cuando han transcurrido 5 años desde el inicio de la operación, las anualidades que lo amortizan y el cuadro de amortización.

4. Un empréstito está formado por 20.000 títulos de 5.000 euros cada uno, con una duración total de 10 años, efectuándose la amortización por sorteos anuales. El empréstito es del tipo *cupón cero*, (los títulos no perciben cupones a lo largo de su vida) y se amortiza con los intereses acumulados a un tanto del 5% anual. Obtener:
- a) La anualidad constante que lo amortiza.
 - b) El número de títulos que se amortizan en el primero y en el cuarto sorteo.
5. La empresa CBA ha emitido un empréstito formado por 100.000 obligaciones de mil euros nominales cada una, que se amortizan en 5 años y perciben cupones anuales al 6%. Sabiendo que se ha ofrecido una prima de emisión del 2% del nominal, que los gastos iniciales importan el 2% del empréstito emitido, que la anualidad que lo amortiza es de 24.236.338,61 euros y que se ofrece una prima de amortización de 25 euros, calcular:
- a) El tanto efectivo de coste para el emisor.
 - b) La rentabilidad que le habrá proporcionado a su poseedor.

BIBLIOGRAFÍA

Teoría:

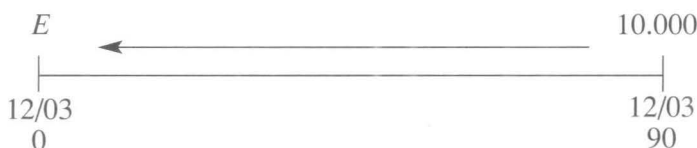
- GIL PELÁEZ, L. (1987): *Matemática de las Operaciones Financieras*. Madrid. AC.
- GONZÁLEZ CATALÁ, V. T. (1992): *Análisis de las Operaciones Financieras, Bancarias y Bursátiles*. Madrid. Ed. Ciencias Sociales.
- PABLO LÓPEZ, A. de (2002): *Valoración Financiera*. Ed. Universitaria Ramón Areces. Madrid.
- RUIZ AMESTOY, J. M. (1993): *Matemática Financiera*. Madrid. Ed. Centro de Formación del Banco de España.

Práctica:

- FUENTE SÁNCHEZ, D. de la (2006): *Ejercicios de valoración financiera*. Ed. Universitaria Ramón Areces.
- GONZÁLEZ CATALÁ, V.T. (1991): *Enfoque práctico de las Operaciones de la Matemática Financiera*. Madrid. Ed. Ciencias Sociales.
- PABLO LÓPEZ, A. de (2007): *Manual Práctico de Matemática Comercial y Financiera*. Madrid. Ed. Universitaria Ramón Areces.

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. a) Los días de descuento que aplicará el banco son 90, ya que son los días reales (de calendario) desde el 12 de marzo hasta el 10 de junio.
El esquema gráfico de la operación es:



El efectivo que entrega el banco es:

$$E = 10.000 \cdot \left(1 - 0,08 \cdot \frac{90}{360} - 0,006 \right) - 3 = 9.737 \text{ €}$$

El líquido que le queda al cliente es:

$$L = 9.737 - 33,66 = 9.703,34 \text{ €}$$

- b) La cuantía que cargará el banco en la cuenta del cliente como consecuencia del impago de la letra es:

• Nominal de la letra =	10.000 €
— Com. devolución ($10.000 \cdot 0,015$)	150
— Gastos de protesto	45
— Comisión de protesto	15
— Gastos de correo, etc.	3
Total de gastos	213 €
• <i>Cuantía total que carga el banco</i>	10.213 €

- c) La cuantía nominal de la letra de resaca es:

$$N = \frac{10.213 + 33,66}{\left(1 - 0,08 \cdot \frac{45}{360} - 0,006 \right)} = 10.413,27 \text{ €}$$

2. a) El rédito mensual es:

$$i_{12} = \frac{j_{12}}{12} = \frac{6}{12} = 0,5\%$$

La ecuación de equivalencia financiera permite obtener la mensualidad constante:

$$100.000 = a \cdot a_{\overline{240}|0,5\%} \Rightarrow a = \frac{100.000 \cdot 0,005}{1 - 1,005^{-240}}$$

$$a = 716,43 \text{ €}$$

- b) La deuda pendiente después de transcurridos 8 años: (quedan 12 años = 144 meses)

$$C_8 = 716,43 \cdot a_{\overline{144}|0,5\%} = 73.416,09 \text{ €}$$

- c) El importe neto que le queda al prestatario después de deducir los gastos iniciales es:

Capital prestado =	100.000 €
Com. apertura (1%)	1.000
Com. estudio (0,5%)	500
Otros gastos (2%)	2.000
Total deducciones	3.500 €
<i>Cuantía neta prestatario</i>	96.500 €

La ecuación de equivalencia, teniendo en cuenta los gastos del prestatario, permite obtener el rédito mensual:

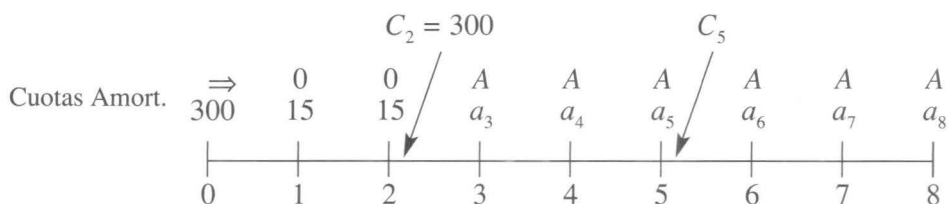
$$96.500 = 716,43 \cdot 2_{\overline{240}|i_{12}^0} + 2.000 \cdot (1 + i_{12}^0)^{-240} \Rightarrow i_{12}^0 = 0,543164\%$$

Y, por la ecuación de tantos equivalentes, se obtiene el tanto efectivo anual para el prestatario:

$$i_0 = (1 + i_{12}^0)^{12} - 1 = 1,00543164^{12} - 1 = 6,716\%$$

Nota: La obtención del rédito i_{12}^0 es laboriosa si no se dispone de calculadora financiera o de hoja de cálculo porque se ha de utilizar el método de prueba y error. Las calculadoras financieras tienen el menú «flujos de caja» que permite obtener fácilmente ese rédito.

3. El esquema gráfico en este caso es (cuantías en miles de euros):



Los intereses de los dos primeros años importan:

$$I_1 = I_2 = 300.000 \cdot 0,05 = 15.000 \text{ €}$$

- a) Las cuotas de amortización constantes en los 6 años restantes, se obtienen:

$$A = \frac{300.000}{6} = 50.000 \text{ €}$$

- b) El capital pendiente de amortizar cuando han transcurrido 5 años (quedan 3 para el final):

$$C_5 = (8-5) \cdot 50.000 = 150.000 \text{ €}$$

- c) Anualidades, términos amortizativos o cuotas a pagar:

Los dos primeros años solo se pagan intereses y la amortización empieza en el año 3. Debe observarse que $C_2 = 300.000 \text{ €}$ ya que en los dos primeros años no se ha amortizado nada.

$$a_1 = a_2 = 15.000 \text{ €}$$

$$a_3 = C_0 \cdot i + A = 300.000 \cdot 0,05 + 50.000 = 65.000 \text{ €}.$$

las restantes anualidades disminuyen en razón $A \cdot i = 50.000 \cdot 0,05 = 2.500 \text{ €}$

$$a_4 = a_3 - 2.500 = 62.500 \text{ €}$$

$$a_5 = a_4 - 2.500 = 60.000 \text{ €}$$

$$a_6 = a_5 - 2.500 = 57.500 \text{ €}$$

$$a_7 = a_6 - 2.500 = 55.000 \text{ €}$$

$$a_8 = a_7 - 2.500 = 52.500 \text{ €}$$

- d) El cuadro de amortización es el siguiente:

Año	Anualidad	Intereses	Amortización		Capital Vivo
			Parcial	Acumulada	
0					300.000
1	15.000	15.000	0	0	300.000
2	15.000	15.000	0	0	300.000
3	65.000	15.000	50.000	50.000	250.000
4	62.500	12.500	50.000	100.000	200.000
5	60.000	10.000	50.000	150.000	150.000
6	57.500	7.500	50.000	200.000	100.000
7	55.000	5.000	50.000	250.000	50.000
8	52.500	2.500	50.000	300.000	0

4. Los datos son: $N = 20.000$; $C = 5.000$; $n = 10$; $i = 5\%$

a) A partir de la ecuación de equivalencia:

$$5.000 \cdot 20.000 = a \cdot a_{\overline{10}|5\%} \Rightarrow a = \frac{100.000.000}{a_{\overline{10}|5\%}}$$

$$a = 12.950.457,50 \text{ €}$$

b) En el primer año se amortizan:

$$M_1 = \frac{a}{C \cdot (1+i)} = \frac{12.950.457,50}{5.000 \cdot 1,05} = 2.466,75 \text{ oblig.}$$

y en el 4º año:

$$M_4 = \frac{M_1}{(1+i)^3} = \frac{2.466,75}{1,05^3} = 2.130,87 \text{ oblig.}$$

5. a) La prima de emisión importa el 2% de $1.000 = 20 \text{ €}$ por título $\Rightarrow V = 980 \text{ €}$

Los gastos iniciales del empréstito son: $2.000.000 \text{ €}$

El emisor recibe: $980 \cdot 100.000 - 2.000.000 = 96.000.000 \text{ €}$

El emisor entrega: $24.236.338,61 \text{ €}$

La ecuación de equivalencia para obtener i_e :

$$96.000.000 = 24.236.338,61 \cdot a_{\overline{5}|i_e} \Rightarrow i_e$$

$$i_e = 8,3033\%$$

Se observa que el coste se ha encarecido como consecuencia de las primas ofrecidas y los gastos iniciales, pasando del 6% al 8,30%.

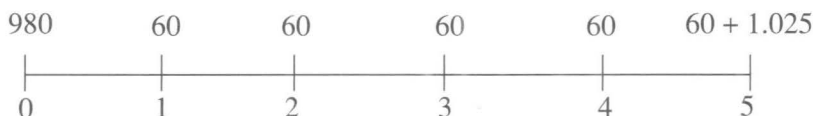
- b) Las obligaciones se han emitido a un precio:

$$V = (1 - 0,02) \cdot 1.000 = 980 \text{ euros cada una.}$$

Reciben cupones anuales de $1.000 \cdot 0,06 = 60$ euros.

Se amortizan por un precio: $C_5 = 1000 + 25 = 1.025$ euros.

El esquema gráfico es:



$$980 = 60 \cdot a_{\overline{5}|i_5} + 1025 \cdot (1 + i_5)^{-5} \Rightarrow i_5 = 6,922\%$$

Se observa que, por efecto de las primas de emisión y de amortización, la rentabilidad de esos títulos se incrementa en cerca de un punto porcentual respecto al tipo al que se pagan los cupones. La resolución de esta ecuación también requiere utilizar calculadora financiera o la hoja de cálculo; de lo contrario habrá que hacerlo por prueba y error.

Si esta obligación se hubiera amortizado al finalizar el 2º año, razonando de la misma forma, el tanto efectivo de rentabilidad habría sido:

$$980 = 60 \cdot a_{\overline{2}|i_2} + 1025 \cdot (1 + i_2)^{-2} \Rightarrow i_2 = 8,3266\%$$

Se observa que la rentabilidad es mayor como consecuencia de que el efecto de las primas se reparte en menos tiempo (2 años) respecto al caso anterior (5 años).

GLOSARIO DE TÉRMINOS

Amortización por reducción de nominal: Cuando en vez de amortizar títulos completos se va amortizando una parte de cada uno de ellos con lo cual se reduce el valor nominal de cada título paulatinamente hasta el final.

Amortización por sorteo: Forma de amortización que se efectúa en varios momentos y en cada uno de ellos se efectúa un sorteo para decidir las obligaciones concretas que se han de amortizar.

Bonos: Se suelen denominar así a las obligaciones cuya duración no supera los cinco años.

Cuotas de amortización: Son las cuantías que se dedican a amortizar el capital prestado en cada periodo.

- Cupón vencido:** Intereses que se pagan al final de cada periodo durante la vida del título.
- Cupón cero:** Cuando los intereses no se pagan en cada periodo sino una sola vez al final, en el momento de su amortización. En esa fecha se pagan los intereses acumulados.
- Cupones:** Son los intereses que perciben las obligaciones mientras están en circulación.
- Deuda pendiente de amortizar o capital vivo:** Es el capital que falta por amortizar.
- Deuda perpetua:** Deuda Pública en la que no hay compromiso de amortización, por lo que únicamente se van pagando los intereses.
- Deuda Pública:** Empréstito que emite un Estado o alguna de las administraciones públicas.
- Emisión a la par:** Caso en que el precio de emisión de las obligaciones coincide con su nominal.
- Emisión bajo la par:** Caso en que el precio de emisión de las obligaciones es inferior a su nominal. La diferencia se denomina prima de emisión.
- Emisor del empréstito:** Empresa que se financia a través de la colocación en el mercado de un empréstito.
- Empréstito:** Es una modalidad especial de préstamos en los que la cuantía total se divide en partes alícuotas denominadas obligaciones.
- Método americano:** Método de amortización en el que la amortización es única al final.
- Método de amortización constante:** Método de amortización en el que las cuotas de amortización son constantes.
- Método francés:** Método de amortización en el que los términos amortizativos son constantes.
- Obligaciones:** Títulos valores que representan a cada una de las partes en que se ha dividido un empréstito.
- Obligacionista:** Inversor que adquiere obligaciones de un empréstito.
- Operación de financiación:** Es aquella en la que en primer lugar se reciben los capitales y después se van devolviendo a lo largo del plazo temporal estipulado.
- Operaciones de inversión:** Cuando en primer lugar se desembolsan los capitales y después se van recuperando poco a poco.
- Operación financiera:** Consiste en el intercambio no simultáneo de capitales financieros de manera que, fijada la ley financiera de valoración de común acuerdo entre las partes, los compromisos han de ser financieramente equivalentes.
- Plan de amortización:** Número de títulos que se amortizan en cada sorteo y número de títulos vivos que van quedando.
- Préstamo:** Es una operación financiera por la que una de las partes, llamada *prestamista* (usualmente una entidad financiera) entrega a otra llamada *prestatario* un capital con el compromiso de devolverlo junto con sus intereses mediante un conjunto de pagos a realizar a lo largo de su duración.

Prima de amortización: Caso en que el emisor se compromete a pagar además del nominal, una cuantía adicional P.

Saldo financiero: Mide la diferencia entre los capitales que ha entregado una de las partes y los que ha entregado la otra en una fecha determinada.

TAE: Es el tanto efectivo de la operación calculado de acuerdo con la Circular 8/90 sobre «transparencia de las operaciones y protección de la clientela» del Banco de España.

Tanto efectivo acreedor: Mide la rentabilidad real de la inversión que se ha efectuado.

Tanto efectivo deudor: Mide el coste real de la financiación que se ha recibido.

Términos amortizativos o cuotas a pagar: Son los capitales que entrega el prestatario para devolver el préstamo. Según sea la frecuencia con la que efectúen los pagos se denominan también anualidades, semestralidades, mensualidades, etc.

Tercera parte

Las decisiones de inversión y financiación en la empresa

En esta parte se realiza un análisis de las inversiones en la empresa así como de las formas de financiación que tiene a su disposición.

Ha de tenerse en cuenta que las decisiones de inversión son trascendentes para la empresa porque requieren un gran volumen de capital y la comprometen por un largo periodo de tiempo, de manera que unas decisiones erróneas van a incidir negativamente en el valor que le asigne el mercado a la empresa.

La forma de financiación va conformando la estructura del pasivo y de esa estructura saldrá el coste medio ponderado de la financiación y el riesgo financiero que asume la empresa.

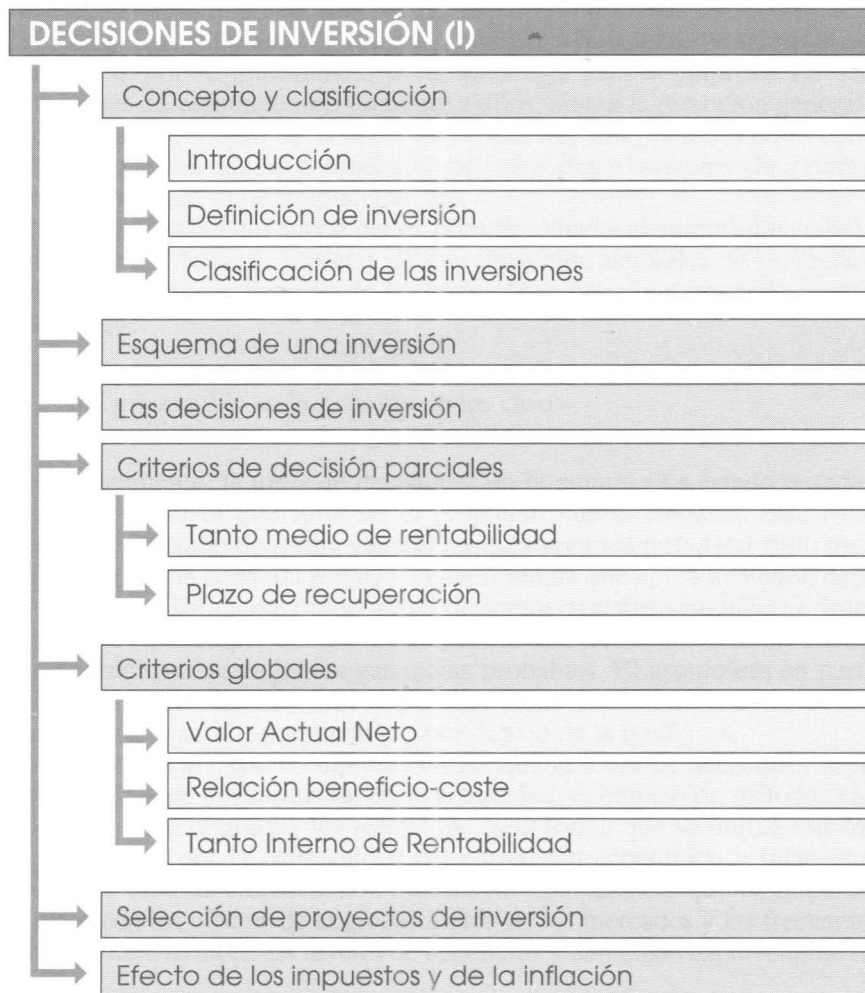
Esta parte se desarrolla en tres temas y en ella se analizan:

- Las componentes que definen una inversión y se detallan los criterios clásicos de decisión entre los que se encuentran el VAN y el TIR. También se tiene en cuenta la presencia del riesgo y los impuestos.
- En el tema 6 se analizan las decisiones en ambiente de certeza y en el tema 7 las decisiones en ambiente de riesgo e incertidumbre.
- Las fuentes de financiación de la empresa, se estudian en el tema 8 distinguiendo entre financiación interna y financiación externa. También se calcula el coste de las distintas fuentes de financiación como paso previo a la elección de las más adecuadas y, finalmente, el coste medio ponderado de esas fuentes de financiación.

TEMA 6

DECISIONES DE INVERSIÓN EN AMBIENTE DE CERTEZA

GUIÓN-ESQUEMA



INTRODUCCIÓN

En la empresa se toman las decisiones de una manera continuada en los diferentes subsistemas que la componen. Una parte importante de las decisiones de los gestores financieros se centran en el análisis y la valoración de los proyectos de inversión, por su importancia y trascendencia para la empresa. La decisión última no les corresponde normalmente a ellos, sino a la dirección general, pero participan en el proceso de la decisión de una manera intensa, con la colaboración frecuente, en algunos aspectos, de otros departamentos de la empresa, como el comercial, el de producción, etc.

Las decisiones de inversión deben orientarse hacia el cumplimiento del objetivo fijado en el tema 2, es decir, la maximización del valor de mercado de la empresa. La correcta elección de las inversiones tiene una importancia trascendental porque:

- Comprometen a la empresa durante un largo período de tiempo y de forma irreversible en la mayoría de los casos.
- Inmovilizan un volumen grande de fondos.

Históricamente, la toma de decisiones en la empresa ha estado basada en la intuición del decisor que solía ser el propietario de la empresa. Esta forma de actuar se ha utilizado de forma general hasta la segunda mitad del siglo pasado y lo refleja de forma acertada Keynes¹ cuando señala que «... la inversión dependía de que hubiera suficientes individuos de temperamento sanguíneo e impulsos constructivos que emprendían negocios como una forma de vivir, sin basarse en cálculos precisos acerca de las ganancias probables. El asunto era en parte una lotería, aunque el resultado final dependía mucho de si la habilidad y el carácter de los directores estaba por encima o por debajo de la media...».

Si bien todavía existen empresas en las que la toma de decisiones se realiza fundamentalmente por intuición, en la actualidad, el empleo de métodos científicos que tratan de optimizar los resultados es la forma que se utiliza usualmente. Esto se justifica por la complejidad del entramado económico y financiero que actualmente tiene la empresa, con una mayor competencia que en el pasado, lo cual junto con los efectos de la globalización de los mercados y las frecuentes crisis económicas, reducen los niveles de beneficios y aumentan los niveles de riesgo.

¹ Keynes, J. M. (1963): *Teoría General sobre la Ocupación el Interés y el Dinero*, pág. 70.

Sin embargo, como señala Massé² «se han de evitar los excesos contrarios creyendo que el empleo del instrumental matemático conduce a la verdad absoluta. Simplemente garantiza que las conclusiones obtenidas son la consecuencia exacta de las hipótesis de partida. Y como éstas son casi siempre, por las necesidades de cálculo, un esquema abreviado de la realidad, son ellas las que exigen por nuestra parte el esfuerzo más difícil y el más fecundo».

En resumen, se puede afirmar que, en la toma de decisiones empresariales, se viene produciendo una aplicación creciente de los métodos científicos sin descartar el empleo de la intuición del decisor con experiencia.

En cuanto a la importancia de este tipo de decisiones podemos señalar que, del volumen y composición de las inversiones que lleve a cabo la empresa depende el mantenimiento, expansión o recesión en su actividad; de tal manera que, si éstas son escasas o desacertadas, se situará en una inferioridad creciente que será difícil de remontar y, si son excesivas, conducen al sobre equipamiento, debilitando la estructura financiera de la empresa sin proporcionar, generalmente, en compensación, un excedente de beneficio y exponiéndola, por el contrario, a situaciones difíciles en épocas de recesión.

Finalmente, a nivel macroeconómico, cabe señalar que la prosperidad de una nación está influenciada por el volumen total de sus inversiones a través de sus efectos en el crecimiento económico y en el nivel de empleo.

CONTENIDO

1. Concepto y clasificación

1.1. Definición de inversión

El concepto de inversión es genérico y, por lo tanto, se define con matices diferentes según se trate de un empresario, de un financiero, del hombre de la calle, etc.; también se contempla de manera diferente desde una perspectiva macroeconómica que desde otra microeconómica. Por ello no es de extrañar que una persona, estudiosa de este concepto, haya publicado un libro dedicado exclusivamente a analizar y discutir el concepto de inversión desde diversas perspectivas y consideraciones.

Para Massé, inversión es «aquella acción por la cual tiene lugar el cambio de una satisfacción inmediata y cierta a la que se renuncia, contra una esperanza que se adquiere y de la cual el bien invertido es el soporte».

Para Prieto³, inversión consiste en la «adquisición por un agente inversor, de un conjunto de activos (reales o financieros) capaces de proporcionarle servicios o rentas durante un cierto periodo de tiempo».

² Massé, P. (1963): *La Elección de las Inversiones*, pág. XII.

³ Prieto, E. (1973): *Teoría de la Inversión*, Ed. ICE, pág. 75.

Se podrían citar multitud de definiciones, cada una de ellas incidiendo en diferentes aspectos concretos y específicos. Aquí debemos analizar el concepto de inversión desde una perspectiva financiera y, con más concreción, desde una visión propia de los gestores financieros de la empresa, que han de conocer cómo se efectúa la valoración de las diferentes clases de activos.

Desde nuestra perspectiva de la valoración financiera, definimos inversión como toda adquisición que da origen a dos rentas de signo opuestos, la primera de costes o desembolsos (*outputs*) y la segunda de ingresos o entradas (*inputs*), con la condición de que el vencimiento medio de la primera renta sea anterior al de la segunda.

Dicho de otra manera, las inversiones son operaciones financieras en las que se desembolsa un capital (se invierte) con la expectativa de obtener unos flujos de caja o rendimientos netos a lo largo del horizonte temporal previsto. Esos rendimientos netos son la diferencia entre los ingresos que produce la inversión en cada periodo y los gastos que ocasiona; usualmente los periodos son anuales al igual que los ejercicios económicos. En consecuencia los rendimientos netos (flujos de caja o *cash flows*, como también se les suele denominar) forman una renta, frecuentemente de cuantía variable.

1.2. Clasificación de las inversiones

Para estudiar y entender adecuadamente el ámbito de las inversiones es necesario efectuar su clasificación atendiendo a distintos puntos de vista. Así, distinguimos:

1.2.1. Atendiendo al sujeto que invierte

Se distingue entre:

- Inversiones efectuadas por *individuos*.
- Inversiones efectuadas por *empresas*.
- Inversiones efectuadas por el *Estado*, Comunidades Autónomas o Corporaciones Públicas.

Esta clasificación se corresponde con los tres centros de decisión citados en el tema 2 (individuos, empresas y Estado).

1.2.2. Atendiendo al objeto en que se invierte

Esta clasificación es muy importante en cuanto a la forma en que se materializa la inversión ya que distingue entre:

- Inversiones *reales*.
- Inversiones *financieras*.

Las inversiones reales se concretan en bienes o activos materiales como, por ejemplo, una nave industrial, el equipamiento informático de una empresa, un vehículo de transporte, etc. En las inversiones reales, el objeto de la inversión se acumula al proceso productivo para crear riqueza, incorporando un valor añadido e incrementando el producto nacional.

Las inversiones financieras se concretan en activos financieros como, por ejemplo, una acción, una obligación, un pagaré de empresa, etc. En las inversiones financieras no hay tal creación de riqueza, sino solamente cambio de titularidad del activo de forma que, en sentido macroeconómico, no se produce ninguna variación en la riqueza del país.

En el tema 1 se efectuó la clasificación de los activos desde varias perspectivas.

1.2.3. Atendiendo a la duración de la inversión

En este caso se mira el plazo hasta el final de la inversión. Se distingue entre:

- Inversiones *a corto plazo*.
- Inversiones *a largo plazo*.

Las primeras tienen una corta duración y, usualmente, no superan el plazo de un año. Es el caso de las primeras materias en el proceso de fabricación, las letras del tesoro, etc.

Las segundas, tienen duración superior al año, comprometen a la empresa por un largo período de tiempo y son a las que nos vamos a referir más adelante. Es el caso de una nave industrial que se construye para ampliar la producción de un determinado activo. Como caso límite de las inversiones a largo plazo están las inversiones de duración perpetua.

1.2.4. Atendiendo al objetivo de la inversión

Aquí se describe cual es la finalidad de la inversión y lo que se pretende lograr. Se distingue entre:

- Inversiones *de renovación*. En este caso, el objetivo de la empresa consiste en sustituir algunos equipos o instalaciones por otros nuevos debido a causas internas (desgaste y averías) o a causas externas (obsolescencia).
- Inversiones *de expansión*. Tienen por objeto aumentar la capacidad de producción y venta con objeto de cubrir el incremento de la demanda en algunas áreas geográficas o la apertura a nuevos mercados.

- Inversiones *de modernización o innovación*. Su objetivo consiste en disminuir los costes, simplificar los procesos productivos y, en particular, mejorar la calidad de los productos, de manera que pueda seguir haciendo frente a los desafíos de la competencia.
- Inversiones *estratégicas*. Son inversiones de gran trascendencia para la empresa por cuanto relacionan a la empresa con su entorno y marcan las líneas de acción a seguir. Por lo general, producen unos efectos que pueden comprometer el desarrollo futuro de la empresa e incluso su supervivencia. Son decisiones de inversión que se refieren, por ejemplo, a la localización de la empresa, a su capacidad productiva, al lanzamiento de un nuevo producto al mercado, etc. Estas inversiones se pueden desglosar en:
 - Inversiones ofensivas o agresivas, cuando buscan nuevas penetraciones en el mercado.
 - Inversiones defensivas, cuando buscan mantener su posición en el mercado como es el caso de la integración vertical del proceso productivo.
- *Otras inversiones*. Son aquellas que no afectan de manera directa al proceso productivo, pero vienen de alguna manera condicionadas por el entorno. Por ejemplo:
 - Inversiones *sociales*, cuando buscan mejorar las condiciones de trabajo o el bienestar de los empleados, como sería el caso de la construcción de viviendas cerca del lugar del trabajo, la construcción de aulas para la formación profesional o la formación continua, etc.
 - *Suntuarias*, cuyo objetivo es dar una buena imagen de la empresa al exterior, tratando de aparentar solidez y solvencia. Por ejemplo, la inversión en un edificio singular para su sede social, vehículos de lujo para sus altos directivos, etc.
 - *Obligatorias*, cuando vienen impuestas por la normativa legal, como, por ejemplo, una escalera de incendios, las obras para supresión de barreras arquitectónicas, etc.

1.2.5. Atendiendo al grado de conocimiento que se tenga sobre los capitales futuros

Esta clasificación es importante a la hora de estudiar las inversiones desde el punto de vista cuantitativo ya que los criterios de decisión son diferentes en cada caso. Se distingue entre:

- Inversiones en *ambiente de certidumbre*. Es el caso en que los flujos de caja futuros que producirá la inversión son conocidos con certeza. Por

ejemplo, si se adquiere una obligación del Estado a 10 años, se conoce la cuantía de los intereses (o cupones) que se van a percibir en cada uno de esos años y la cuantía del reembolso al finalizar ese plazo.

- Inversiones en *ambiente aleatorio* o de riesgo. Cuando los flujos de caja futuros sólo se conocen en términos de probabilidad. Por ejemplo, cuando el decisor está en condiciones de estimar las probabilidades de los resultados futuros correspondientes a los casos, pesimista, más probable u optimista.
- Inversiones en *ambiente de incertidumbre*. Cuando el decisor no se está en condiciones de asignar probabilidades a los resultados futuros (se conocen los estados de la naturaleza que pueden presentarse pero no la distribución de probabilidad de esos estados).

1.2.6. Según la relación que guarden dos inversiones entre sí

En este caso se tiene en cuenta el grado de correlación que puede existir entre diferentes proyectos de inversión. Se distingue entre:

- Inversiones *independientes*. Cuando no hay correlación entre ellas, de manera que la realización de una no influye, ni positivamente, ni negativamente, en la realización de la otra. Es decir no hay un efecto sinérgico, entre ellas.
- Inversiones *interdependientes*. Cuando hay correlación entre ellas, de manera que la realización de una influye, positivamente o negativamente, en la realización de la otra. Estas inversiones pueden ser:
 - *Complementarias*, cuando la realización de una de ellas favorece la realización de la otra, es decir, se produce cierta sinergia entre ellas. El caso extremo es aquel en que una de ellas está subordinada a la otra, lo que implica que para llevar a cabo la subordinada es preciso haber acometido previamente la realización de la primera.
 - *Sustitutivas*, cuando la realización de una de ellas dificulta la realización de la otra. Un caso extremo es cuando ambas son mutuamente excluyentes, de manera que la realización de una de ellas impide la realización de la otra.

1.2.7. Según el signo de los rendimientos netos

Se distingue entre:

- Inversiones *simples*: Cuando todos los rendimientos netos (o flujos de caja) son positivos o nulos. Se verifica, por lo tanto, que $R_s \geq 0$ con $s = \{1, 2, \dots, n\}$. Esto es lo que sucede normalmente en las inversiones y

concuerta con el concepto estricto de inversión, según el cual, primero se desembolsa un capital (se invierte) y luego se va recuperando, poco a poco, con los rendimientos netos o flujos de caja que produce.

— Inversiones *no simples*: Cuando algún rendimiento neto es negativo. Se verifica, por lo tanto, que hay algún $R_s < 0$. En este caso, hay que distinguir entre:

- Inversiones *puras*. Cuando los saldos financieros⁴, calculados con el tanto interno (TIR), son todos ellos negativos, lo que significa que la inversión está permanentemente endeudada con la empresa (crédito unilateral).
- Inversiones *mixtas*: Cuando en algún momento cambia el sentido del crédito, siendo la inversión la que financia a la empresa, por lo que resulta que hay épocas de inversión pura (cuando la empresa financia a la inversión) y épocas de financiación pura (cuando es la inversión la que financia a la empresa). Por lo tanto, no se trata de una inversión en sentido puro, sino de mezcla de inversión y financiación.

Esta clasificación es útil para interpretar correctamente el comportamiento del criterio de decisión del valor actual neto (VAN).

2. Esquema de una inversión

El esquema para el caso de un desembolso inicial C_0 , unos rendimientos netos o flujos de caja R_s y un horizonte temporal de n años es:



Se denomina *origen* o inicio de una inversión al momento 0 en que se efectúa el desembolso del capital invertido.

El *final* de una inversión es el momento n en que se produce el último flujo de caja. Suele corresponder al valor residual de la misma.

La *duración* u horizonte temporal de una inversión es el tiempo que transcurre desde el inicio de la inversión hasta el final de la misma.

Los *rendimientos netos*, que también se suelen denominar flujos de caja, cash flows o incluso cuasi rentas, se calculan con periodicidad anual para hacer-

⁴ El concepto de saldo se ha explicado en el tema 5, epígrafe 2.2. Para conocer como se calculan los saldos financieros puede consultarse: Pablo, A. (2008), *Valoración Financiera*, pág. 60 y ss. Y la aplicación a las inversiones puras y mixtas, en Pablo, A. y Ferruz, L. (2001), *Finanzas de Empresa*, pág. 69 y ss.

la coincidir con la duración de los ejercicios económicos a efectos contables, fiscales y financieros. Se obtienen como diferencia entre los ingresos que produce la inversión en el periodo y los desembolsos que se han de realizar para obtener esos ingresos. Si se anota con I_s los ingresos del periodo s y con C_s los desembolsos, el rendimiento neto del periodo s es:

$$R_s = I_s - C_s$$

Debe observarse que los rendimientos netos a efectos de la valoración de la inversión forman una renta que, usualmente, es de cuantía variable, temporal y pospagable, aunque en algunos casos particulares la renta será de cuantía constante y, excepcionalmente, puede ser perpetua o prepagable.

Al efectuar la valoración de una inversión hay que tener en cuenta, en su caso, el *valor residual* al concluir el horizonte económico del estudio, dado que, a veces, para la valoración financiera, se toma un horizonte temporal menor que el realmente previsto, cuando hay dificultades para hacer estimaciones a plazo más largo que el fijado para el estudio.

Desde la perspectiva de la valoración financiera, un proyecto de inversión queda definido por la siguiente función:

$$P = P(C_0; R_s; S_n; n)$$

En la que:

- C_0 = El desembolso inicial.
- R_s = La renta que forman los rendimientos netos o flujos de caja generados en cada período. La componen los capitales ($R_s; s$) para $s = 1, 2, \dots, n$.
- n = La duración u horizonte temporal en años.
- S_n = El valor residual al final de los n años. Cuando su cuantía no es importante se suele sumar R_n al último rendimiento neto.

Respecto a estos componentes se deben realizar las siguientes precisiones:

El **desembolso inicial** es la suma de todo lo que se paga desde el inicio hasta su puesta en funcionamiento. Se incluye, además del coste de las obras en las instalaciones, el precio de compra de los equipos así como los gastos indirectos que se puedan originar en cuanto a formación de personal, obras complementarias, etc., ya que, si no se tienen en cuenta, la previsión será inferior al desembolso que realmente se haga y, por lo tanto, la estimación pecará de optimista.

También se debe incluir el incremento de las necesidades del fondo de maniobra que conlleve la inversión (necesidades operativas de fondos), que se estudiarán en el tema 9. Si la empresa va a recibir alguna subvención, su importe debe restarse, para que figure el desembolso neto.

Los rendimientos netos son los flujos de caja que cada año genera la inversión. Se obtienen como diferencia entre los cobros I_s y los pagos C_s , tal como se

ha indicado anteriormente. Su signo suele ser positivo aunque, en algunos años, podría ser negativo si los ingresos del año no llegan a cubrir los desembolsos. En la práctica, los rendimientos netos negativos se suelen producir en los primeros años si el volumen de ventas es bajo y/o los desembolsos altos.

Los rendimientos netos son capitales futuros y, por ello, en el momento inicial, cuando se efectúa el estudio de la viabilidad de la inversión, con frecuencia se han de hacer estimaciones de los valores que tomarán en cada año, con lo cual se asume el riesgo de que, en el futuro, los resultados difieran de los previstos. El tratamiento de este riesgo se realizará en el tema siguiente.

La **duración u horizonte temporal** de la inversión es el plazo de tiempo que se toma para realizar el estudio y valoración de la misma. No siempre coincide con el horizonte económico, que es aquel durante el cual la inversión es rentable desde el punto de vista económico. Tampoco tiene porqué coincidir con la duración «física» de la inversión, que es la duración en condiciones normales de utilización, de acuerdo con sus características técnicas, ya que, por causas tecnológicas, la inversión puede quedar obsoleta antes de concluir su vida física.

La estimación de la duración no siempre resulta fácil pues influyen diversos factores externos. Cuanto más corta se prevea, mayor atención habrá que prestar en su medición porque un error, aunque sea pequeño, puede alterar significativamente los resultados. Si la duración es larga, ese mismo error no suele alterar los resultados significativamente.

En el caso de activos de muy larga duración, como pueden ser los edificios, la estimación se realiza para el horizonte temporal de la inversión y luego se asigna el valor residual correspondiente. La duración, tampoco debe confundirse con la amortización fiscal de los activos.

El **valor residual** es el valor de venta de los activos en los que se ha invertido al concluir su horizonte temporal. El valor residual de los activos depende de la clase de activo que se trate; así, por ejemplo, en el caso de los terrenos pueden producirse revalorizaciones, mientras que en el de los equipos que incorporan tecnologías que se van mejorando frecuentemente, el valor residual puede ser prácticamente nulo; entre ambos extremos hay una amplia gama de casos intermedios que incluyen los equipamientos de tipo estándar tales como vehículos, mobiliario, etc. Cuando el valor residual de la inversión es pequeño, suele incluirse como un ingreso más del rendimiento neto del último periodo (R_n).

Debe tenerse en cuenta que el valor residual, si el bien económico ya está amortizado fiscalmente, se ha de incluir como un beneficio que ha de tributar por el impuesto de sociedades en el ejercicio en que se materialice su venta. En general, la plusvalía que se obtenga habrá de tributar, si bien también podría ocurrir que se generase una minusvalía, lo cual generaría un ahorro fiscal.

3. Las decisiones de inversión

Para tomar decisiones es necesario utilizar criterios de valoración que reúnan, en lo posible, las siguientes condiciones para que sean prácticas en cuanto a su aplicación:

- Que el resultado resuma en una sola cifra toda la información necesaria para poder decidir.
- Que sea aplicable a cualquier proyecto de inversión.
- Que su cálculo sea rápido y directo.

Es preciso distinguir la aplicación de los criterios de decisión en los siguientes casos:

- Cuando se trata de un proyecto aislado, la decisión se ha de concretar en si se acepta o se rechaza el proyecto de inversión.
- Cuando se trata de un conjunto de proyectos, el criterio de decisión ha de permitir su ordenación, mediante el establecimiento de una «relación de preferencia», que permita decidir, entre dos proyectos cualesquiera cual es preferido o si son indiferentes. De esta manera se realiza una ordenación total en el conjunto de los proyectos de inversión.

La comparación de proyectos de inversión requiere que estos sean homogéneos, es decir que tengan el mismo desembolso inicial y la misma duración. Cuando los proyectos tienen diferentes desembolsos iniciales y/o diferentes duraciones, las alternativas no son comparables, por lo que se han de homogeneizar de la forma siguiente:

- Cuando las duraciones son diferentes ha de tenerse en cuenta la inversión complementaria correspondiente a la inversión que tiene menor duración hasta igualarse ambos plazos temporales.
- Cuando los desembolsos iniciales son diferentes, ha de tenerse en cuenta las posibilidades de inversión con la cuantía diferencia entre ambos proyectos. El tratamiento es distinto en el caso de que la empresa tenga restricciones presupuestarias o que no las tenga.

Los criterios deben medir fundamentalmente la rentabilidad si se tiene en cuenta el objetivo principal de la empresa (maximizar su valor de mercado), pero también se ha de medir el riesgo asumido al llevar a cabo la inversión, de manera que algunos criterios tratan de aplicar una combinación rentabilidad-riesgo en función del grado de aversión al riesgo del decisor. Pero los criterios también pueden tener en cuenta otros aspectos de la inversión como la liquidez.

Al departamento financiero de la empresa le corresponde estimar los rendimientos netos de cada proyecto de inversión y realizar las tareas de valoración y ordenación de esos proyectos, teniendo en cuenta las limitaciones presupuesta-

rias existentes, así como analizar y proponer las modalidades de financiación que considere más apropiadas. La decisión final corresponde a la dirección general, que previamente se habrá asesorado por el comité de inversiones en el que participa el director del departamento financiero y habrá tenido en cuenta los estudios y propuestas que se hayan remitido desde el citado departamento.

Los criterios de decisión que se pueden aplicar se desglosan en dos grupos:

- *Criterios parciales*: Son aquellos que no tienen en cuenta todos los rendimientos netos de la inversión o no tienen en cuenta el valor del dinero en el tiempo, es decir no tienen en cuenta el principio de preferencia temporal de los capitales.
- *Criterios globales*: Son aquellos que tienen en cuenta todos los rendimientos netos y, también su diferente valor según cuál sea la fecha en que tienen su vencimiento.

4. Criterios de decisión parciales

Tal como se acaba de indicar, estos criterios no tienen en cuenta toda la información que se dispone de los proyectos de inversión. Hay varios métodos de tipo contable que suelen caracterizarse por su sencillez conceptual y facilidad de aplicación. Los dos criterios más utilizados son el Tanto Medio de Rentabilidad (TMR) y el Plazo de Recuperación (PR).

4.1. El Tanto Medio de Rentabilidad

Este criterio relaciona el rendimiento medio que ofrece la inversión con el capital invertido. Si la inversión queda descrita por la siguiente función:

$$P(C_0, R_1, \dots, R_n)$$

El rendimiento neto medio de la inversión es:

$$\frac{R_1 + R_2 + \dots + R_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n R_s$$

El tanto medio de rentabilidad *TMR*, se obtiene dividiendo ese rendimiento neto medio entre el capital invertido:

$$TMR = \frac{\frac{1}{n} \sum_{s=1}^n R_s}{C_0} = \frac{\bar{R}}{C_0}$$

En esta ecuación, el resultado viene expresado en tanto por uno, y, por ello, mide el rendimiento medio producido por cada euro invertido y por unidad de tiempo (anual). Si el desembolso inicial de la inversión se realiza a lo largo de los primeros años (por ejemplo, en el momento inicial y al finalizar el primer año) C_0 sería la suma de ambos desembolsos.

La aplicación de este criterio se realiza de la siguiente manera:

- En el caso de una inversión aislada, se fija previamente un TMR mínimo que se exige produzca esa inversión: TMR_{min} y después se compara con el TMR obtenido de acuerdo con la ecuación anterior. Si $TMR > TMR_{min}$ se acepta la inversión (se realiza) y en caso contrario se rechaza.
- En el caso de tener que elegir entre varios proyectos, este criterio establece una ordenación total en el conjunto de proyectos de inversión de manera que será preferido el proyecto que tenga el mayor TMR .

Tal como se habrá observado, este criterio, aunque tiene en cuenta todos los rendimientos netos, no tiene en cuenta el principio de preferencia temporal de los capitales que definen el proyecto y, por ello, se trata de un criterio de decisión parcial.

Ejemplo

Una empresa ha de elegir entre los proyectos de inversión que se describen en el cuadro siguiente, con las cuantías en miles de euros. Calcular el TMR de estos proyectos y establecer su orden de preferencia.

Proyecto	Desembolso inicial	Rendimientos netos o Flujos de caja (años)				
		1	2	3	4	5
A	1.000	200	300	400	500	600
B	1.000	600	500	400	300	200
C	1.000	400	400	400	400	400
D	1.000	800	400	200	200	200

$$TMR_A = \frac{\frac{1}{5} \cdot (200 + 300 + 400 + 500 + 600)}{1000} = \frac{400}{1000} = 0,4$$

Solución:

Análogamente, en los otros tres proyectos, resulta:

$$TMR_B = 0,4 \quad TMR_C = 0,4 \quad TMR_D = 0,36$$

El orden de preferencia para este criterio es el siguiente.

$$TMR_A \sim TMR_B \sim TMR_C > TMR_D$$

En consecuencia, los tres primeros proyectos son indiferentes y todos ellos son preferidos al 4º. Sin embargo, aunque los proyectos A y B tienen el mismo TMR, el proyecto B obtiene los rendimientos más altos al principio por lo que cualquier decisor preferirá el B al A. Análogamente se preferirá el C al A. Se observa que este criterio no tiene en cuenta la preferencia temporal de los rendimientos netos y por eso es un criterio parcial.

4.2. El Plazo de Recuperación

El plazo de recuperación o *pay back* es el tiempo que ha de transcurrir hasta que la suma de los rendimientos netos iguale al desembolso inicial o coste de la inversión. Si se anota con K al tiempo que ha de transcurrir hasta recuperar el capital invertido, se ha de verificar:

$$C_0 = R_1 + R_2 + \dots + R_k \Rightarrow K$$

y cuando los R_s son constantes:

$$C_0 = K \cdot R \Rightarrow K = \frac{C_0}{R}$$

Con este criterio, no se trata tanto de alcanzar un elevado nivel de rentabilidad sino de obtener una rápida liquidez.

Las ventajas de este criterio son:

- Su simplicidad, ya que es fácilmente comprensible y sencillo de calcular.
- Es útil cuando el progreso técnico es rápido y la previsión del futuro imperfecta.
- También es práctico cuando se trata de inversiones cuyo desembolso inicial es elevado y existen riesgos notables de tipo político o económico.

Los inconvenientes más destacados son:

- Está inspirado en una política de liquidez y no con criterios de rentabilidad.

- No tiene en cuenta los rendimientos netos posteriores a la fecha del plazo de recuperación.
- No tiene en cuenta el principio de preferencia temporal, ya que da el mismo tratamiento a los capitales más próximos que a los más alejados del origen del proyecto.

Este último inconveniente citado se supera con una variante de este método, conocida como Plazo de Recuperación con Actualización (*discounted payback*) que consiste en descontar los rendimientos netos de cada período. La aplicación práctica de este método se realiza aplicando la siguiente expresión matemática:

$$C_0 = \frac{\sum_{s=1}^{K'} R_s}{(1+i)^s} \Rightarrow K'$$

Debe observarse que el plazo de recuperación con actualización K' será mayor que K porque, al descontar los rendimientos netos, los sumandos son menores.

Ejemplo

Con los datos del ejemplo anterior. Calcular el Plazo de recuperación de estos proyectos y establecer su orden de preferencia.

Solución:

Proyecto A: En los 3 primeros años se recupera $200 + 300 + 400 = 900$ y en los 4 primeros años se recupera: $900 + 500 = 1.400$. Por lo tanto, el plazo de recuperación se sitúa entre 3 y 4 años, más cerca de 3 que de 4. Efectuando una interpolación lineal resulta:

$$PR_A = 3 + \frac{1000 - 900}{1400 - 900} = 3,2 \text{ años}$$

Proyecto B: En los 2 primeros años se recupera $600 + 500 = 1.100$ por lo que el plazo de recuperación es inferior a dos años. Tras interpolar resulta,

$$PR_B = 1 + \frac{1000 - 600}{1400 - 600} = 1,8 \text{ años}$$

Análogamente, $PR_C = 2,5$ años y $PR_D = 1,5$ años.

El orden de preferencia es:

$$PR_D > PR_B > TMR_C > TMR_A$$

Sin embargo en el proyecto D los rendimientos netos suman menos que en los otros tres.

5. Criterios globales

Los criterios más usuales para decidir sobre la aceptación o rechazo de una inversión son:

- Valor Actual Neto (VAN).
- La Relación Beneficio-Coste (RBC).
- Tanto Interno de Rendimiento (TIR).

Tal como se ha señalado anteriormente, estos criterios tienen en cuenta:

- Todos los rendimientos netos que produce la inversión.
- Su situación temporal a efectos de la valoración financiera.

5.1. Valor Actual Neto (VAN)

El esquema gráfico de una inversión es el siguiente, tal como se ha descrito anteriormente:



En este esquema se observa que los rendimientos netos o flujos de caja R_s , forman una renta de cuantía variable, temporal y pospagable y C_0 es el capital invertido en el momento inicial.

Por otra parte, también conviene recordar que los rendimientos netos de cada periodo se obtienen como diferencia entre los ingresos y los desembolsos que se producen en cada periodo $R_s = I_s - C_s$ ya que, en algunos casos, resultará más práctico valorar por separado la renta que representa los ingresos y la que representa los desembolsos, como sería el caso en que, la frecuencia con la que se producen los ingresos dentro del año, sea diferente de la frecuencia con la que se producen los desembolsos (por ejemplo unos de frecuencia diaria y los otros de frecuencia mensual).

El VAN es el resultado de hallar el valor actual (VA) de la renta correspondiente a los rendimientos netos, tal como se estudió en el tema 4, y restarle el desembolso inicial de la inversión C_0 . De acuerdo con el esquema gráfico indicado, la expresión para su cálculo es:

$$VAN = -C_0 + \frac{R_1}{(1+i)} + \frac{R_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R_n}{(1+i)^n} = \sum_{s=1}^n \frac{R_s}{(1+i)^s} - C_0$$

En el *caso particular* de que los rendimientos sean constantes: $R_1 = R_2 \dots = R_n = R$, se trata de valorar la renta constante, temporal y pospagable que forman las R , por lo que el VAN se obtiene:

$$VAN = R \cdot a_{\overline{n}|i} - C_0 = R \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - C_0$$

Debe observarse que el VAN mide el beneficio total actualizado (BTA) que produce la inversión por lo que también puede denominarse de esta manera.

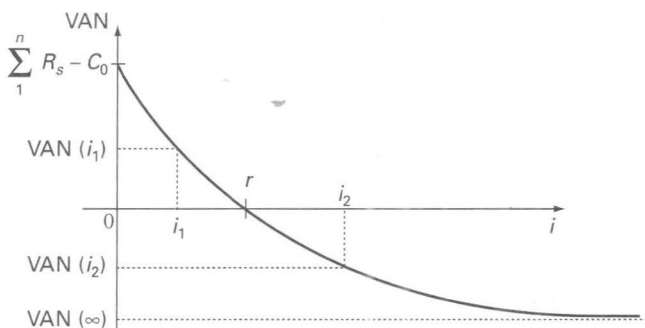
El **criterio de decisión** basado en el VAN se aplica así:

En el caso de una *inversión aislada*, el criterio para decidir es:

- Si $VAN > 0 \Rightarrow$ Aceptar la inversión.
- Si $VAN < 0 \Rightarrow$ Rechazar la inversión.

En el caso de tratarse de un conjunto de proyectos de inversión, el criterio VAN permite realizar una ordenación completa de ellos, de mayor a menor VAN, de manera que al comparar dos proyectos, será preferido el que tenga mayor VAN.

La **representación gráfica** del VAN (i) para diferentes valores del tipo de interés i :



Esta representación gráfica corresponde a una inversión simple (en la que los rendimientos netos son positivos tal como se ha descrito en el epígrafe 1.2.7).

Debe observarse que:

- Cuando $i = 0$, $VAN(0) = \sum R_s - C_0$
- Cuando $i \rightarrow \infty \Rightarrow \lim VAN(i) = -C_0$

La función $VAN(i)$ es decreciente:

$$\frac{d VAN}{di} = \sum_{s=1}^n (-s) \cdot R_s \cdot (1+i)^{-(s+1)} < 0 \text{ cuando } R_s > 0 \quad \forall s$$

La función es convexa hacia el origen, dado que:

$$\frac{d^2 VAN}{di^2} = \sum_{s=1}^n s(s+1) \cdot R_s \cdot (1+i)^{-(s+2)} > 0$$

En conclusión, la función $VAN(i)$ es monótona decreciente y si $VAN(0) > 0$ cortará al eje de abscisas en un punto r , tal que $VAN(r) = 0$. Este tipo de interés r se conoce con tanto interno de rentabilidad (TIR) tal como se detallará más adelante.

El cálculo del Valor Actual Neto precisa que se fije previamente el tanto de valoración i por parte del decisor. La concreción de cuál debe ser el tanto de valoración ha dado lugar a una amplia discusión entre los analistas e investigadores financieros. Una opinión bastante aceptada señala que se debe utilizar el tanto de coste medio ponderado de la financiación de la empresa.

Otros autores consideran que debe utilizarse el tipo de interés de la renta fija a largo plazo sin riesgo (deuda pública) incrementado en una prima de riesgo tanto mayor cuanto más arriesgado sea el proyecto. Una propuesta diferente para la fijación del tanto i señala que debería ser el que corresponda a la inversión marginal, entendida como la más costosa de las fuentes de financiación utilizadas por la empresa para financiar los proyectos.

En todo caso, la decisión sobre el tanto de actualización para los rendimientos netos, se ha de tomar desde la dirección general de la empresa o, en su caso, del director financiero, utilizando alguno de los criterios que se acaban de señalar.

Ejemplo

Con los datos del ejemplo utilizado los epígrafes anteriores. Calcular el Valor Actual Neto de estos proyectos y establecer su orden de preferencia, sabiendo que el tanto de coste para la valoración es el 10% anual.

Solución:

Las cuantías y los resultados van expresados en miles de euros.

$$VAN_A = -1000 + \frac{200}{1,1} + \frac{300}{1,1^2} + \frac{400}{1,1^3} + \frac{500}{1,1^4} + \frac{600}{1,1^5} = 444,34 \text{ €}$$

$$VAN_B = -1000 + \frac{600}{1,1} + \frac{500}{1,1^2} + \frac{400}{1,1^3} + \frac{300}{1,1^4} + \frac{200}{1,1^5} = 588,29 \text{ €}$$

$$VAN_C = -1000 + \frac{400}{1,1} + \frac{400}{1,1^2} + \frac{400}{1,1^3} + \frac{400}{1,1^4} + \frac{400}{1,1^5} = 516,31$$

$$VAN_D = -1000 + \frac{800}{1,1} + \frac{400}{1,1^2} + \frac{200}{1,1^3} + \frac{200}{1,1^4} + \frac{200}{1,1^5} = 468,90$$

El orden de preferencia es: $VAN_B > VAN_C > VAN_D > VAN_A$

En el caso de que se comparen proyectos que tengan diferente desembolso inicial, este criterio, puede dar lugar a una elección incorrecta como se va a comprobar en el criterio siguiente.

5.2. Relación Beneficio-Coste

Este criterio establece la relación por cociente entre el VAN del proyecto y el desembolso inicial de la inversión C_0 . La representación gráfica, al dividir todos los capitales que definen la inversión entre C_0 , es la siguiente:



La expresión que permite obtener la relación beneficio-coste, es la siguiente:

$$RBC = i_b = \frac{VAN}{C_0} = \sum_{s=1}^n \frac{R_s}{C_0} \cdot (1+i)^{-s} - 1$$

En el caso de que los rendimientos netos sean constantes: $R_1 = R_2 = \dots = R_n = R$ resulta:

$$RBC = i_b = \frac{R}{C_0} \cdot a_{n|i} - 1$$

Debe observarse que mientras el criterio VAN mide el beneficio que produce la inversión en términos absolutos, este criterio, mide el beneficio en términos relativos, es decir, por cada euro invertido.

La aplicación de este **criterio de decisión RBC** es la siguiente:

En el caso de una *inversión aislada*, se acepta si la $RBC = i_b > 0$ y se rechaza si es negativa.

En el caso de un *conjunto de proyectos* de inversión, el criterio RBC permite realizar una ordenación completa de ellos, de mayor a menor i_b , de manera que, si se comparan dos proyectos, será preferido el que tenga mayor i_b .

Este criterio es más adecuado que el criterio VAN cuando se comparan proyectos que tienen diferente desembolso inicial. Por ejemplo, si se comparan dos proyectos tales que, el primero invierte un millón de euros y el otro invierte dos millones, pero ambos tienen un VAN de trescientos mil euros; según este último criterio ambos proyectos son indiferentes, sin embargo, todo decisor actuando racionalmente preferiría el primero porque solo desembolsa un millón de euros en vez de dos millones. Si se aplica el criterio RBC, resulta un $i_b = 0,3$ para el primer proyecto y un $i_b = 0,15$ para el segundo, por lo que se elegiría el primero.

De acuerdo con lo anterior, puede concluirse que este criterio soluciona el problema de la comparación de inversiones con diferente desembolso inicial, sin que sea necesario considerar la realización de inversiones complementarias para igualar los desembolsos iniciales.

En el **ejemplo** que se viene resolviendo en los epígrafes anteriores, la ordenación que resulta es la misma que con el criterio VAN porque el desembolso inicial y el horizonte temporal coinciden en los cuatro proyectos de inversión.

5.3. Tanto Interno de Rentabilidad (TIR)

Se denomina tanto interno de rentabilidad al tipo de interés, en capitalización-descuento compuesto, que establece la equivalencia financiera entre el desembolso inicial y los rendimientos netos que produce la inversión. También se puede definir como el tanto r que iguala a cero el VAN del proyecto: $VAN(r) = 0$.

La expresión matemática que permite su obtención es:

$$C_0 = \frac{R_1}{(1+r)} + \frac{R_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{R_n}{(1+r)^n} = \sum_{s=1}^n \frac{R_s}{(1+r)^s} \Rightarrow r$$

En el caso de que los rendimientos netos sean constantes la ecuación para obtener r es:

$$R \cdot a_{n|r} = C_0 \Rightarrow a_{n|r} = \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} = \frac{C_0}{R} \Rightarrow r$$

siendo $r = \text{TIR}$ de la inversión. Para su cálculo puede utilizarse la calculadora financiera, con el menú de flujos de caja, o el ordenador, con la hoja de cálculo. De lo contrario, su obtención es laboriosa ya que esa ecuación es de grado n y, frecuentemente, habrá que aplicar el método de prueba y error; también se han elaborado algunas fórmulas que ofrecen un primer valor aproximado pero luego se ha de seguir probando para obtener un valor más preciso de r .

En el caso de las inversiones simples, en las que todos los rendimientos netos son positivos, la función $\text{VAN}(i)$ es monótona decreciente tal como se comprobó en el epígrafe 5.1 y, por ello, sólo puede haber, a lo más, una solución real y positiva para r . Lo mismo ocurre en las inversiones puras, en las que todos los saldos son negativos para el tanto r .

En el caso de las inversiones mixtas puede haber más de una solución para r , pero se trata de casos que en la práctica no suelen presentarse y que, además, no son propiamente inversiones sino una mezcla de financiación y de inversión. El estudio de estos casos rebasa el objetivo que aquí nos planteamos pero puede consultarse en el libro ya citado anteriormente, «Finanzas de Empresa», pág. 62 y siguientes.

La aplicación de este **criterio de decisión TIR** consiste:

En el caso de una *inversión aislada*, se ha de fijar previamente el tipo de interés i que, como mínimo, ha de rentabilizar la inversión. Una vez obtenido el tanto interno r , se decide así:

- Si $r > i \Rightarrow$ Se acepta la inversión.
- Si $r < i \Rightarrow$ Se rechaza la inversión.

En el caso de un *conjunto de proyectos* de inversión, el criterio TIR permite realizar una ordenación completa de ellos, de mayor a menor r y se podrán llevar a cabo los que cumplan la condición de que $r > i$ siempre que se tengan disponibilidades presupuestarias.

Para fijar el tipo de interés i se debe tomar el tanto de coste medio ponderado de la financiación de la empresa o el tanto de coste de la financiación marginal que utilice la empresa (la de coste más elevado) porque así se asegura que la inversión producirá beneficios.

Ejemplo

Con los datos del ejemplo utilizado los epígrafes anteriores, calcular el Tanto Interno de Rentabilidad de estos proyectos y establecer su orden de preferencia.

Solución:

$$1000 = \frac{200}{(1+r)} + \frac{300}{(1+r)^2} + \frac{400}{(1+r)^3} + \frac{500}{(1+r)^4} + \frac{600}{(1+r)^5} \Rightarrow TIR_A = 23,29\%$$

$$1000 = \frac{600}{(1+r)} + \frac{500}{(1+r)^2} + \frac{400}{(1+r)^3} + \frac{300}{(1+r)^4} + \frac{200}{(1+r)^5} \Rightarrow TIR_B = 36,08\%$$

$$1000 = \frac{400}{(1+r)} + \frac{400}{(1+r)^2} + \frac{400}{(1+r)^3} + \frac{400}{(1+r)^4} + \frac{400}{(1+r)^5} \Rightarrow TIR_C = 28,65\%$$

$$1000 = \frac{800}{(1+r)} + \frac{400}{(1+r)^2} + \frac{200}{(1+r)^3} + \frac{200}{(1+r)^4} + \frac{200}{(1+r)^5} \Rightarrow TIR_D = 34,86\%$$

El orden de preferencia es: $VAN_B > VAN_D > VAN_C > VAN_A$.

Al comparar la ordenación con el criterio VAN se observa que coinciden en el más preferido y en el menos preferido pero, en los dos intermedios, el orden es diferente.

Comparación entre TIR y Plazo de Recuperación

Estos dos criterios tienen cierta similitud, por cuanto ambos priman la liquidez que ofrece cada proyecto. El criterio del plazo de recuperación lo hace de una forma directa, mientras que el criterio TIR lo hace de una forma indirecta ya que, si bien mide la rentabilidad interna que genera el proyecto, está primando a los proyectos cuyos rendimientos netos más altos se encuentran en los primeros periodos, por la ponderación que ejercen los factores de actualización, de acuerdo con el principio de preferencia temporal.

La relación se hace evidente en los siguientes casos:

- Cuando el valor residual del activo en el que se ha materializado la inversión no se ha depreciado y, por el contrario, mantiene el mismo valor C_0 al finalizar el horizonte temporal de la inversión. Suele tratarse de terrenos, solares y algunas instalaciones que no incorporan altas tecnologías. La ecuación de equivalencia para calcular el tanto interno, en el caso de rendimientos netos constantes, es:

$$C_0 = R \cdot a_{\overline{n}|r} + C_0 \cdot (1+r)^{-n} \Rightarrow C_0 \cdot [1 - (1+r)^{-n}] = R \cdot \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \Rightarrow$$

Al despejar r , se obtiene su valor, igual al inverso del plazo de recuperación

$$r = \frac{R}{C_0} = \frac{1}{K}$$

- Cuando se trata de una inversión cuyo horizonte temporal es ilimitado se obtiene el mismo resultado que en el caso anterior:

$$C_0 = R \cdot a_{\infty|r} = \frac{R}{r} \Rightarrow r = \frac{R}{C_0} = \frac{1}{K}$$

En los dos casos descritos se comprueba que, entre ambos criterios, hay una relación inversa. Esto es lógico porque uno mide lo contrario que el otro; así por ejemplo, si la inversión tiene un plazo de recuperación de 10 años, la rentabilidad anual promedio que produce es $1/10 = 0,1$ (10%). Si el plazo de recuperación es de 5 años, la rentabilidad promedio es $1/5 = 0,2$ (20%).

6. La selección de proyectos de inversión

Tal como se ha indicado, la empresa ha de elegir, frecuentemente, entre un conjunto de proyectos de inversión para seleccionar el preferido o, en su caso, el subconjunto óptimo. Si se representa ese conjunto de n proyectos de la siguiente manera:

$$P = (P_1; P_2; \dots; P_i \dots; P_n)$$

La selección del subconjunto óptimo se realiza en dos fases:

- En primer lugar se ordenan los proyectos de acuerdo con el criterio elegido y
- A continuación se eligen los que proporcionan el mejor resultado global. Debe tenerse en cuenta que, cuando hay restricciones presupuestarias o de otro tipo, el subconjunto óptimo puede no concordar estrictamente con la ordenación realizada.

La selección de proyectos no está exenta de problemas. Por una parte, la ordenación que resulta al aplicar un criterio no siempre coincide con la que resulta al aplicar otro, lo cual obliga a plantear si hay algún criterio que sea superior a los restantes. Aunque no hay una opinión unánime al respecto, el criterio VAN es el que tiene mayor número de adeptos, si bien debe ser sustituido por el criterio RBC cuando los proyectos que se comparan no son homogéneos. El criterio TIR se presenta como alternativa para algunos estudiosos de estos temas. En general, ambos criterios proporcionan la misma ordenación salvo que se den las circunstancias que se describen en el libro ya citado de «Finanzas de Empresa», pág. 83 y siguientes.

Para seleccionar el subconjunto óptimo hay que tener en cuenta las restricciones que pueden presentarse. Cabe destacar las siguientes:

- Que el *presupuesto* disponible sea *limitado*, de manera que no se pueden llevar a cabo todos los proyectos factibles por falta de recursos financieros.
- Que los proyectos *no se puedan fraccionar*, de manera que, o bien se realiza el proyecto completo o, de lo contrario, se rechaza. Las inversiones financieras se pueden fraccionar, pero las inversiones reales, usualmente, no.
- Cuando los proyectos son *sustitutivos* entre sí. En este caso, el VAN que resulta al realizar ambos proyectos es menor que la suma de los VAN, si se lleva a cabo uno sin realizarse el otro. Este caso se anota así:

$$VAN(P_i \wedge P_j) < VAN(P_i) + VAN(P_j)$$

Un ejemplo sería el caso de una empresa que estudia el lanzamiento de dos modelos distintos de automóviles con características similares. Si se llevan a cabo los dos proyectos, se producirá un desplazamiento de la demanda ya que los potenciales compradores del primer modelo terminarán adquiriendo el segundo.

Un caso límite de proyectos sustitutivos son los proyectos incompatibles. Dos proyectos P_i y P_j son incompatibles cuando la realización de uno de ellos excluye la realización del otro. La incompatibilidad puede ser física, por ejemplo no se pueden construir dos plantas industriales en un mismo terreno, o económica cuando se trata de dos variantes de un mismo proyecto como sería, en el caso del transporte de petróleo, optar entre construir un oleoducto o emplear camiones cisterna.

- Cuando los proyectos son *complementarios*. En este caso, el VAN que resulta al realizar ambos proyectos es mayor que la suma de los VAN, si se lleva a cabo uno sin realizarse el otro. Este caso se anota así:

$$VAN(P_i \wedge P_j) > VAN(P_i) + VAN(P_j)$$

Un caso límite de los proyectos complementarios son los proyectos subordinados. En este sentido, se dice que el proyecto P_j es subordinado al P_i cuando aquél no puede llevarse a cabo sin haber realizado previamente éste. Suele tratarse de algunos complementos de otras inversiones previas.

- Un caso frecuente es que los proyectos sean *independientes*. En este caso, el VAN obtenido por la realización de ambos proyectos es igual a la suma de los VAN que se obtendrían al realizar cada uno de ellos por separado. Es decir:

$$VAN(P_i \wedge P_j) = VAN(P_i) + VAN(P_j)$$

7. Efecto de los impuestos y la inflación

Al aplicar los criterios de decisión descritos en los epígrafes anteriores, los resultados suelen verse afectados por el efecto que tienen los impuestos y la inflación en las cuantías de los ingresos y los desembolsos de cada periodo. Por ello, es preciso tomar en cuenta sus efectos a la hora de aplicar los criterios.

7.1. Efecto de los impuestos

Son varios los impuestos que gravan las actividades de la empresa, entre los que destaca el impuesto de sociedades, por ser el más importante y el que más afecta a las decisiones de inversión y de financiación, ya que su rentabilidad, medida a través de los criterios estudiados, se va a ver afectada de forma más o menos intensa.

Efecto en la amortización de los activos

La amortización de los activos en los que se materializa la inversión es fiscalmente deducible. La amortización es la medida, en términos monetarios, de la depreciación que experimentan los activos de la empresa cada año y que se ha de provisionar para que esta no se descapitalice. Los métodos de amortización de activos que pueden utilizarse son tres, la amortización lineal, la acelerada o la decelerada. A la empresa le interesa aplicar la amortización acelerada porque así se deduce más en los primeros años, pero los sistemas fiscales de algunos países solo permiten deducciones por el método lineal.

Para obtener los rendimientos netos y después la base imponible del impuesto sobre Sociedades se han de tener en cuenta las amortizaciones fiscalmente permitidas, puesto que disminuyen los impuestos a pagar al ser partidas deducibles.

El método de amortización que, a efectos fiscales, se aplique tendrá influencia en la rentabilidad del proyecto. La amortización acelerada produce una disminución de la base imponible del impuesto mayor que la amortización lineal durante los primeros años y, por lo tanto, una menor tributación de manera que los rendimientos netos de los primeros años aumentarán y, en consecuencia, los de los últimos años, serán menores, porque globalmente se amortiza lo mismo, pero cambia la distribución de los capitales en el tiempo. Si tenemos en cuenta el principio de preferencia por la liquidez, que se manifiesta por unos factores de actualización mayores al principio y menores al final, se concluye que, la amortización acelerada produce unos resultados mayores para el VAN o el TIR que con la amortización lineal a igualdad de los restantes factores.

Efecto en el valor residual

Cuando finaliza el horizonte temporal de la inversión o si, en el transcurso de la misma, se sustituyen unos equipos por otros nuevos, el importe que se obtiene de la venta de los viejos puede ser mayor o menor que su valor contable en libros. En estos casos, se producen incrementos o pérdidas patrimoniales que modifican la base imponible del impuesto de sociedades. En consecuencia, los impuestos también afectan al valor residual de la inversión y se materializan al enajenar los activos.

Los incrementos o disminuciones patrimoniales, cuando se venden en el mercado, se obtienen por diferencia entre el valor de adquisición y el valor de enajenación de los elementos patrimoniales. En el caso de que el equipo ya se haya amortizado totalmente, el valor residual tributará íntegramente por el impuesto de sociedades por lo que, al rendimiento neto del último año, se le ha de añadir el valor residual neto de impuesto, es decir, la cuantía $S_n \cdot (1 - t)$, siendo S_n el valor residual del equipo y $S_n \cdot t$ la cuantía del impuesto. Si la base imponible resultase negativa se podría deducir el total S_n .

Ahora bien, cuando el equipo no está totalmente amortizado, puede suceder que el valor residual obtenido por la enajenación sea menor que la parte que está sin amortizar. En este caso se obtendría un ahorro de impuestos igual a $C_n \cdot t$, siendo C_n la cuantía pendiente de amortizar. No obstante, si el ejercicio se termina con pérdidas no habrá tal ahorro en ese año.

Efecto si hay desgravación por inversiones

En el caso de que el sistema fiscal ofrezca deducción o desgravación por inversiones se ha de tener en cuenta su importe al aplicar los criterios de decisión contabilizándose como un ingreso más del rendimiento neto del primer año.

La forma en que se financie la inversión también va a influir en la cuantía de la deducción impositiva ya que tienen diferente tratamiento fiscal la financiación mediante recursos propios, mediante préstamos (recursos ajenos) o mediante alquiler (leasing).

La expresión del VAN cuando se tiene en cuenta el efecto de los impuestos en los rendimientos netos, en las amortizaciones de los activos, en el valor residual y en la desgravación por inversiones, es la siguiente:

$$VAN = \sum_{s=1}^n \frac{[R_s(1-t) + A_s \cdot t]}{(1+i)^s} + \frac{S_n \cdot (1-t)}{(1+i)^n} - C_0 \cdot (1-t')$$

Siendo t el tipo impositivo del impuesto de sociedades, A_s la amortización en el año s de los activos, que es fiscalmente deducible, S_n el valor residual de los activos, C_0 la cuantía del capital a la que se puede aplicar la desgravación por inversiones y t' el tipo de desgravación fiscal por inversiones.

La expresión del TIR al dar entrada a los impuestos, se puede calcular de forma aproximada así:

$$TIR \text{ (después impuestos)} = TIR \text{ (antes impuestos)} \cdot (1 - t)$$

7.2. Efecto de la inflación

La inflación es un fenómeno habitual en las economías modernas que afecta con mayor o menor intensidad a todos los países. Se manifiesta por una elevación en el nivel general de los precios de los bienes y servicios con la consiguiente disminución del poder adquisitivo de cada unidad monetaria.

Las causas de la inflación son de carácter macroeconómico pero sus efectos son de carácter microeconómico y, por ello, afectan a las empresas y a los inversores a largo plazo. En un sentido general, la inflación:

- *Perjudica* a los perceptores de rentas, tanto si proceden del trabajo (asalariados) como del capital (inversores en renta fija a largo plazo). También perjudica a los acreedores y prestamistas, que recibirán cuantías con menor poder adquisitivo que las que ellos entregaron al inicio de la operación.
- *Beneficia* a los deudores a largo plazo porque los términos amortizativos, que entregan a los acreedores, van perdiendo poder adquisitivo a medida que pasa el tiempo. Por ello, beneficia a las empresas, que se financian en parte con recursos ajenos a largo plazo, y a los Estados, que emiten Deuda Pública para financiar los déficits presupuestarios.

Cuando hay inflación se distingue entre cuantías reales (en euros constantes), que tienen el mismo poder adquisitivo que las del momento inicial de la inversión, y cuantías monetarias (o expresadas en euros corrientes), que corresponden a los rendimientos netos de cada momento s en el que se obtienen. También se distingue entre el tipo de interés monetario (TIR monetario) que se calcula cuando no se tiene en cuenta la inflación y el tipo de interés real (TIR real) que realmente se obtiene, cuando se incluyen los efectos de la inflación.

La relación entre el tipo de interés monetario y el tipo de interés real es la siguiente:

$$i_m = (1 + i_r) \cdot (1 + \alpha) - 1 \Rightarrow \begin{cases} 1 + i_m = (1 + i_r) \cdot (1 + \alpha) \\ 1 = \frac{(1 + i_r)}{(1 + \alpha)} - 1 \end{cases}$$

siendo:

- i_m el tipo de interés monetario
- i_r el tipo de interés real
- α la tasa de inflación

La inflación afecta a los resultados que proporcionan los criterios de decisión porque los rendimientos netos, así como el valor residual, habrá que deflactarlos para que mantengan el mismo poder adquisitivo que los capitales invertidos en el momento inicial. En consecuencia, el VAN, si se tiene en cuenta la inflación, se obtiene así:

$$VAN = \sum_{s=1}^n \frac{R_s}{(1+i)^s \cdot (1+\alpha)^s} + \frac{S_n}{(1+i)^n \cdot (1+\alpha)^n} - C_0 \cdot (1-t)$$

Y el VAN, cuando se tienen en cuenta a la vez, los impuestos y la inflación, se obtiene así:

$$VAN = \sum_{s=1}^n \frac{[R_s \cdot (1-t) + A_s \cdot t]}{(1+i)^s \cdot (1+\alpha)^s} + \frac{S_n \cdot (1+t)}{(1+i)^n \cdot (1+\alpha)^n} - C_0 \cdot (1-t)$$

Otro aspecto a tener en cuenta es el tipo de interés i que ha de aplicarse para calcular el VAN, ya que, en presencia de inflación, tiende a encarecerse el coste de la financiación para la empresa.

RESUMEN DEL TEMA

- Las decisiones de inversión van modificando la composición el activo de la empresa por lo que deben orientarse hacia el objetivo de la maximización del valor de mercado de la empresa.
- La correcta elección de las inversiones tiene gran importancia porque comprometen a la empresa durante un largo periodo de tiempo, de forma irreversible en la mayoría de los casos y además, inmovilizan mucho capital.
- Las inversiones son operaciones financieras en las que se desembolsa un capital (se invierte) con la expectativa de obtener unos flujos de caja o rendimientos netos a lo largo del horizonte temporal previsto.
- Los rendimientos netos son la diferencia entre los ingresos que produce la inversión en cada periodo y los gastos que ocasiona; usualmente los periodos son anuales al igual que los ejercicios económicos. En consecuencia los rendimientos netos forman una renta, frecuentemente de cuantía variable.
- Desde la perspectiva de la valoración financiera, un proyecto de inversión queda definido por la siguiente función: $P = P(C_0; R_s; S_n; n)$.

- Para tomar las decisiones de inversión es necesario utilizar criterios de valoración que sean fáciles de aplicar y que resuman en una sola cifra la información necesaria para decidir.
- Cuando se trata de un proyecto aislado, la decisión se ha de concretar en si se acepta o se rechaza.
- Cuando se trata de un conjunto de proyectos, el criterio de decisión ha de permitir su ordenación, mediante el establecimiento de una relación de preferencia.
- Los criterios de decisión parciales no tienen en cuenta todos los rendimientos netos de la inversión o no tienen en cuenta el principio de preferencia temporal de los capitales.
- Los criterios globales tienen en cuenta todos los rendimientos netos y también su diferente valor según cuál sea la fecha en que tienen su vencimiento.
- El criterio del Tanto Medio de Rentabilidad relaciona el rendimiento medio que ofrece la inversión con el capital invertido.
- El criterio del plazo de recuperación o *pay back* es el tiempo que ha de transcurrir hasta que la suma de los rendimientos netos iguale al desembolso inicial o coste de la inversión. Una variante es el plazo de recuperación con descuento.
- El criterio del VAN (Valor Actual Neto) es el resultado de hallar el valor actual (VA) de la renta correspondiente a los rendimientos netos y restarle el desembolso inicial de la inversión C_0 .
- El cálculo del VAN precisa que se fije previamente el tanto de valoración i por parte del decisor. Hay varios criterios a la hora de fijar el valor de i .
- El criterio RBC (Relación Beneficio-Coste) establece la relación por cociente entre el VAN del proyecto y el desembolso inicial de la inversión C_0 .
- El criterio del TIR (Tanto Interno de Rentabilidad) establece la equivalencia financiera entre el desembolso inicial y los rendimientos netos que produce la inversión. También se puede definir como el tanto r que iguala a cero el VAN del proyecto.
- La selección del subconjunto óptimo se realiza en dos fases: En primer lugar se ordenan los proyectos de acuerdo con el criterio elegido y a continuación se eligen los que proporcionan el mejor resultado global. Cuando hay restricciones presupuestarias o de otro tipo, el subconjunto óptimo puede no coincidir con la ordenación realizada.
- Al tomar las decisiones de inversión se han de tener en cuenta los impuestos porque modifican los resultados del VAN y del TIR.
- La inflación afecta a los resultados que proporcionan los criterios de decisión porque los rendimientos netos y el valor residual hay que deflactarlos para que mantengan el mismo poder adquisitivo que los capitales invertidos en el momento inicial.

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

Ejercicio 1 *Inversión aislada:* Decisión de aceptación o rechazo.

La empresa HJK analiza la viabilidad de llevar a cabo una inversión. Después de haber elaborado los estudios preliminares se estima que las obras en las instalaciones exigirán realizar desembolsos, además de en el momento inicial, dentro de un año, y los rendimientos netos, se producirán a partir del segundo año, tal como indica el cuadro siguiente (cuantías en miles de euros):

	<i>Desembolsos</i>		<i>Rendimientos netos</i>								
<i>Años</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Resultados</i>	-500	-200	100	200	250	300	300	300	300	200	200

Antes de tomar la decisión definitiva, se desea tener una información de detalle sobre la decisión que correspondería tomar aplicando diferentes criterios y, para ello, se encarga al departamento financiero que aplique los siguientes criterios:

- a) Tanto Medio de Rentabilidad (la dirección exige un mínimo del 25% para aceptar).
- b) Plazo de Recuperación (la dirección exige un máximo de 6 años para aceptar).
- c) Plazo de Recuperación con Actualización (la dirección exige un máximo de 7 años para aceptar y utiliza un tipo de interés para la actualización del 12%).

Ejercicio 2

La empresa citada en el ejercicio anterior considera que también necesita conocer los resultados que proporcionan los criterios globales para decidir con mayor conocimiento de causa. En consecuencia, encarga al director del departamento financiero que complete el estudio aplicando los siguientes criterios:

- a) Valor Actual Neto, sabiendo que el tanto de coste para la valoración es el 12%.
- b) VAN si el tanto de coste de la financiación, por ser a tipo variable, pudiese alcanzar hasta el 15%.
- c) Tanto Interno de Rentabilidad de este proyecto.

Obtener los resultados al aplicar estos criterios e indicar la decisión que correspondería tomar en cada caso.

Ejercicio 3

Una empresa desea ampliar sus instalaciones y ha de elegir entre dos proyectos con diferente ubicación que requieren el mismo desembolso inicial pero con diferente secuencia de rendimientos netos tal como se detalla en el siguiente cuadro, con cuantías en millones de euros:

<i>Proyecto</i>	<i>Desembolso inicial</i>	<i>Redimientos netos anuales</i>				
		<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
M	100	30	30	40	40	60
N	100	40	40	30	30	50

Indicar qué proyecto será preferido si se aplican los siguientes criterios de decisión parciales o incompletos:

- a) Tanto medio de rentabilidad.
- b) Plazo de recuperación.
- c) Plazo de recuperación con actualización al 10%.

Ejercicio 4

Con los datos del ejercicio anterior, la empresa se plantea conocer la ordenación que resulta si se aplican los criterios globales para disponer de más y mejores elementos para decidir. En consecuencia, encarga al director del departamento financiero que complete el estudio aplicando los siguientes criterios:

- a) Valor Actual Neto, en el supuesto de que el tanto de coste para la valoración sea el 10%.
- b) VAN si el tanto de coste de la financiación, es el 20%.
- c) Tanto Interno de Rentabilidad de estos proyectos.

Obtener los resultados al aplicar estos criterios e indicar la decisión que correspondería tomar en cada caso.

BIBLIOGRAFÍA

BODIE, KANE y MARCUS (1999): *Investments*. Irwin/McGraw-Hill.
BREALEY, R.; MYERS, S. (2006): *Principios de Finanzas Corporativas*. Ed. McGraw-Hill Interamericana de España, Madrid.

- DAMODARAN, A. (2002): *Investment Valuation*. Ed. Wiley Finance. N. Y.
- MAO, J. C. T. (1986): *Análisis Financiero*. Ed. Ateneo, Buenos Aires.
- MORALES-ARCE, R. (2004): *Teoría Económica de la inversión*. Ed. UNED. Madrid.
- PABLO, A. de y FERRUZ, L. (2001): *Finanzas de Empresa*. Ed. Universitaria Ramón Areces, Madrid.
- PABLO, A. de; FERRUZ, L. y SANTAMARÍA, R. (1990): *Análisis Práctico de Decisiones de Inversión y Financiación en la Empresa*. Ed. Ariel, Barcelona.
- PÉREZ CARBALLO, A. J. y VELA, E., (2001): *Principios de Gestión Financiera de la Empresa*. Ed. Alianza Universidad.
- PRIETO, E. (1978): *Teoría de la Inversión*. Ed. ICE, Madrid.
- SUÁREZ, A. S. (2005): *Decisiones Óptimas de Inversión y Financiación en la Empresa*. Ed. Pirámide, Madrid.

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

Ejercicio 1:

a) Cálculo del TMR

El rendimiento neto medio es:

$$\frac{100 + 200 + 250 + \dots + 200}{9} = 238,89$$

Y el TMR es:

$$TMR = \frac{238,89}{700} = 0,3413 \quad (34,13\%)$$

La decisión que se propone es *aceptar* ya que el $TMR > 25\%$.

b) Cálculo del Plazo de Recuperación

Hay que recuperar un total de $500 + 200 = 700$. La suma de los rendimientos netos de los años 2º, 3º y 4º es 550. Si se añade el rendimiento neto del 5º año, la suma es 850. Se observa que 700 es la media aritmética de 550 y 850 y, por ello, hay que añadir medio año, con lo cual, el plazo de recuperación es:

$$PR = 4,5 \text{ años}$$

La decisión que se propone es *aceptar* ya que el $PR < 6$ años.

c) Cálculo del Plazo de Recuperación con Actualización:

Hay que recuperar en total:

$$500 + \frac{200}{1,12} = 500 + 178,57 = 678,57$$

Los valores descontados de los primeros rendimientos netos son:

$$\begin{aligned} \frac{100}{1,12^2} &= 79,72; & \frac{200}{1,12^3} &= 142,36; & \frac{250}{1,12^4} &= 158,88; \\ \frac{300}{1,12^5} &= 170,23; & \frac{300}{1,12^6} &= 151,99; & \frac{300}{1,12^7} &= 1135,70 \end{aligned}$$

La suma de los cuatro primeros rendimientos netos actualizados es:

$$79,72 + 142,36 + 158,88 + 170,23 = 551,18$$

Al añadir el siguiente rendimiento neto actualizado, se habrá recuperado:

$$551,18 + 151,99 = 703,17$$

Por lo tanto, el plazo de recuperación se sitúa entre 5 y 6 años; al interpolar linealmente se tiene:

$$5 + \frac{678,57 - 551,18}{703,17 - 551,18} = 5,84 \text{ años}$$

La *decisión* que se propone es *aceptar* ya que el *PRA* < 7 años.

En el siguiente cuadro se resumen las operaciones, para contestar a las tres cuestiones planteadas, utilizando la hoja de cálculo:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Años	Desemb.	Rendim. netos	Rend. netos acumulados	Desemb. descontados	R. netos descontados	Suma rend. netos desc.
0	500			500,00		
1	200			178,57		
2		100	100		79,72	79,72
3		200	300		142,36	222,08
4		250	550		158,88	380,95
5		300	850		170,23	551,18
6		300			151,99	703,17
7		300			135,70	
8		300			121,16	
9		200			72,12	
10		200			64,39	
Sumas	700	2150		678,57	1096,56	

Para calcular el TMR, la suma columna 3 se divide entre los 9 años para obtener el rendimiento neto medio y el resultado se divide entre la suma de la columna 2.

Para obtener el PR, en la columna 4, se van acumulando los rendimientos netos hasta llegar a recuperar los 700 euros de la columna 2. Se produce entre los años 4 y 5.

Para calcular el PR con actualización, en las columnas 5 y 6 se obtienen los valores descontados de los desembolsos y de los rendimientos netos, al dividirlos entre $1,12^{-s}$. En la columna 7 se van sumando esos rendimientos actualizados hasta superar los 678,57 euros.

Ejercicio 2:

a) Cálculo del VAN para un $i = 12\%$

$$VAN(12\%) = -500 - \frac{200}{1,12} + \frac{100}{1,12^2} + \frac{200}{1,12^3} + \frac{250}{1,12^4} + \dots + \frac{200}{1,12^{10}} = 417,987 \text{ miles}$$

El VAN o beneficio total actualizado es de 417.987 euros $\Rightarrow$ la decisión es *Aceptar la inversión*.

b) Cálculo del VAN para un $i = 15\%$

$$VAN(15\%) = -500 - \frac{200}{1,15} + \frac{100}{1,15^2} + \frac{200}{1,15^3} + \frac{250}{1,15^4} + \dots + \frac{200}{1,15^{10}} = 272.135 \text{ miles}$$

El VAN o beneficio total actualizado es de 272.135 euros $\Rightarrow$ la decisión es *Aceptar la inversión*.

c) Cálculo del *TIR*

$$500 + \frac{200}{(1+r)} = \frac{100}{(1+r)^2} + \frac{200}{(1+r)^3} + \frac{250}{(1+r)^4} + \dots + \frac{200}{(1+r)^{10}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TIR = 22,90\%$$

La decisión es *Aceptar la inversión* porque $TIR > i : 15\% > i = 12\%$.

El cuadro siguiente detalla las operaciones para obtener el VAN al 12%. La columna 3 calcula los factores de descuento en función del número de años transcurridos (*s*). La columna 4 se obtiene multiplicando las columnas 2 y 3 y proporciona los rendimientos netos descontados de cada periodo; la suma de todos ellos es el VAN (12%) de la inversión.

Con la función *TIR* de la hoja de cálculo se obtiene este valor tomando el rango de datos de la columna 2.

(1)	(2)	(3)	(4)
Años <i>s</i>	Desemb./ R. netos	F descuento 1/1,12 ^s	R. Netos descont.
0	-500	1	-500,00
1	-200	0,893	-178,57
2	100	0,797	79,72
3	200	0,712	142,36
4	250	0,636	158,88
5	300	0,567	170,23
6	300	0,507	151,99
7	300	0,452	135,70
8	300	0,404	121,16
9	200	0,361	72,12
10	200	0,322	64,39
TIR	22,90%	VAN =	417,987

Si en la columna 3, se sustituye el 12% por el 15%, el cuadro se recalcula y proporciona el nuevo VAN (15%). ▽

Ejercicio 3:

a) Cálculo del TMR del proyecto M

$$TMR_M = \frac{\frac{1}{5}(30 + 30 + 40 + 40 + 60)}{100} = 0,4 \text{ (40\%)}$$

Y el TMR del proyecto N:

$$TMR_N = \frac{\frac{1}{5}(40 + 40 + 30 + 30 + 50)}{100} = 0,38 \quad (38\%)$$

De acuerdo con este criterio *el proyecto M es preferido al N* por ser $TRM_M > TRM_N$.

b) Cálculo del Plazo de Recuperación del proyecto M

Hay que recuperar los 100 millones invertidos. La suma de los rendimientos netos de los dos primeros años es 60. Si se añade el rendimiento neto del tercero, la suma es 100. Por lo tanto:

$$PR_M = 3 \text{ años}$$

Plazo de Recuperación del proyecto N:

La suma de los rendimientos netos de los dos primeros años es 80. Si se añade el rendimiento neto del tercero, la suma es 110. Por lo tanto:

$$PR_N = 2 + \frac{100 - 80}{110 - 80} = 2,67 \text{ años}$$

De acuerdo con este criterio *el proyecto N es preferido al M* por ser $PR_N < PR_M$.

Se observa que estos dos criterios proporcionan una ordenación distinta como consecuencia de la diferente composición de los rendimientos netos. En el cuadro siguiente se resumen los cálculos a realizar:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Años s	Desemb./Rend. netos		Rend. netos acumulados	
	Pr. M	Pr. N	Pr. M	Pr. N
0	-100	-100		
1	30	40	30	40
2	30	40	60	80
3	40	30	100	110
4	40	30	140	140
5	60	50	240	190
Sumas	200	190	Plazo recuperación 3 años 2,67 años	
Medias	40	38		
TMR	0,4	0,38		

c) Cálculo del Plazo de Recuperación con Actualización (PRA) del proyecto M:

Los rendimientos netos descontados de los cuatro primeros años son:

$$\frac{30}{1,1} = 27,27; \quad \frac{30}{1,1^2} = 24,79; \quad \frac{40}{1,1^3} = 30,05; \quad \frac{40}{1,1^4} = 27,32;$$

Y los rendimientos netos descontados y acumulados de los tres primeros años son (en millones de euros):

$$27,27 + 24,79 + 30,05 = 82,12$$

Al añadir el siguiente rendimiento neto actualizado, se habrá recuperado:

$$82,12 + 27,32 = 109,44$$

Finalmente, el PRA del proyecto M se obtiene por interpolación lineal:

$$PR_M = 3 + \frac{100 - 82,12}{109,44 - 82,12} = 3,65 \text{ años}$$

Análogamente, el cálculo del Plazo de Recuperación con Actualización (PRA) del proyecto N, se obtienen:

Los rendimientos netos descontados de los cuatro primeros años son:

$$\frac{40}{1,1} = 36,36; \quad \frac{40}{1,1^2} = 33,06; \quad \frac{30}{1,1^3} = 22,54; \quad \frac{30}{1,1^4} = 20,49;$$

Y los rendimientos netos descontados y acumulados de los tres primeros años son (en millones de euros):

$$36,36 + 33,06 + 22,54 = 91,96$$

Al añadir el siguiente rendimiento neto actualizado, se habrá recuperado:

$$91,96 + 20,49 = 112,45$$

Finalmente, el PRA del proyecto N se obtiene por interpolación lineal:

$$PR_N = 3 + \frac{100 - 91,96}{112,45 - 91,96} = 3,39 \text{ años}$$

El cuadro siguiente resume los cálculos a realizar teniendo en cuenta los datos de las columnas 1, 2 y 3 del cuadro anterior:

(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
<i>F descuento</i>	<i>R. netos descont.</i>		<i>R. netos desc. y acumul.</i>	
<i>1/1,1^s</i>	<i>Pr. M</i>	<i>Pr. N</i>	<i>Pr. M</i>	<i>Pr. N</i>
1				
0,909	27,27	36,36	27,27	36,36
0,826	24,79	33,06	52,07	69,42
0,751	30,05	22,54	82,12	91,96
0,683	27,32	20,49	109,44	112,45
0,621	37,26	31,05	146,69	143,50
			Plazo Recup. con Actualiz.	
			3,65 años	3,39 años

De acuerdo con este criterio *el proyecto N es preferido al M* por ser $PRA_N < PRA_M$.

Ejercicio 4:

a) Cálculo del VAN del *proyecto M* para un $i = 10\%$

$$VAN_M = -100 + \frac{30}{1,1} + \frac{30}{1,1^2} + \frac{40}{1,1^3} + \frac{40}{1,1^4} + \frac{60}{1,1^5} = 46,695 \text{ millones } \text{€}$$

Cálculo del VAN del *proyecto N* para un $i = 10\%$

$$VAN_N = -100 + \frac{40}{1,1} + \frac{40}{1,1^2} + \frac{30}{1,1^3} + \frac{30}{1,1^4} + \frac{50}{1,1^5} = 43,497 \text{ millones } \text{€}$$

De acuerdo con este criterio *el proyecto M es preferido* al ser $VAN_M > VAN_N$.
 En el cuadro siguiente se resumen los cálculos realizados con la hoja electrónica:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Años <i>s</i>	Desemb./Rend. netos		<i>F</i> descuento $1/1,1^{s-1}$	VAN_M	VAN_N
	<i>Pr. M</i>	<i>Pr. N</i>			
0	-100	-100	1	-100,00	-100,00
1	30	40	0,909	27,27	36,36
2	30	40	0,826	24,79	33,06
3	40	30	0,751	30,05	22,54
4	40	30	0,683	27,32	20,49
5	60	50	0,621	37,26	31,05
Sumas	200	190	$VAN \Rightarrow$	36,695	43,497

b) Cálculo del VAN del proyecto *M* para un $i = 20\%$

$$VAN_M = -100 + \frac{30}{1,2} + \frac{30}{1,2^2} + \frac{40}{1,2^3} + \frac{40}{1,2^4} + \frac{60}{1,2^5} = 12,384 \text{ millones } \text{€}$$

Cálculo del VAN del proyecto *N* para un $i = 20\%$

$$VAN_N = -100 + \frac{40}{1,2} + \frac{40}{1,2^2} + \frac{30}{1,2^3} + \frac{30}{1,2^4} + \frac{50}{1,2^5} = 13,034 \text{ millones } \text{€}$$

De acuerdo con este criterio *el proyecto N es preferido* al ser $VAN_N > VAN_M$.

Se observa que ha cambiado el orden de preferencia al pasar los cálculos del 10% al 20%. En el cuadro siguiente se resumen los cálculos realizados con la hoja informática.

Se puede calcular el tanto i para el cual cambia la ordenación con el criterio VAN, planteando la inversión diferencia. Para ello, se restan los rendimientos netos de los proyectos *M* y *N*, tal como se ha hecho en la columna 7 del siguiente cuadro, y a continuación se halla el tanto interno TIR de esta inversión diferencia. Al resolverlo se obtiene un tanto $i_o = 17,87\%$; este tanto se conoce como intersección de Fisher porque ambas curvas del VAN se cortan para este tipo de interés.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(6)
Años <i>s</i>	Desemb./Rend. netos		<i>F</i> descuento $1/1,1^{s-1}$	VAN_M	VAN_N	Inversión Diferencia
	<i>Pr. M</i>	<i>Pr. N</i>				
0	-100	-100	1	-100,00	-100,00	0
1	30	40	0,833	25,00	33,33	-10
2	30	40	0,694	20,83	27,78	-10
3	40	30	0,579	23,15	17,36	10
4	40	30	0,482	19,29	14,47	10
5	60	50	0,402	24,11	20,09	10
Sumas	200	190	$VAN \Rightarrow$	12,384	13,034	17,872%

c) Cálculo del *TIR* del *proyecto M*:

$$100 = \frac{30}{1+r} + \frac{30}{(1+r)^2} + \frac{40}{(1+r)^3} + \frac{40}{(1+r)^4} + \frac{60}{(1+r)^5} \Rightarrow TIR_M = 24,88\%$$

Cálculo del *TIR* del *proyecto N*:

$$100 = \frac{40}{1+r} + \frac{40}{(1+r)^2} + \frac{30}{(1+r)^3} + \frac{30}{(1+r)^4} + \frac{50}{(1+r)^5} \Rightarrow TIR_N = 25,79\%$$

De acuerdo con este criterio el preferido es el *proyecto N* al ser $TIR_N > TIR_M$.

GLOSARIO DE TÉRMINOS

Duración de la inversión: El horizonte temporal o tiempo que transcurre desde el inicio de la inversión hasta el final de la misma.

Final de la inversión: El momento en que se produce el último flujo de caja. Suele coincidir con el valor residual de la misma.

Inversión: Operación financiera en la que se desembolsa un capital (se invierte) con la expectativa de obtener unos flujos de caja o rendimientos netos a lo largo del horizonte temporal previsto.

Inversión financiera: La que se materializa en activos financieros como, por ejemplo, una acción o una obligación, un pagaré de empresa, etc., y no producen variación en la riqueza del país.

Inversión real: La que se materializa en bienes o activos materiales y crean riqueza, incorporando un valor añadido e incrementando el producto nacional.

Origen de la inversión: El momento en que se efectúa el desembolso del capital invertido.

Plazo de recuperación o pay back: Criterio de decisión que mide el tiempo que ha de transcurrir hasta que la suma de los rendimientos netos iguale al desembolso inicial de la inversión.

RBC (Relación Beneficio-Coste): Criterio de decisión que establece la relación por cociente entre el VAN del proyecto y el desembolso inicial de la inversión.

Rendimientos netos o flujos de caja: Miden la diferencia entre los ingresos que produce la inversión en el periodo y los desembolsos que se han de realizar para obtener esos ingresos.

Tanto Medio de Rentabilidad: Criterio de decisión que relaciona el rendimiento medio que ofrece la inversión con el capital invertido.

TIR (Tanto Interno de Rentabilidad): Criterio de decisión que establece la equivalencia financiera entre el desembolso inicial y los rendimientos netos

que produce la inversión. También se puede definir como el tanto que iguala a cero el *VAN* del proyecto.

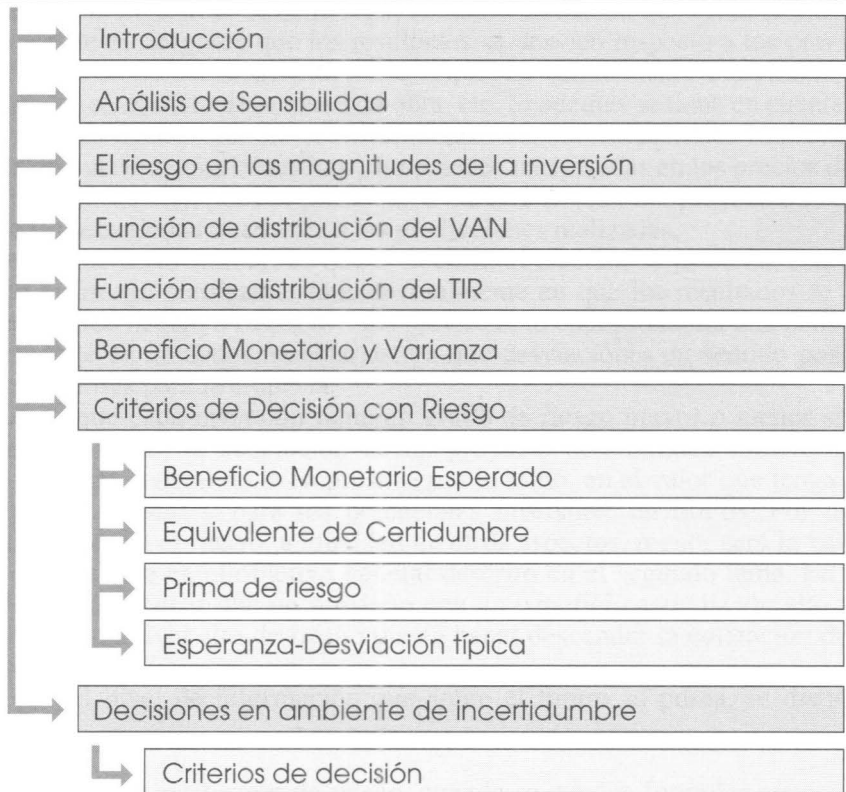
VAN (Valor Actual Neto): Criterio de decisión que calcula el valor actual (VA) de los rendimientos netos y le resta el desembolso inicial de la inversión.

TEMA 7

EL RIESGO EN LAS DECISIONES DE INVERSIÓN

GUIÓN-ESQUEMA

EL RIESGO EN LAS DECISIONES DE INVERSIÓN (II)



INTRODUCCIÓN

Este tema completa el estudio de las decisiones de inversión y en él se toma en cuenta el riesgo que asumen tanto la empresa como los inversores que adquieren sus acciones.

En el tema anterior se han analizado los criterios de decisión en ambiente de certidumbre en los que se han considerado conocidas con certeza las magnitudes que definen la inversión. Sin embargo, teniendo en cuenta que están referidas al futuro, existe el riesgo de que los resultados se desvíen respecto a los previstos inicialmente como consecuencia, por ejemplo, de variaciones en el volumen de producción, en el coste de la mano de obra, etc. Si además se tiene en cuenta que otros factores externos como acontecimientos sociales o políticos imprevistos, nuevos descubrimientos científicos, variaciones inesperadas en los precios de las materias primas, etc., pueden presentarse durante la vida del proyecto, se comprende la aleatoriedad que rodea a las predicciones realizadas.

Resultante de lo anterior es que el decisor, al efectuar su elección, está asumiendo un riesgo consistente fundamentalmente en que los resultados se desvíen en sentido negativo respecto a los previstos, lo cual producirá una penalización medible en unidades monetarias, ya que desviaciones en sentido positivo son beneficiosas para la empresa.

Puesto que cada inversión tiene un grado de riesgo mayor o menor según sus características, la aceptación de un proyecto determinado influye en el nivel de riesgo general de la empresa y, por lo tanto, en el valor que tenga ésta para sus accionistas y para los potenciales inversores en títulos. Por tanto, cuanto mayor sea el riesgo, a igualdad de otros aspectos, menor será la valoración; esto influirá en el objetivo general descrito en el segundo tema. En este sentido, puede ocurrir que un proyecto con un beneficio actualizado alto pero que implica un nivel alto de riesgo pueda hacer descender la cotización de las acciones.

Según el nivel de información que sobre el futuro se posea, se distingue entre:

- Ambiente aleatorio o de riesgo, cuando se pueden formular previsiones futuras en términos de probabilidad.
- Ambiente de incertidumbre, cuando no se está en condiciones de asignar probabilidades a los resultados futuros.

En cualquier caso, la existencia de riesgo o incertidumbre no justifica la ausencia de decisiones de inversión, que es por otra parte una forma de decidir. La inversión en la empresa es la condición básica para su supervivencia y expansión, ya que una empresa que no invierte está condenada, antes o después, a fracasar.

CONTENIDO

1. El análisis de sensibilidad

Es una primera forma indirecta de dar entrada al riesgo de un proyecto.

Se parte de unos valores que se estima van a tomar las diferentes magnitudes que influyen en un proyecto; el análisis de sensibilidad consiste en dar otros posibles valores a cada una de esas magnitudes y ver cómo se comporta el criterio de decisión seleccionado (VAN, TIR, etc.). El resultado es muy sensible para una variable determinada cuando, ante pequeñas variaciones de ésta, el resultado se modifica de forma acusada. Este hecho está indicando que, sobre esta variable, se ha de prestar mayor atención y cuidado al efectuar su estimación. Al contrario ocurre con las variables que apenas modifican el resultado; para ellas, el resultado es poco sensible y no se les debe prestar tanto cuidado a la hora de estimarlas.

Debe observarse que el análisis de sensibilidad no es un criterio de elección en sí mismo, sino un método para decidir con más conocimiento, a la vista de la sensibilidad del resultado ante las distintas magnitudes.

2. Consideración del riesgo en las magnitudes que definen una inversión

El coste inicial de la inversión, C_0 , suele ser conocido con certeza por tratarse de cuantías cuyo vencimiento se produce al iniciar la puesta en marcha del proyecto. Algunos especialistas destacan que su estimación suele pecar de optimista respecto al desembolso real que supone porque suelen olvidarse partidas tales como formación de personal para los nuevos equipos, obras previas de acondicionamiento, necesidades de capital, circulante adicional, etc., lo cual justifica considerarlo aleatorio. Sin embargo, creemos, que estos olvidos pueden evitarse con una mayor meticulosidad en el estudio y la utilización de una hoja-documento en la que se detallen pormenorizadamente todas las componentes del desembolso inicial.

Los rendimientos netos son ahora capitales aleatorios puesto que, al variar el nivel de demanda en el mercado, los precios, los costes de explotación, etc., los rendimientos netos también lo harán, comportándose como variables aleatorias.

Una cuestión importante es la determinación de la distribución de probabilidad de estas variables. Para ello es necesaria la colaboración de los expertos de

las distintas áreas para que aporten sus conocimientos y expectativas de futuro respecto al proyecto. Las probabilidades a manejar son de carácter subjetivo porque el fenómeno de llevar a cabo una inversión no es repetitivo y, por tanto, no se puede aplicar la probabilidad clásica objetiva.

La probabilidad subjetiva representa, como es sabido, el grado de verosimilitud que se atribuye a un determinado fenómeno. Algunas personas sienten esa verosimilitud de manera cualitativa, es decir señalando que cierto resultado o cierto acontecimiento es inverosímil, o dudoso, o verosímil, o casi cierto, etc. En estos casos, es preciso transformar esos niveles cualitativos en cuantitativos, teniendo en cuenta que si el suceso es imposible le corresponde una probabilidad de 0, y si es cierto de 1. A modo de ejemplo se presenta una tabla de equivalencia entre la estimación subjetiva (grado de verosimilitud) y la estimación objetiva en términos de probabilidad.

<i>Grado de verosimilitud</i>	<i>Equivalente de probabilidad</i>
Imposible	0
Inverosímil	0,01 a 0,05
Dudoso	0,06 a 0,25
Plausible	0,26 a 0,45
Posible	0,46 a 0,55
Verosímil	0,56 a 0,75
Muy verosímil	0,76 a 0,95
Casi cierto	0,96 a 0,99
Cierto	1

Otra forma de proceder para la determinación de esas probabilidades es someter a los expertos de cada área a un cuestionario previamente elaborado y, de acuerdo con sus contestaciones, establecer la distribución de probabilidad. Estos valores se deben confirmar pasados unos días y, para ello, se les vuelve a entrevistar con objeto de corregir, en su caso, los posibles errores y rectificar si procede la distribución inicial.

El nivel de detalle en el estudio depende de la importancia del proyecto y de la variable que se examina, ya que algunas de ellas tienen poca influencia en el resultado, mientras que otras han de estimarse con mucho cuidado por la sensibilidad del resultado ante pequeñas variaciones.

La forma de la distribución de probabilidad se obtiene a través de esas informaciones y puede ser de carácter discreto o continuo. Si se analiza un periodo cualquiera s , el rendimiento R_s es una variable aleatoria con función de distribución:

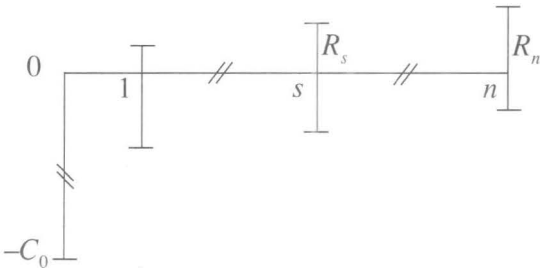
$$F(x) = Pr(R_s \leq x)$$

Cuando se trata de una distribución de tipo discreto, su formato será de la forma:

$$R_s \left\{ \begin{array}{l} R_{s,1} \text{ con probabilidad } p_{s,1} \\ R_{s,1} \text{ con probabilidad } p_{s,2} \\ \dots\dots\dots \\ R_{s,h} \text{ con probabilidad } p_{s,h} \\ \dots\dots\dots \\ R_{s,m} \text{ con probabilidad } p_{s,m} \end{array} \right.$$

Siendo: $\sum_{h=1}^m p_{s,h} = 1$

En este contexto, una inversión puede representarse así:



Se observa que cada rendimiento neto puede tomar cualquier valor entre el extremo inferior y el extremo superior que se representa en el gráfico.

Cuando se trata de una distribución de tipo continuo se considera frecuentemente que los rendimientos netos siguen la distribución normal.

El rendimiento neto esperado del período s , y la varianza de ese rendimiento neto, en el caso de una distribución es discreta se obtienen así:

$$E(\bar{R}_s) = \bar{R}_s = \sum_{h=1}^m R_{s,h} \cdot p_{s,h}$$

$$Var(R_s) = \sigma_s^2 = \sum_{h=1}^m (R_{s,h} - \bar{R}_s)^2 \cdot p_{s,h}$$

A veces, cuando el nivel de conocimiento sobre las expectativas futuras es escaso, los expertos no están en condiciones de definir la distribución de probabilidad pero sí pueden especificar tres valores para el rendimiento neto que se analiza, estimando:

- Un valor pesimista, que corresponde al caso en que se presente una situación desfavorable.
- Un valor optimista, que corresponde al caso en que se presente una situación favorable.
- Un valor más probable, que corresponde a un valor intermedio entre los dos anteriores.

Una vez determinadas esas estimaciones se asignan probabilidades a cada una de ellas.

Cuando se realizan esas tres estimaciones para el rendimiento neto, suele utilizarse con cierta frecuencia una distribución beta simplificada tal como se usa en la metodología del Pert-tiempo. El este caso, el valor esperado y la varianza son:

$$E(R_s) = \frac{R_s^p + 4 \cdot R_s^m + R_s^o}{6}$$

$$\sigma^2(R_s) = \frac{(R_s^o - R_s^p)^2}{36}$$

siendo R_s^o la estimación optimista, R_s^m la más probable y R_s^p la pesimista. Los valores optimista y pesimista se entienden con el sentido de que la probabilidad de que el resultado se sitúe fuera de ese intervalo no llega a superar un 1% en cada sentido.

Otra distribución que suele utilizarse alternativamente, en esos casos, es la triangular cuyo valor esperado y varianza resultan:

$$E(R_s) = \frac{R_s^p + R_s^m + R_s^o}{3}$$

$$Var(R_s) = \sigma^2(R_s) = \frac{(R_s^o - R_s^p)^2 - (R_s^m - R_s^p)(R_s^o - R_s^m)}{18}$$

Cuando el nivel de conocimiento es menor y sólo se es capaz de estimar los valores extremos, pesimista y optimista se aplica la distribución uniforme o rectangular con parámetros:

$$E(R_s) = \frac{R_s^p + R_s^o}{2}$$

$$\sigma^2(R_s) = \frac{(R_s^o - R_s^p)^2}{12}$$

La duración también es una variable aleatoria t con función de densidad continua o bien discreta con valores, en este último caso:

$$\tau \left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ con probabilidad } p_0 \\ 1 \text{ con probabilidad } p_1 \\ \dots\dots\dots \\ s \text{ con probabilidad } p_s \\ \dots\dots\dots \\ n \text{ con probabilidad } p_n \end{array} \right.$$

En el estudio que se realiza a continuación se considera inicialmente conocida la duración.

3. Función de distribución del VAN

El VAN de un proyecto es una variable aleatoria β que viene definida en función de los rendimientos netos aleatorios por:

$$\beta = \sum_{s=1}^n R_s \cdot (1+i)^{-s} - C_0$$

Es, por tanto, una suma de variables aleatorias actualizadas.

Si los rendimientos netos se distribuyen normalmente, o si son independientes y el número de sumandos es suficientemente grande, β también seguirá una distribución normal de acuerdo con el teorema central del límite. Se ha comprobado que, a partir de diez variantes sumandos, se dan las condiciones de normalidad para β , e incluso algunos autores afirman haber efectuado pruebas con algunas distribuciones para los rendimientos netos (como la beta simplificada) resultando una convergencia de β hacia la normal a partir de 4 ó 5 sumandos.

Si en un proyecto se cumplen las condiciones anteriormente citadas se pueden realizar fácilmente las estimaciones que se consideren necesarias en términos de probabilidad utilizando las tablas de la distribución normal $N(0,1)$ después de haber tipificado β :

$$\beta = E(\beta) + \sigma(\beta) \cdot \xi \text{ siendo } \xi \text{ una } N(0,1)$$

Cuando no se cumplen las condiciones anteriores y, por lo tanto, la distribución no es normal, ξ puede seguir cualquier otro tipo de distribución por lo que, o bien pueden realizarse pruebas de adherencia para ver si se ajusta a alguna dis-

tribución concreta (por ejemplo, la prueba de la χ^2 de Pearson), o bien, ante la dificultad práctica de lo anterior, puede utilizarse la desigualdad de Tchebycheff para efectuar esas previsiones:

$$\Pr[E(\beta) - k \cdot \sigma(\beta) \leq \beta \leq E(\beta) + k \cdot \sigma(\beta)] \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

4. Función de distribución del tanto interno

Dado que el VAN es una variable aleatoria, el tanto interno de rentabilidad TIR, que es aquel que iguala a cero el VAN de la inversión, también es una variable aleatoria.

En el caso de inversiones simples (en las que todos los rendimientos netos esperados son positivos), para cada valor concreto de i , por ejemplo i_0 , se obtiene:

$$\Pr(r \geq i_0) = \Pr(VAN) \geq 0$$

Por lo tanto, se puede estimar la función de distribución del tanto interno de rentabilidad TIR a partir de la función de distribución del VAN para distintos valores de i . En este caso, se puede estimar también la probabilidad de pérdidas:

$$\Pr(i_0 \geq TIR) = \Pr(VAN \leq 0)$$

Agrupando los resultados obtenidos para cada i , se obtiene la función de distribución acumulada de r y, a partir de ella, la función de densidad. A continuación, se pueden calcular la esperanza matemática y la desviación típica del tanto interno de rentabilidad TIR.

Como la obtención de esa función es muy laboriosa, resulta más cómodo operar con el que se denomina tanto de rentabilidad esperado, que se obtiene al sustituir los rendimientos netos aleatorios por sus valores esperados y, a partir de ellos, se determina el TIR.

Es decir:

$$-C_0 + \sum_{s=1}^n \bar{R}_s \cdot (1+r)^{-s} = 0 \Rightarrow r$$

5. Beneficio monetario esperado y varianza

Se denomina beneficio monetario esperado (BME) a la esperanza matemática del valor actual neto de una inversión: VAN. Analíticamente:

$$BME = E(VAN) = E(\beta) = \sum_{s=1}^n \bar{R}_s \cdot (1+i)^{-s} - C_0$$

En esta expresión se ha tenido en cuenta, tal como indica la teoría de probabilidades, que la esperanza matemática de una suma de variables aleatorias es igual a la suma de las esperanzas de esas variables sumandos, tanto si son independiente como si no lo son.

La varianza del VAN, en el caso general de que las variables sumandos sean dependientes unas de otras, es:

$$Var(\beta) = \sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^n \sigma_{r,s} \cdot (1+i)^{-(r+s)} - C_0$$

O bien, en notación matricial, llamando $V = (v, v^2, \dots, v^n)$ el vector de factores de actualización con $v = (1+i)^{-1}$ y A a la matriz de varianzas y covarianzas:

$$Var(\beta) = V \cdot A V^T = (v, v^2, \dots, v^n) \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v \\ v^2 \\ \vdots \\ v^n \end{pmatrix}$$

Si los rendimientos netos son independientes entre sí, las covarianzas se anulan, resultando:

$$Var(\beta) = \sum_{s=1}^n \sigma_s^2 (1+i)^{-2s} \text{ dado que } \sigma_{r,s} = 0 \quad \forall \quad r \neq s$$

Y, si están perfectamente correlacionados dos a dos, resulta:

$$Var(\beta) = \left[\sum_{s=1}^n \sigma_s \cdot (1+i)^{-s} \right]^2$$

Dado que el coeficiente de correlación $\rho = 1$ y como:

$$\rho = \frac{\sigma_{r,s}}{\sigma_r \cdot \sigma_s} = 1 \Rightarrow \sigma_{r,s} = \sigma_r \cdot \sigma_s$$

Siendo el rendimiento neto de un periodo función lineal de cualquier otro periodo:

$$R_s = \frac{\sigma_s}{\sigma_r} R_r + b$$

Esta expresión describe la recta de regresión que proporciona los valores de R_s en función de los valores de R_r .

Debe observarse que, cuando entre los rendimientos netos existe cierto grado de correlación, el cálculo de la varianza de β se complica bastante porque han de calcularse las covarianzas, dos a dos, de los rendimientos netos.

6. Criterio del beneficio monetario esperado

Este criterio de decisión se aplica de la siguiente manera:

- Cuando se trata de un proyecto aislado, se aceptará si el beneficio monetario esperado es positivo: $BME > 0$.
- Cuando se trata de un conjunto de proyectos de inversión, con este criterio se realiza la ordenación total de los proyectos y, a continuación, se podrán elegir de acuerdo con esa ordenación los que tengan mayor BME, salvo que haya alguna restricción específica.

Este criterio tiene la ventaja de su sencillez pero no tiene en cuenta el riesgo asociado a cada proyecto. Como críticas cabe destacar:

- Su empleo sólo se justifica racionalmente cuando se trata de un gran número de decisiones de las mismas características y en las mismas condiciones, con lo que se compensan las desviaciones de signo contrario tal como establece la Ley de los Grandes Números, circunstancia que no se da en las inversiones por ser fenómenos no repetitivos.
- No tiene en cuenta que la simetría de ganancias o pérdidas monetarias no se corresponde con la simetría de utilidades o desutilidades cuando se está en presencia de riesgo.
- No tiene en cuenta la mayor o menor dispersión de los resultados en torno al valor esperado.

Para corregir el segundo de estos tres aspectos críticos se ha de emplear la función de utilidad del decisor, para cuya obtención ha de enfrentarse a éste con diversas perspectivas aleatorias asignando el valor cierto equivalente para el

decisor. En este caso se aplicaría el criterio de decisión consiste en elegir el proyecto que tenga mayor utilidad esperada en vez del que tenga mayor BME.

Ejemplo

Sea una inversión con un desembolso inicial de cien millones de euros y con una duración de 4 años. Tras realizarse el estudio pertinente, se estima que los rendimientos netos que genere en dichos años (cuantías en millones de euros) se presentan en el siguiente cuadro que incluye sus respectivas probabilidades:

Año 1		Año 2		Año 3		Año 4	
Rend. Neto	Prob.	Rend. Neto	Prob.	Rend. Neto	Prob.	Rend. Neto	Prob.
30	0,4	35	0,2	30	0,3	20	0,4
50	0,6	40	0,3	35	0,4	30	0,5
		46	0,5	40	0,3	60	0,1

Aplicar el criterio del Beneficio Monetario Esperado (*BME*) sabiendo que el inversor exige una rentabilidad mínima del 10%.

Solución:

En primer lugar se calculan las cuantías de los rendimientos netos esperados en cada periodo:

$$\begin{aligned} \bar{R}_1 &= 30 \cdot 0,4 + 50 \cdot 0,6 = 42 \text{ millones de euros.} \\ \bar{R}_2 &= 35 \cdot 0,2 + 40 \cdot 0,3 + 46 \cdot 0,5 = 42 \text{ millones de euros.} \\ \bar{R}_3 &= 30 \cdot 0,3 + 35 \cdot 0,4 + 40 \cdot 0,3 = 35 \text{ millones de euros.} \\ \bar{R}_4 &= 20 \cdot 0,4 + 30 \cdot 0,5 + 60 \cdot 0,1 = 29 \text{ millones de euros.} \end{aligned}$$

A continuación se aplica la fórmula del VAN con estos rendimientos netos esperados en cada período. El resultado es el siguiente:

$$BME(10\%) = \frac{42}{1,1} + \frac{42}{1,1^2} + \frac{35}{1,1^3} + \frac{29}{1,1^4} - 100 = 18,99597 \text{ millones de euros}$$

La decisión a tomar en este caso es realizar este proyecto de inversión porque $BME > 0$.

7. Criterio del equivalente de certidumbre

Consiste en modificar los rendimientos netos esperados, multiplicándolos por unos coeficientes α_s menores que la unidad ($\alpha_s < 1$) de manera que, a mayor riesgo del proyecto, menores serán esos coeficientes y, por lo tanto, mayor será la posibilidad de que el proyecto sea rechazado. Su expresión matemática es:

$$VC(EC) = \sum_{s=1}^n \alpha_s \frac{\bar{R}_s}{(1+i)^s} - C_0 \quad \text{con } 0 \leq \alpha_s \leq 1$$

Siendo:

- R_s el rendimiento neto esperado en el periodo s .
- i el tanto de actualización que exige la empresa a las inversiones sin riesgo.
- VC el valor capital del equivalente de certidumbre.

Ejemplo

Con los datos del ejemplo anterior, aplicar el criterio del equivalente de certidumbre teniendo en cuenta que los coeficientes correctores toman los siguientes valores:

$$\alpha_1 = 1; \quad \alpha_2 = 0,9; \quad \alpha_3 = 0,8; \quad \alpha_4 = 0,7$$

Solución:

Al introducir en la ecuación del BME los coeficientes correctores en función del nivel de riesgo de cada rendimiento neto estimado, el resultado es el siguiente:

$$VC(EC) = 1 \cdot \frac{42}{1,1} + 0,9 \cdot \frac{42}{1,1^2} + 0,8 \cdot \frac{35}{1,1^3} + 0,7 \cdot \frac{29}{1,1^4} - 100 = 4,323475 \text{ millones de euros}$$

En consecuencia, el proyecto de inversión se aceptaría. Se observa, como es lógico, que el resultado final ha disminuido respecto al obtenido en el apartado anterior.

Cuanto menores sean los coeficientes correctores, mayor es la disminución que experimenta el $VC(EC)$. En el caso de que los coeficientes correctores hubiesen tomado los valores:

$$\alpha_1 = 0,9; \quad \alpha_2 = 0,8; \quad \alpha_3 = 0,7; \quad \alpha_4 = 0,6$$

El resultado habría sido negativo: $VC(EC) = -7,576122$ millones de euros por lo que correspondería rechazar este proyecto de inversión.

8. Criterio de la prima de riesgo

Consiste en modificar el tipo de interés que se aplica a la valoración de inversiones sin riesgo; en este caso se incrementa añadiéndole una prima de riesgo variable que será tanto mayor cuanto más arriesgado sea el proyecto. Así pues:

$$VC(PR) = \sum_{s=1}^n \frac{\bar{R}_s}{(1+i')^s} - C_0 \quad \text{con } i' = i + p$$

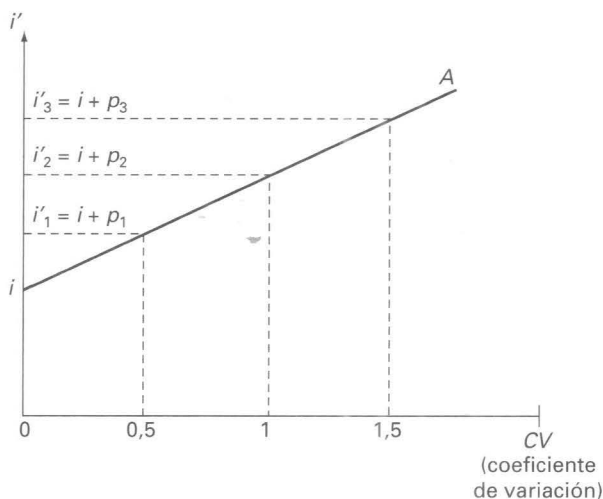
Siendo i el tipo de interés para inversiones sin riesgo, p la prima de riesgo, e i' el tanto de valoración a utilizar.

Se ha de tener en cuenta que el decisor asigna de forma subjetiva la prima de riesgo, igual que lo habrá hecho en el epígrafe anterior al cuantificar los coeficientes α_s . Cuando se conoce el valor monetario esperado de un proyecto y su desviación típica puede utilizarse el coeficiente de variación (CV), que, como se sabe, es el cociente:

$$CV = \frac{\sigma}{BME}$$

siendo σ la desviación típica del VAN.

De esta manera, si se considera una línea cuya ordenada en el origen representa el valor de i , siendo el eje de abscisas representativo del nivel de riesgo medido por el coeficiente de variación, se obtiene la siguiente figura:



Por lo tanto, si la empresa ha fijado su línea iA de riesgo-coste, el tanto de actualización a aplicar se obtiene de forma automática. Por ejemplo, si el coeficiente de variación es 1, el tipo a aplicar es i'_2 .

Este método, que es de bastante aceptación práctica según algunas encuestas realizadas en el pasado, ha sido criticado porque un tipo de actualización constante implica considerar un riesgo creciente con el tiempo. En efecto, al compararlo con el equivalente de certidumbre, resulta:

$$\alpha_s \cdot \bar{R}_s \cdot (1+i)^{-s} = \bar{R}_s \cdot (1+i')^{-s} \Rightarrow \alpha_s = \left(\frac{1+i}{1+i'} \right)^s$$

Como $i < i'$, cuanto mayor sea s , menor será α_s , lo que equivale a considerar más arriesgados los rendimientos netos cuanto más alejados del origen se encuentren; sin embargo, aunque este caso es el más usual, no siempre ocurre así.

Ejemplo

Aplicar el criterio de la prima de riesgo en el ejemplo de los puntos anteriores si dicha prima es $p = 5\%$.

Solución:

Valorando la operación al nuevo tipo de interés igual al $= 10 + 5 = 15\%$, el resultado es el siguiente:

$$VC(PR) = \frac{42}{1,15} + \frac{42}{1,15^2} + \frac{35}{1,15^3} + \frac{29}{1,15^4} - 100 = 7,873685 \text{ millones de euros}$$

De modo que el proyecto de inversión se aceptaría de acuerdo con este criterio.

9. Criterio esperanza-desviación típica

Consiste en obtener, para cada proyecto, el indicador de elección siguiente:

$$E = BME - \lambda \cdot \sigma_\beta$$

Siendo $\lambda > 0$ un parámetro que mide el grado de aversión al riesgo que asigna el decisor a ese proyecto.

Este criterio es más completo que los anteriores porque da entrada de forma directa al riesgo medido por la desviación típica que pueda producirse en el resultado esperado.

El criterio de decisión consiste en:

- Aceptar el proyecto si $E > 0$.
- Entre un conjunto de proyectos se establece la ordenación total, de manera que son preferidos los de mayor E .

Los inconvenientes de este criterio son:

1. La subjetividad a la hora de fijar el valor de λ que puede corregirse mediante el empleo de la Teoría de Utilidad.
2. La dificultad práctica de calcular la varianza cuanto entre los rendimientos netos hay cierto grado de dependencia.

Para obviar este inconveniente, algunos autores han propuesto que se desdoble cada variable aleatoria R_s en suma de dos componentes $R_s = R'_s + R''_s$ de manera que el primer sumando recoja la parte que se comporta de forma independiente y el segundo, la parte que está totalmente correlacionada con las restantes variables, obteniéndose la varianza total como suma de las varianzas de cada grupo de variables.

$$\beta = \sum_{s=1}^n \frac{\bar{R}'_s + \bar{R}''_s}{(1+i)^s} - C_0 = \sum_{s=1}^n \frac{\bar{R}'_s}{(1+i)^s} + \sum_{s=1}^n \frac{\bar{R}''_s}{(1+i)^s} - C_0$$

$$Var(\beta) = \sigma_\beta^2 = \sum_{s=1}^n \frac{\sigma'^2_s}{(1+i)^{2s}} + \left[\sum_{s=1}^n \frac{\sigma''_s}{(1+i)^s} \right]^2$$

Siendo σ'^2_s la varianza de las variables R'_s con $s = 1, \dots, n$ y siendo σ''_s la desviación típica de las variables R''_s con $s = 1, \dots, n$

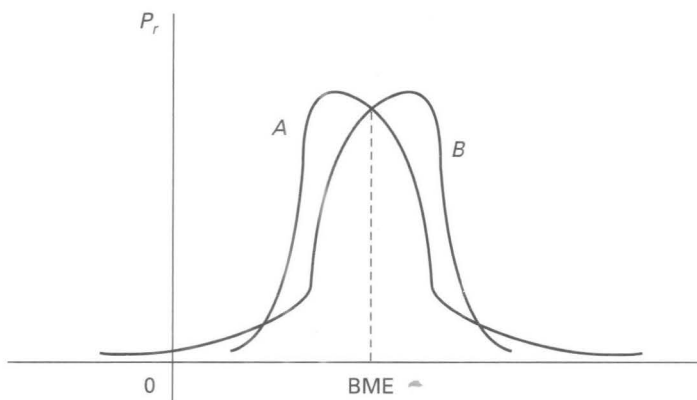
Desde el punto de vista de la aplicación práctica, surge frecuentemente la dificultad de disociar la parte que se comporta de forma independiente de la que está perfectamente correlacionada.

Una solución alternativa para casos de correlación moderada es el empleo de probabilidades condicionadas, dado que los resultados de un período cualquiera dependerán de los habidos en el período anterior siguiendo un esquema similar al de un árbol de decisión simple.

Cuando hay dificultades en el cálculo de la varianza, otra posible solución es aplicar el método de simulación de Montecarlo para conocer la función de distribución del Valor Capital o la del TIR.

3. La necesidad de utilizar la semivarianza, correspondiente a valores menores que BME, cuando la distribución no es simétrica.

En efecto, desde el punto de vista del inversor lo que no se desea son las desviaciones desfavorables (o negativas) respecto al valor esperado. Cuando los resultados están por encima de ese valor resultan deseables, como puede verse en la figura siguiente:



Ambas funciones son asimétricas pero con el mismo valor esperado y la misma varianza. Es lógico pensar que los inversores preferirán el proyecto A al B; por lo tanto, cuando hay asimetría, la varianza no es una medida satisfactoria para el riesgo. En estos casos, se recomienda el uso de la semivarianza, es decir, una varianza en la que sólo se tienen en cuenta los valores de la variable beneficio a la izquierda de su valor esperado.

También podría introducirse un tercer parámetro como medida de la asimetría, lo que, lógicamente complicaría más el análisis.

10. Criterio de la esperanza condicionada a un riesgo de ruina menor que α

Cuando se trata de una inversión tal que, por su volumen, puede conducir a la empresa a la ruina si se dan unas circunstancias muy desfavorables, se debe aplicar un criterio que tenga en cuenta explícitamente esta circunstancia.

Si se anota con $\alpha < 1$ la probabilidad de ruina que, como máximo, está dispuesta a aceptar la empresa y siendo D la cuantía de la pérdida que da lugar a la situación de ruina, se tiene analíticamente

$$\alpha = Pr(\beta < -D)$$

La decisión consistirá en rechazar todos los proyectos cuya probabilidad de ruina sea mayor que α , y elegir entre los restantes el de mayor BME:

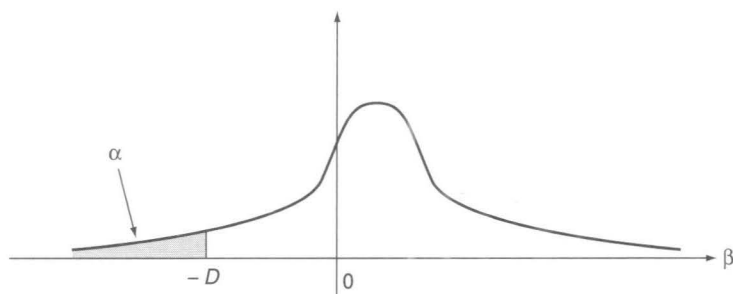
$$\text{Elegir } P^* \text{ tal que } \text{Max BME} / Pr(\beta < -D) < \alpha$$

En el supuesto de que la distribución de β sea normal: $\beta \rightarrow N[B; s(\beta)]$

Podemos tipificarla: $\beta = B + \sigma(\beta) \cdot \xi$ siendo $\xi \rightarrow N(0; 1)$.

Y así poder utilizar las tablas correspondientes a esta distribución.

$$\alpha = Pr(B + \sigma \cdot \xi < -D) = Pr\left(\xi < -\frac{B+D}{\sigma}\right)$$



Donde B es el BME.

Una variante de este criterio aparece cuando se sustituye el riesgo de ruina por el *riesgo de pérdidas* fijando en γ la probabilidad máxima con que se está dispuesto a admitir pérdidas.

$$\gamma = Pr(\beta < 0)$$

La regla de decisión es similar a la anterior, y en el caso de que β se distribuya normalmente:

$$\gamma = Pr(B + \sigma \cdot \xi < 0) = Pr\left(\xi < -\frac{B}{\sigma}\right)$$

Siendo γ el área existente a la izquierda del eje de ordenadas.

11. Decisiones de inversión en ambiente de incertidumbre

11.1. Aspectos generales

En algunos proyectos los expertos no disponen de información suficiente para predecir los resultados en términos de probabilidad, pero sí están en condiciones de señalar las decisiones que se pueden tomar y los resultados que se pueden dar en función de los estados de la naturaleza que pueden presentarse.

Sean d_i las decisiones que se pueden tomar ($i = 1, 2, \dots, n$) y e_j los estados de la naturaleza que puedan presentarse ($j = 1, 2, \dots, m$). Se establece la matriz de

resultados, en la que, cada elemento b_{ij} será el resultado (beneficio o pérdida) de realizar la inversión i en el estado de la naturaleza j . El formato de esta matriz es:

	e_1	...	e_j	...	e_m
d_1	b_{11}	...	b_{1j}	...	b_{1m}
...	...	...	...	...	...
d_i	b_{i1}	...	b_{ij}	...	b_{im}
...	...	...	...	...	...
d_n	b_{n1}	...	b_{nj}	...	b_{nm}

11.2. Criterios de decisión

Para efectuar una adecuada elección a partir de la matriz de resultados existen varios criterios que son de aplicación en estos casos.

Estos criterios son los siguientes:

- a) *Criterio de Laplace*: Considera que todos los estados de la naturaleza contemplados son equiprobables.
La decisión se tomará después de haber hallado el valor esperado del beneficio para cada proyecto. Se elige aquél cuyo beneficio esperado sea mayor.
- b) *Criterio Maximin*: Se toma, para cada alternativa de inversión, el menor de los resultados que ofrece el conjunto de los estados de la naturaleza. Una vez seleccionados esos menores valores se elegirá aquél que proporcione el mayor beneficio; por lo tanto se elige el mayor de los menores valores de cada fila.
- c) *Criterio Maximax*: De naturaleza similar al anterior, únicamente varía en que, para cada alternativa, se toma el mayor de los resultados ofrecidos por el conjunto de posibles escenarios. A continuación se elige la alternativa cuyo beneficio sea mayor; por lo tanto se elige el mayor de los mayores valores de cada fila. Como se observa, este criterio es superoptimista.
- d) *Criterio de Hurwicz*: Toma, para cada alternativa de inversión, el mayor valor M_i y el menor valor m_i de entre todos los posibles. A continuación se aplica un coeficiente α comprendido entre 0 y 1, tal que:

$$H_i = \alpha \cdot M_i + (1 - \alpha) \cdot m_i$$

De esta manera, se elegirá la alternativa i para la cual el indicador H_i haya sido mayor.

- e) *Criterio Minimax de pérdidas o de Savage*: El proceso de decisión es el siguiente:
— Se toma, para cada estado de la naturaleza j , el mayor de los valores posibles.

- Se asigna en cada fila i la diferencia existente entre el valor máximo de la columna j y el resultado correspondiente b_{ij} . De esta manera, se configura la denominada matriz de pérdidas.
- En dicha matriz, se toma para cada alternativa de inversión, la mayor pérdida posible.
- Por último, se elegirá aquella inversión cuya máxima pérdida posible sea menor.

Ejemplo

Sea una empresa con cuatro posibilidades excluyentes de inversión cuyos resultados estarán decisivamente influenciados por el entorno económico-financiero.

Dicho entorno puede tomar tres escenarios diferentes, con la siguiente matriz de resultados:

	e_1	e_2	e_3
d_1	90	33	45
d_2	90	18	54
d_3	63	45	57
d_4	72	36	54

Determinar, de acuerdo con cada uno de los cinco criterios estudiados, cuál es la alternativa de inversión dominante.

Solución:

Según el *criterio de Laplace*, cada estado de la naturaleza tiene la misma probabilidad de ocurrir, por lo que, a cada valor se aplica una probabilidad de $1/3$:

$$L_1 = \frac{90 + 33 + 45}{3} = 56$$

$$L_2 = \frac{90 + 18 + 54}{3} = 54$$

$$L_3 = \frac{63 + 45 + 57}{3} = 55$$

$$L_4 = \frac{72 + 36 + 54}{3} = 54$$

De acuerdo con este criterio se realizaría la primera alternativa de inversión.

En el caso de que se aplique el *criterio maximin*, el menor resultado para cada opción es:

- En el caso de la opción d_1 : 33.
- En el caso de la opción d_2 : 18.
- En el caso de la opción d_3 : 45.
- En el caso de la opción d_4 : 36.

Por lo que, según este criterio se realizaría la inversión que proporciona el máximo de los mínimos, es decir, la tercera alternativa.

Según el *criterio maximax* es indiferente realizar las alternativas primera o segunda, ya que se selecciona el mayor valor para cada alternativa y, a continuación, se elige el máximo que es 90.

- En el caso de d_1 : 90.
- En el caso de d_2 : 90.
- En el caso de d_3 : 63.
- En el caso de d_4 : 72.

Según el *criterio Hurwicz*, para un valor de $\alpha = 0,6$, se obtienen los siguientes resultados:

$$H_1 = 0,6 \cdot 90 + 0,4 \cdot 33 = 67,2$$

$$H_2 = 0,6 \cdot 90 + 0,4 \cdot 18 = 61,2$$

$$H_3 = 0,6 \cdot 63 + 0,4 \cdot 45 = 55,8$$

$$H_4 = 0,6 \cdot 72 + 0,4 \cdot 36 = 57,6$$

En este caso la decisión sería realizar la primera alternativa.

Por último, el criterio de Savage ofrece la siguiente matriz de pérdidas:

	e_1	e_2	e_3
d_1	0	12	12
d_2	0	27	3
d_3	27	0	0
d_4	18	9	3

Debe observarse que, por ejemplo, para el estado e_1 el mayor valor es 90 y, al restar 90 a cada valor de la columna se obtienen los valores que aparecen en esa primera columna. Análogamente se obtienen las otras dos columnas.

Las pérdidas máximas son, respectivamente, 12, 27, 27 y 18. Por lo tanto, se llevará a cabo el primer proyecto de inversión, por ser el que ocasiona la menor pérdida.

11.3. Validez de la aplicación de estos criterios

Como se ha observado en este ejemplo y como se podría observar en otros muchos, los resultados que se obtienen con estos criterios no coinciden. Ello ocurre porque cada criterio toma como base de decisión conceptos de partida diferentes.

A modo de síntesis debe indicarse que ninguno de estos criterios se muestra totalmente superior a los demás y, por lo tanto, una buena decisión sería la de tener en consideración la información conjunta que ofrecen todos los métodos analizados.

RESUMEN DEL TEMA

- El riesgo en sentido económico consiste en la posibilidad de que no se alcancen los resultados inicialmente previstos, obteniendo un menor beneficio o incluso pérdidas.
- Las inversiones que realizan las empresas están sometidas al riesgo de que no se cumplan las expectativas previstas y se obtengan unos resultados peores que los inicialmente estimados.
- Una inversión se realiza en ambiente aleatorio o de riesgo, cuando se pueden realizar previsiones futuras en términos de probabilidad.
- Una inversión se realiza en ambiente de incertidumbre, cuando no se está en condiciones de asignar probabilidades a los resultados futuros.
- El análisis de sensibilidad tiene por objeto conocer cuáles son las variables que más influyen en el resultado para estimarlas con más detalle que aquellas otras cuya influencia es escasa.
- Los rendimientos netos o flujos de caja de una inversión son capitales aleatorios cuya distribución de probabilidad es preciso estimar. En la estimación de los rendimientos netos se suelen utilizar probabilidades subjetivas que proporcionan los expertos de los diferentes departamentos de la empresa.
- Cuando el nivel de conocimiento sobre las expectativas futuras es escaso, los expertos suelen especificar tres valores para el rendimiento neto que se analiza: Un valor pesimista, un valor optimista y un valor más probable.
- Una vez conocida la distribución de probabilidad de los rendimientos netos se calculan el rendimiento neto esperado (esperanza matemática) y la varianza.
- El VAN de una inversión es una variable aleatoria que viene definida, a partir de los rendimientos netos aleatorios, como una suma de variables aleatorias actualizadas.
- El beneficio monetario esperado es la esperanza matemática del valor actual neto de la inversión.

- El criterio del equivalente de certidumbre modifica los rendimientos netos esperados, al multiplicarlos por unos coeficientes α_s menores que la unidad ($\alpha_s < 1$) de manera que, a mayor riesgo del proyecto, menores serán esos coeficientes y, por lo tanto, mayor será posibilidad de que el proyecto sea rechazado.
- El criterio de la prima de riesgo consiste en modificar el tipo de interés añadiéndole una prima de riesgo variable que será tanto mayor cuanto más arriesgado sea el proyecto.
- El criterio esperanza-desviación típica consiste en obtener, para cada proyecto, un «indicador de elección» que tiene en cuenta el grado de aversión al riesgo que asigna el decisor al proyecto de inversión. Es el criterio es más completo porque da entrada de forma directa al riesgo medido por la desviación típica del resultado esperado.
- El criterio de la esperanza condicionada a no superar un cierto nivel de riesgo de ruina, se aplica cuando se trata de inversiones que por su volumen, pueden conducir a la empresa a la ruina si se dan unas circunstancias muy desfavorables. Una variante es el criterio de la esperanza condicionada a un cierto nivel de pérdidas.
- Las decisiones de inversión se realizan en ambiente de incertidumbre cuando los expertos no disponen de información suficiente para predecir los resultados en términos de probabilidad, pero sí están en condiciones de señalar los resultados en función de los estados de la naturaleza que pueden presentarse.
- Los criterios más usuales en ambiente de incertidumbre son los de Laplace, Maximin, Hurwicz, y Savage (minimax de pérdidas).

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. La empresa ZYX desea expandirse geográficamente y para ello ha de ampliar sus instalaciones. El volumen de capital a invertir es de 100 millones de euros y el horizonte económico del estudio abarca 12 años. Para el estudio financiero se utiliza un tipo de interés anual del 10%. Los rendimientos netos anuales estimados siguen la distribución que se indica:

<i>Rendimiento Neto</i>	<i>Probabilidad</i>
15.000.000	0,2
16.000.000	0,4
18.000.000	0,3
20.000.000	0,1

Se desea conocer la decisión a tomar en el caso de que se apliquen los siguientes criterios:

- a) Beneficio Monetario Esperado.
 - b) El Valor Capital para una prima de riesgo $p = 2\%$.
2. Con los datos del ejercicio anterior, obtener razonadamente la decisión que se ha de tomar en el caso en que los rendimientos netos sean independientes entre sí y se apliquen los siguientes criterios:
- a) Esperanza-Desviación típica si se utiliza el parámetro $\lambda = 1,25$.
 - b) Probabilidad de que la inversión produzca beneficios.
3. Con los datos del primer ejercicio, obtener razonadamente la decisión que se ha de tomar en el caso en que los rendimientos netos están perfectamente correlacionados y se apliquen los siguientes criterios:
- a) Esperanza-Desviación típica si se utiliza el parámetro $\lambda = 1,5$.
 - b) Indicar el intervalo y la probabilidad de que el valor capital se sitúe en el intervalo que va desde el BME menos dos veces la desviación típica hasta el BME más dos veces la desviación típica, en el supuesto de que el valor capital siga una distribución normal.

BIBLIOGRAFÍA

- BODIE, KANE y MARCUS (1999): *Investments*. Irwin/McGraw-Hill.
- BREALEY, R. y MYERS, S. (2006): *Principios de Finanzas Corporativas*. Ed. McGraw-Hill Interamericana de España, Madrid.
- DAMODARAN, A. (2002): *Investment Valuation*. Ed. Wiley Finance. N.Y.
- MAO, J. C. T. (1986): *Análisis Financiero*. Ed. Ateneo, Buenos Aires.
- MORALES-ARCE, R. (2004): *Teoría Económica de la inversión*. Ed. Uned. Madrid.
- PABLO, A. de y FERRUZ, L. (2001): *Finanzas de Empresa*. Ed. Universitaria Ramón Areces, Madrid.
- PABLO, A. de; FERRUZ, L. y SANTAMARÍA, R. (1990): *Análisis Práctico de Decisiones de Inversión y Financiación en la Empresa*. Ed. Ariel, Barcelona.
- PÉREZ CARBALLO, A. J. y VELA, E., (2001): *Principios de Gestión Financiera de la Empresa*. Ed. Alianza Universidad.
- PRIETO, E. (1978): *Teoría de la Inversión*. Ed. ICE, Madrid.
- SUÁREZ, A. S. (2005): *Decisiones Óptimas de Inversión y Financiación en la Empresa*. Ed. Pirámide, Madrid.

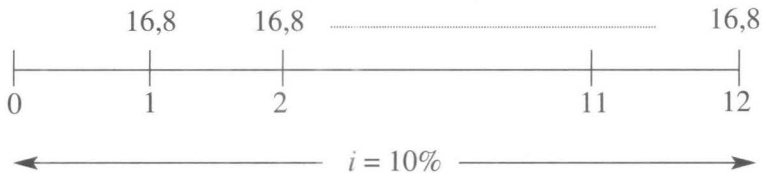
SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

Ejercicio 1

En primer lugar se ha de calcular el rendimiento neto esperado correspondiente a cada año. Si se opera en millones de euros, resulta:

$$\bar{R} = 15 \cdot 0,2 + 16 \cdot 0,4 + 18 \cdot 0,3 + 20 \cdot 0,1 = 16,8 \text{ millones de euros. } (s = 1, 2, \dots, 12)$$

- a) Los rendimientos netos esperados forman una renta de cuantía constante temporal y pospagable, tal como se ha estudiado en el tema 4, epígrafe 3.1. El Beneficio Monetario Esperado (*BME*) es el valor actual neto de esta renta. El esquema gráfico es el siguiente:



$$BME = 16,8 \cdot a_{\overline{12}|10\%} - 100 = 14,470022625 \text{ millones de euros}$$

En consecuencia, de acuerdo con el criterio de decisión del *BME*, se aceptaría llevar a cabo la inversión por ser el $BME > 0$.

- b) El tipo de interés a aplicar es: $i' = 10 + 2 = 12\%$.

$$VC(PR) = 16,8 \cdot a_{\overline{12}|12\%} - 100 = 4,065486988 \text{ millones de euros}$$

Por lo tanto, de acuerdo con el criterio de decisión del Valor Capital corregido por la Prima de Riesgo, se decidiría aceptar la inversión por ser el $VC(PR) > 0$.

Ejercicio 2

- a) En primer lugar se ha de calcular la varianza y la desviación típica de los rendimientos netos. Si los rendimientos netos se anotan en millones de euros, resulta:

$$\begin{aligned}\sigma_s^2 &= (15 - 16,8)^2 \cdot 0,2 + (16 - 16,8)^2 \cdot 0,4 + \\ & (18 - 16,8)^2 \cdot 0,3 + (20 - 16,8)^2 \cdot 0,1 = 2,36 \cdot 10^{12} \\ \sigma_s &= \sqrt{2,36 \cdot 10^{12}} = 1,536229 \text{ millones de euros}\end{aligned}$$

A continuación, se obtiene la varianza y la desviación típica del VAN:

$$\begin{aligned}\sigma^2(VAN) &= 2,36 \cdot 1,1^{-2} + 2,36 \cdot 1,1^{-4} + \dots + 2,36 \cdot 1,1^{-24} = \\ &= 2,36 \cdot 1,1^{-2} (1 + 1,1^{-2} + \dots + 1,1^{-22}) = 2,36 \cdot 1,1^{-2} \cdot \frac{1 - 1,1^{-24}}{1 - 1,1^{-2}} = \\ &= 2,36 \cdot \frac{1 - 1,1^{-24}}{1,1^2 - 1} = 10,0971408987 \cdot 10^{12}\end{aligned}$$

Obsérvese que, en el paréntesis, hay una suma de términos en progresión geométrica de razón $1,1^{-2}$.

En consecuencia, la desviación típica es:

$$\sigma(VAN) = \sqrt{10,09714} = 3,1776 \text{ millones de euros}$$

El indicador de elección E para $\lambda = 1,25$ se obtiene:

$$E = 14,47 - 1,25 \cdot 3,1776 = 10,498 \text{ millones de euros}$$

Luego la decisión será *aceptar la inversión* porque $E > 0$.

- b)** Como los rendimientos netos son independientes entre sí y la variable aleatoria VAN tiene más de diez sumandos (doce en total), el VAN se distribuye como una Normal:

$$VAN \rightarrow N(14,47; 3,1776)$$

La probabilidad de que la inversión produzca beneficios es

$$Pr(VAN > 0) = Pr\left(\xi > -\frac{14,47}{3,1776}\right) = Pr(\xi > -4,55) = Pr(\xi < 4,55) = 0,99999$$

Siendo $\xi \rightarrow N(0,1)$.

Conclusión: La probabilidad de que la inversión produzca beneficio es prácticamente del 100%.

Ejercicio 3

- a) El BME no se modifica cuando los rendimientos netos están perfectamente correlacionados, pero la varianza del VAN se calcula ahora así:

$$Var(VAN) = \left[\sum_{s=1}^n \frac{\sigma_s}{(1+i)^s} \right]^2 = (1,536229 \cdot a_{\overline{12}|10\%})^2 = 109,566295 \cdot 10^{12}$$

ya que la varianza de los rendimientos netos se ha obtenido en el ejercicio 2:

$$\sigma_s^2 = 2,36 \cdot 10^{12} \Rightarrow \sigma_s = \sqrt{2,36 \cdot 10^{12}} = 1,536229 \text{ millones de euros}$$

La desviación típica del VAN es, por lo tanto:

$$\sigma(VAN) = \sqrt{109,566295 \cdot 10^{12}} = 10,467392 \text{ millones de euros}$$

El indicador de elección E para $\lambda = 1,5$ es ahora:

$$E = 14,47 - 1,5 \cdot 10,46739 = -1,2311 \text{ millones de euros}$$

La decisión será *rechazar el proyecto* porque $E < 0$.

- b) El VAN sigue una distribución normal:

$$VAN: N(14,47; 10,4674)$$

Hay que indicar la medida del intervalo y la probabilidad de que el VAN se sitúe en mas/menos dos desviaciones típicas del BME.

$$Pr(14,47 - 2 \cdot 10,4674 < VAN < 14,47 + 2 \cdot 10,4674) =$$

$$Pr(-6,46478 < VAN < 35,40478) = 95,45\%$$

La estadística indica que, cuando la distribución es normal, en el intervalo del valor esperado más y menos dos veces la desviación típica se concentra el 95,45% de la probabilidad.

GLOSARIO DE TÉRMINOS

Análisis de sensibilidad: Técnica matemática para conocer cómo se comporta un resultado al modificar algunas de las variables que lo definen.

Beneficio monetario esperado: Esperanza matemática del valor actual neto de la inversión.

Equivalente de certidumbre: Criterio de decisión para inversiones que consiste en modificar los rendimientos netos esperados multiplicándolos por unos coeficientes α_s menores que la unidad de manera que, a mayor riesgo del proyecto, menores serán esos coeficientes y, por lo tanto, mayor será probabilidad de que el proyecto sea rechazado.

Inversiones en ambiente aleatorio o de riesgo: Aquellas que se realizan cuando solamente se pueden efectuar previsiones futuras en términos de probabilidad.

Inversiones en ambiente de incertidumbre: Aquellas que se realizan cuando los expertos no están en condiciones de asignar probabilidades a los resultados futuros.

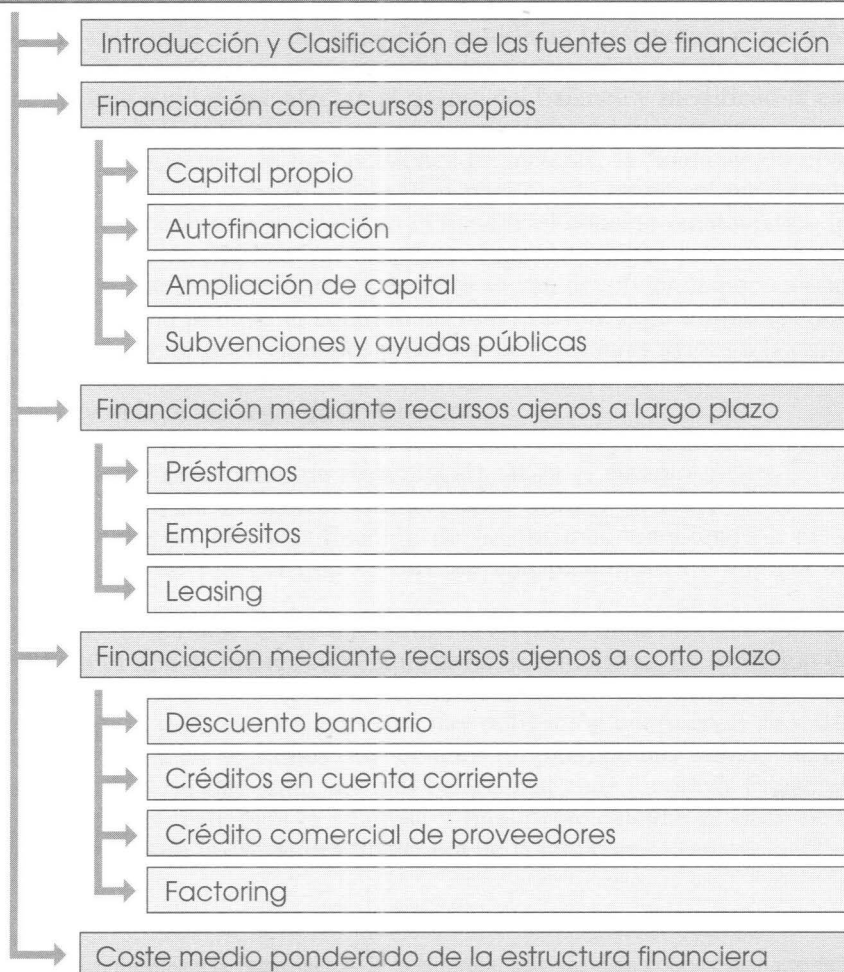
Prima de riesgo: Incremento que se asigna al tipo de interés en función del riesgo que tenga el proyecto de inversión. A mayor riesgo, mayor incremento.

TEMA 8

LA FINANCIACIÓN DE LA EMPRESA Y SU COSTE

GUIÓN-ESQUEMA

LA FINANCIACIÓN DE LA EMPRESA Y SU COSTE



INTRODUCCIÓN Y CONTENIDO

1. Introducción

En los dos últimos temas se han estudiado las decisiones de inversión que son las que afectan al activo del balance y modifican la estructura económica de la empresa. En este tema se van a estudiar las fuentes de financiación que tiene la empresa, que son las que afectan al pasivo del balance y modifican la estructura financiera de la empresa.

Desde la perspectiva de las decisiones financieras, la financiación consiste en la obtención de los recursos necesarios para que la empresa¹ pueda cumplir sus objetivos. Tal como se indicaba en el tema 6, el concepto matemático financiero de financiación implica que en primer lugar se reciben los capitales necesarios para realizar las inversiones y después se van devolviendo poco a poco de acuerdo con lo que indique el contrato de financiación. Esto último (la devolución) solo se cumple si los capitales proceden de inversores ajenos a la empresa, porque, si proceden de aportaciones de los accionistas o de beneficios no repartidos, no hay obligación legal de devolverlos.

Los recursos financieros pueden tener diferentes procedencias; cada una de ellas se denomina fuente de financiación. Para el estudio ordenado de las diferentes fuentes de financiación que puede utilizar la empresa es preciso realizar previamente una clasificación de las mismas atendiendo a distintos puntos de vista, de manera que se ofrezca una panorámica completa de las mismas.

Cada fuente de financiación que utiliza la empresa tiene un coste que se puede medir por el tipo de interés con el que se ha de remunerar. La medición de ese coste es más fácil cuando se trata de recursos ajenos que cuando se trata de recursos propios, porque a los primeros hay obligación contractual de retribuirlos, mientras que a los segundos (los recursos propios) no hay obligación expresa de retribuirlos. En este tema, además de analizar cada fuente de financiación, se ha de medir su coste para la empresa y finalmente calcular el tanto de coste medio ponderado de la estructura financiera de la empresa.

¹ Aquí nos referimos a la financiación de la empresa, pero también podría estudiarse la financiación de las familias y la financiación del Estado y demás entes públicos.

2. Clasificación de las fuentes de financiación

2.1. *Atendiendo a su procedencia*

2.1.1. Financiación interna o autofinanciación

Procede de los recursos generados por la propia empresa en el ejercicio de su actividad productiva, de ahí la denominación de autofinanciación. Se distingue entre:

- *Autofinanciación de enriquecimiento*, que es aquella que procede del beneficio retenido por la empresa y que, posteriormente, pasa a incrementar las reservas.
- *Autofinanciación de mantenimiento*, cuyo objetivo es mantener la capacidad productiva de la empresa de manera que no se deprecie su patrimonio. Para ello, antes de calcular el beneficio neto, se realizan dotaciones para amortizaciones y provisiones.

2.1.2. Financiación externa

Corresponde a los recursos que la empresa capta del exterior. Pueden proceder de aportaciones que realizan los accionistas o de créditos obtenidos de personas ajenas a la empresa, frecuentemente, a través de los intermediarios financieros.

2.2. *Atendiendo a su exigibilidad o compromiso de devolución*

2.2.1. Financiación propia

Se trata de aquellos recursos sobre los cuales la empresa no tiene compromiso de retribución ni de devolución; por ello, se suele denominar también pasivo no exigible. Lo integran, tanto los beneficios no repartidos (autofinanciación), como las aportaciones que realizan los accionistas, en forma de capital social en el momento inicial o posteriormente mediante las ampliaciones de capital.

2.2.2. Financiación ajena

La componen los recursos que proceden de personas ajenas a la empresa (por ejemplo, de entidades financieras). Por ello se han de retribuir (pagar intereses) de acuerdo con lo pactado en el contrato de financiación y se han de devol-

ver (amortizar) en los plazos previstos en el citado contrato. Constituyen el denominado pasivo exigible.

2.3. Atendiendo a su plazo temporal

2.3.1. Financiación a largo plazo

Corresponde a aquellos recursos cuyo vencimiento se producirá en un plazo superior a un año. La financiación propia es, por su propia naturaleza, a largo plazo porque no hay compromiso de devolución. También lo son los préstamos y empréstitos de larga duración que financian a la empresa.

2.3.2. Financiación a corto plazo

Lo componen los recursos cuyo vencimiento se va a producir en un plazo temporal menor que un año. Entre otros, cabe citar el descuento bancario, los créditos en cuenta corriente o el crédito comercial que proporcionan los proveedores.

A continuación se irán estudiando, con más detalle, las diferentes formas de financiación de la empresa y su coste.

3. Financiación con recursos propios

3.1. Capital social

Se denomina capital social al importe monetario que desembolsan los accionistas o, en su caso, el valor de los bienes que los socios aportan, sin que tengan derecho a su devolución. Es una cifra estable que puede incrementarse a través de las ampliaciones de capital. Por el contrario, si la empresa tiene pérdidas continuadas puede llegar a producirse la quiebra, de manera que, con el capital social, no puedan atenderse las deudas contraídas por la empresa.

El capital social se divide usualmente en participaciones de la misma cuantía nominal que reciben la denominación de acciones. En consecuencia, el producto del número de acciones en circulación por el nominal de cada acción es igual al capital social de la empresa. El capital social es un pasivo para la empresa y mide lo que esta debe a sus accionistas.

Las acciones son títulos-valores que representan una parte proporcional del capital social de una empresa. Las personas que poseen estas acciones son los propietarios de la empresa y su porcentaje de participación se obtiene relacionando el número de acciones que posee con el total de acciones en circulación. El accionista posee un conjunto de derechos entre los que destacan la participa-

ción en el reparto de beneficios y el derecho preferente en la suscripción de las nuevas acciones que emita la empresa.

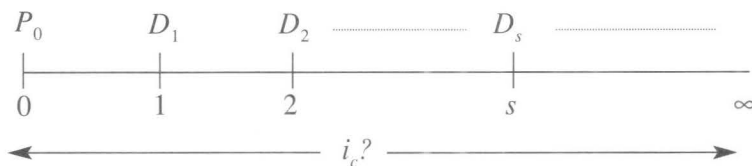
La medición del coste de esta fuente de financiación es una cuestión sometida a polémica porque no hay un acuerdo unánime entre los estudiosos de estos temas. Dado que la empresa no tiene obligación de retribuir a los recursos propios podría pensarse inicialmente que su coste es nulo. Pero los accionistas, al comprar estos títulos, lo hacen con la expectativa de cobrar unos dividendos que retribuyan al capital invertido y, además, que el precio de las acciones se incremente a lo largo del tiempo de manera que obtengan una rentabilidad lo más alta posible.

Una forma práctica de calcular el coste de esta fuente de financiación es a través del descuento de los dividendos futuros esperados y ponerla en relación con el precio de la acción en el momento que se efectúa la valoración. La incógnita es el tanto i_c que iguala financieramente el precio con el flujo de dividendos futuros descontados.

El esquema gráfico, para el caso en que:

- los dividendos esperados para los próximos años (dentro de un año, dentro de dos y así sucesivamente) son $D_1, D_2, \dots, D_s, \dots$
- P_0 es el precio de las acciones en este momento.
- i_c es el tanto de coste del capital propio.

resulta:



La ecuación de equivalencia financiera en este momento permite hallar i_c al descontar los dividendos

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+i_c)} + \frac{D_2}{(1+i_c)^2} + \dots + \frac{D_\infty}{(1+i_c)^\infty} \Rightarrow i_c$$

En el caso particular en el que la empresa sigue una política de *dividendos constantes*, el cálculo de i_c se simplifica. El esquema gráfico es:



Se trata de una renta constante, perpetua y pospagable cuyo valor actual, tal como se ha estudiado en el tema 4, por lo que, la ecuación de equivalencia es:

$$P_0 = \frac{D}{(1+i_c)} + \frac{D}{(1+i_c)^2} + \dots + \frac{D}{(1+i_c)^\infty} \Rightarrow i_c$$

$$P_0 = D \cdot a_{\infty|i_c} = \frac{D}{i_c} = \frac{D}{P_0}$$

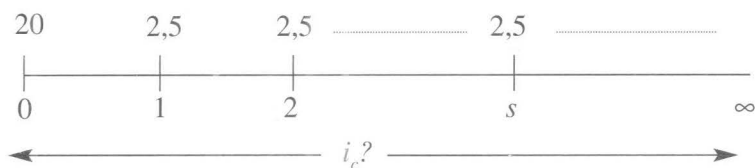
Ejemplo:

Una empresa paga dividendos constantes de 2,5 euros anuales y se espera que se mantengan constantes de forma indefinida. Sabiendo que estas acciones cotizan al precio de 20 euros, obtener el tanto de coste de estas acciones.

Solución:

Datos: $D = 2,5\text{€}$; $P = 20\text{€}$

El esquema gráfico y la ecuación de equivalencia son:



$$20 = 2,5 \cdot a_{\infty|i_c} = \frac{2,5}{i_c} \Rightarrow i_c = \frac{2,5}{20} = 12,5\%$$

En el caso particular en que *los dividendos crecen en progresión geométrica* de razón $q = 1 + g$, el esquema gráfico es:



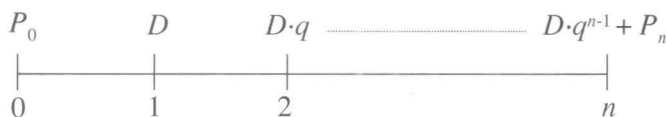
Se observa que los dividendos forman una renta en progresión geométrica, perpetua y pospagable, cuyo valor actual es igual al precio P_0 . Por ello, la ecuación de equivalencia es:

$$P_0 = A(D; q)_{\infty|i_c} = \frac{D}{(1+i)} + \frac{D \cdot q}{(1+i)^2} + \frac{D \cdot q^2}{(1+i)^3} + \frac{D \cdot q^3}{(1+i)^4} + \dots \Rightarrow$$

Y su valor actual, tal como se ha estudiado en el tema 4, epígrafe 5.1., es:

$$P_0 = \frac{D}{1+i_c-q} = \frac{D}{i_c-g} \Rightarrow i_c = \frac{D}{P_0} + g$$

Otro caso es aquel en que *los dividendos crecen* en razón $q = 1 + g$ durante n años y luego se estabilizan. En el caso de que el precio después de los n años sea P_n se tiene:



Los dividendos forman una renta en progresión geométrica, temporal y pospagable cuyo valor actual se ha estudiado en el tema 4, epígrafe 5.1. y el precio P_n en n es un capital único que hay que descontar hasta 0, tal como se estudió en el tema 3, epígrafe 3.5.

$$P_0 = D \cdot \frac{1 - \left(\frac{q}{1+i_c} \right)^n}{1+i_c-q} + \frac{P_n}{(1+i_c)^n} \Rightarrow i_c$$

En el caso de que la empresa tenga una política de dividendos errática y no se esté en condiciones de realizar una estimación razonable de los dividendos futuros se puede aplicar un tanto de coste estimado subjetivamente. El tanto de coste del capital social i_c sería la suma del tipo de interés de los activos libres de riesgo i (de los títulos de la deuda pública a largo plazo) más una cantidad adicional α para compensar el riesgo inherente a la actividad empresarial. Este incremento será tanto mayor cuanto más riesgo tenga la empresa; este riesgo se concreta tanto por el lado de su activo, en función de la estructura de sus inversiones, como por el lado de su pasivo, en función del volumen y composición de los recursos ajenos que tenga:

$$i_c = i + \alpha$$

3.2. Autofinanciación

La autofinanciación o financiación interna corresponde a recursos generados por la propia empresa. La componente principal de la autofinanciación corresponde a los beneficios retenidos por la empresa para incorporarlos al proceso productivo. Esta modalidad se denomina autofinanciación de enriquecimiento y

está relacionada directamente con la política de dividendos ya que, el beneficio neto se distribuye entre estas dos finalidades.

También se utiliza como forma de autofinanciación las dotaciones que hace la empresa para la amortización de los activos reales, que puede utilizar en tanto no se haya de reponer ese activo. Esta modalidad se denomina autofinanciación de mantenimiento. Por otra parte, las provisiones pueden emplearse como forma de autofinanciación temporal.

3.2.1. Autofinanciación de enriquecimiento

Tal como se indicaba en la clasificación anterior, la autofinanciación de enriquecimiento es la financiación que genera la propia empresa al no repartir entre los accionistas todo el beneficio neto obtenido. La parte retenida sirve para:

- Financiar parte de las inversiones que ha de realizar la empresa con el objetivo de incrementar sus resultados futuros y su valoración en el mercado. Es la denominada autofinanciación por enriquecimiento. Estos beneficios retenidos pasarán al balance de la empresa incrementando sus reservas.
- Evitar la descapitalización de la empresa dotando las amortizaciones del activo inmovilizado para el momento en que haya que renovarlo y realizar las provisiones necesarias para atender a potenciales pagos futuros. Es la autofinanciación de mantenimiento o reposición.

El hecho de que la empresa no tenga obligación de retribuir el beneficio retenido (las reservas) no significa que no tenga un coste esta fuente de financiación. Es un error importante creer que su coste es nulo porque induciría a emplear estos recursos en financiar inversiones que no son rentables para la empresa, pero que valoradas a coste cero darían un VAN positivo.

La empresa, cuando reinvierte el beneficio, incurre en un coste de oportunidad ya que, si se hubiera repartido entre los accionistas, estos podrían haber rentabilizado esas cantidades en el mercado.

Por tratarse de recursos propios, el coste de la autofinanciación está relacionado con el coste del capital social pero ha de ser algo menor ya que, si el beneficio neto se hubiera repartido como dividendo y luego se le hubiera pedido a los accionistas en forma de ampliación de capital, estos habrían tenido que pagar el impuesto correspondiente (renta o sociedades) además de las comisiones que perciben los intermediarios financieros, mientras que, si el beneficio se retiene, se evitan esos gastos a los accionistas.

El tanto de coste de esta fuente de financiación se obtiene así:

$$i_{au} = i_c \cdot (1 - t) \cdot (1 - co)$$

Siendo:

- i_{au} el tanto de coste de la autofinanciación.
- i_c el tanto de coste del capital social.
- t el tipo impositivo que en promedio pagan los accionistas.
- co la comisión que se paga a las entidades financieras que median en el pago del dividendo.

3.2.2. Autofinanciación de mantenimiento

La amortización de los activos tiene por objeto ir recuperando la pérdida de valor que experimentan los elementos del inmovilizado como consecuencia de la depreciación que van experimentando a lo largo del tiempo, de manera que la empresa no se descapitalice sino que mantenga su valor.

Si, como es normal, la empresa obtiene mayor rentabilidad que la de los activos financieros libres de riesgo, es lógico que invierta la cuantía de las amortizaciones en activos reales que se incorporen al proceso productivo.

Las dotaciones para la amortización del inmovilizado es una autofinanciación temporal porque se puede utilizar hasta el momento en que se haya de renovar el activo. Cuando se produzca este hecho, la empresa no ha de desinvertir estos fondos sino que utilizará la forma de financiación que sea más conveniente en ese momento. El tanto de coste para esta forma de autofinanciación ha de ser, como mínimo, el que proporcionen los activos sin riesgo en el mercado (la deuda pública a largo plazo).

Cabe destacar aquí el efecto expansivo que tienen las amortizaciones en el crecimiento de la empresa. Este efecto se manifiesta de manera más clara en las etapas en las que la empresa necesita aumentar su capacidad productiva y se conoce como efecto Ruchti-Lohman² en la literatura financiera.

3.3. Ampliaciones de capital

3.3.1. Introducción

Las ampliaciones de capital consisten en la emisión de nuevas acciones con objeto de obtener capitales con los que financiar a la empresa. Los capitales obtenidos por esta vía son recursos propios para la empresa aunque externos a la misma, a diferencia de la autofinanciación que corresponde a recursos generados internamente por la propia empresa.

Los capitales que se aportan proceden de los propios accionistas si desean mantener su porcentaje de participación en la empresa y de otros inversores que desean adquirir acciones acudiendo a la ampliación.

² Una exposición detallada de este efecto puede verse en el libro *Finanzas de Empresa* de Pablo, A. y Ferruz, L. pág. 274 a 280

Para asegurar la colocación de la ampliación, las acciones nuevas se emiten por debajo del precio de cotización en el mercado; si se emitieran a un precio igual o superior sería más práctico, rápido, y, posiblemente, más barato comprar esas acciones en el mercado. Las acciones que estaban en circulación antes de la ampliación se les suele denominar en el argot bursátil acciones *viejas* para distinguirlas de las *nuevas* que son las que se ponen en circulación mediante la ampliación de capital.

Como consecuencia de emitir las nuevas a un precio más bajo se produce una dilución del precio de las acciones viejas después de la ampliación, al igualarse el precio con el de las nuevas. Precisamente, una de las cuestiones que se ha de calcular es el *precio teórico de las acciones después de la ampliación*, precio que se situará entre el de las viejas antes de la ampliación y el precio al que se emiten las nuevas.

Por otra parte, para compensar a los accionistas de esa pérdida de valor, se les otorga el derecho preferente de suscripción de las acciones nuevas. Cada acción vieja tiene un derecho de suscripción y el accionista puede utilizar esos derechos para acudir a la ampliación; si no desea acudir a la ampliación venderá esos derechos con lo que recuperará, al menos teóricamente, la pérdida de valor ya que los derechos son negociables en bolsa (se pueden vender). Otra de las cuestiones a calcular es el *valor teórico del derecho de suscripción*.

El resultado del cálculo de ambas magnitudes (precio teórico de las acciones después de la ampliación y valor teórico del derecho de suscripción) interesa tanto a la empresa que realiza la emisión como a los accionistas, inversores y analistas financieros para su toma de posiciones en cuanto a la compra o venta de derechos y acciones.

La ampliación de capital se realiza a lo largo de un plazo temporal que suele ser, usualmente, de un mes y en el cual los accionistas pueden acudir a la ampliación o vender sus derechos. A partir del momento en que se inicia la ampliación, las acciones viejas pierden valor porque se desprende el derecho de suscripción, que cotiza por separado; por eso se les denomina acciones ex derecho durante el tiempo que dura la ampliación.

Las ampliaciones se pueden clasificar atendiendo al número de ampliaciones previstas en:

- *Única*, cuando solamente se va a realizar una ampliación en el periodo previsto.
- *Múltiple*, cuando se va a realizar más de una ampliación.

Atendiendo al momento en que se realiza la ampliación se distingue entre:

- *Inmediata*, cuando se va a iniciar en un breve periodo de tiempo.
- *Diferida*, cuando se va a realizar en un momento futuro.

Aquí se estudiará únicamente el caso de la ampliación única e inmediata, por ser el caso que con mayor frecuencia se presenta. La notación que se va a utilizar es la siguiente:

- $N = n.^{\circ}$ acciones antes de la ampliación (viejas).
- $N' = n.^{\circ}$ acciones que se emiten (nuevas).
- $P =$ precio de las acciones antes de la ampliación.
- $P' =$ precio de emisión de las acciones nuevas.
- $N_d = n.^{\circ}$ acciones después de la ampliación $= N + N'$.
- $P_d =$ precio teórico de las acciones después de la ampliación.
- $d =$ Cuantía del derecho de suscripción $= P - P_d$.
- $R =$ Cuantía de la reducción de derechos que pueden tener las acciones nuevas respecto a las viejas.

El cociente $N'/N = n/v$ mide la proporción de la ampliación siendo n/v la fracción irreducible que resulta al simplificar N'/N . Por ejemplo, si la empresa tiene 5 millones de acciones antes de la ampliación y emite dos millones de acciones nuevas, la proporción de la ampliación es de $2/5$, es decir, dos nuevas por cada cinco viejas.

Un accionista antiguo que desee acudir a una ampliación en la proporción n/v , ha aportar v derechos por cada n nuevas que desee suscribir y además ha de desembolsar $n \cdot P'$; así el accionista mantiene su participación en la misma proporción que antes de la ampliación.

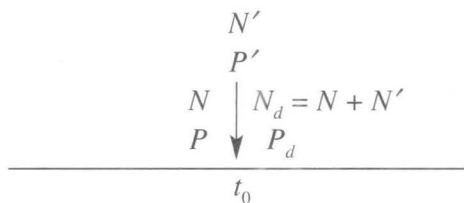
Un inversor externo que desea comprar acciones de esa empresa a través de la ampliación ha de comprar v derechos de suscripción y desembolsar el precio de las acciones nuevas, por lo tanto, para comprar n acciones ha de desembolsar: $v \cdot d + n \cdot P'$.

En algunos casos, las acciones nuevas tienen una reducción temporal de derechos económicos. Por ejemplo, si la empresa va a repartir próximamente un dividendo que corresponde a beneficios obtenidos en el ejercicio anterior, hay que tener en cuenta que, el capital obtenido en la ampliación, no ha participado en la generación de ese beneficio y, por ello, no debería participar en ese reparto. La empresa ha de indicar antes de la ampliación si hay reducción de derechos y cuál es su plazo temporal.

3.3.2. Ampliación única e inmediata

1.º Las acciones nuevas tienen los mismos derechos que las viejas

El esquema gráfico de la ampliación que se inicia en t_0 es el siguiente:



Para la obtención de P_d y d se puede seguir uno de los dos procedimientos siguientes:

a) Plantear la *ecuación de equilibrio patrimonial*:

$$N \cdot P + N' \cdot P' = (N + N') \cdot P_d \Rightarrow P_d = \frac{N \cdot P + N' \cdot P'}{N + N'}$$

tras dividir la ecuación entre N y sustituir $N'/N = n/v$ resulta

$$P_d = \frac{P + \frac{N'}{N} \cdot P'}{1 + \frac{N'}{N}} = \frac{P + \frac{n}{v} \cdot P'}{1 + \frac{n}{v}} = \frac{v \cdot P + n \cdot P'}{v + n}$$

y el precio teórico del derecho de suscripción:

$$d = P - P_d = \frac{n \cdot (P - P')}{v + n}$$

b) Plantear la *ecuación de un inversor* externo a la empresa

Por cada n acciones nuevas que adquiera un inversor que no posee acciones viejas, ha de comprar v derechos desembolsando $v \cdot d$, y, además ha de pagar el precio de emisión $n \cdot P'$. La ecuación es:

$$v \cdot d + n \cdot P' = n \cdot P_d$$

al despejar P_d se tiene:

$$P_d = \frac{v \cdot d + n \cdot P'}{n} = P - d \Rightarrow d = \frac{n \cdot (P - P')}{v + n}$$

obsérvese que primero se obtiene d y luego P_d .

Ejemplo:

La empresa E plantea obtener financiación mediante una ampliación de capital en la proporción de dos acciones nuevas por cada cinco viejas. El precio de las acciones viejas inmediatamente antes de iniciarse la ampliación es de 14,90 euros y las nuevas se emiten al precio de 10 euros. Obtener el precio teórico de las acciones después de la ampliación y el valor teórico del derecho de suscripción.

Solución:

Los datos son: $P = 14,90 \text{ €}$, $P' = 10 \text{ €}$, $n/v = 2/5$. Aplicando la ecuación patrimonial se tiene:

$$P_d = \frac{v \cdot P + n \cdot P'}{v + n} = \frac{5 \cdot 14,90 + 2 \cdot 10}{5 + 2} = 13,50 \text{ €}$$

$$d = P - P_d = 14,90 - 13,5 = 1,40 \text{ €} \text{ o bien } d = \frac{2 \cdot (14,90 - 10)}{5 + 2} = 1,40 \text{ €}$$

Casos particulares

Ampliación a la par. En este caso las acciones nuevas se emiten por el nominal: $P' = C$.

Ampliación gratis con cargo a reservas. En este caso la emisión no cumple el objetivo de obtener financiación porque $P' = 0$. La empresa retribuye a los accionistas con acciones nuevas que no requieren hacer ningún desembolso; desde la perspectiva contable, la empresa pasa reservas a capital en la cuantía de la ampliación y se suele utilizar para retribuir a los accionistas sin desembolsar dinero, sustituyendo al pago de dividendos que conlleva salida de fondos.

2.º Las acciones nuevas tienen reducción temporal de derechos

Teniendo en cuenta que R es la cuantía de la reducción, la ecuación patrimonial permite obtener P_d y d

$$N \cdot P + N' \cdot P' = N \cdot P_d + N' \cdot (P_d - R) \Rightarrow P_d = \frac{N \cdot P + N' \cdot (P' + R)}{N + N'} = \frac{v \cdot P + n \cdot (P' + R)}{v + n}$$

$$d = P - P_d = \frac{n \cdot [(P' + R)]}{v + n}$$

3.4. Subvenciones y ayudas públicas

Las subvenciones en forma de capital son aportaciones que realizan el Estado o las Administraciones Públicas a las empresas para fomentar algunas actividades o cumplir algunos objetivos que se consideran prioritarios. Estas subvenciones suelen ser a fondo perdido por lo que se consideran recursos propios externos.

Otro tipo de ayudas públicas que puede recibir la empresa son, a modo de ejemplo:

- Ayudas para la creación de empleo estable.
- Exención temporal de impuestos y tributos.
- Bonificaciones en las cuotas de la Seguridad Social.
- Créditos blandos (préstamos con tipos de interés más bajos que los de mercado).

Las ayudas y subvenciones hacen más atractiva la creación de empresas y el sector turístico se ha beneficiado en bastantes ocasiones de estas ayudas que, generalmente, no hay que devolverlas. No obstante, cuando se evalúa una inversión, las subvenciones no debe ser el elemento decisorio principal porque suelen otorgarse de manera discrecional, están sujetas a la existencia de disponibilidad presupuestaria y, frecuentemente, se retrasa la fecha de su percepción, lo que puede originar problemas a la empresa si ha planificado la inversión contando con esos ingresos en los plazos inicialmente previstos.

4. Financiación con recursos ajenos a largo plazo

La financiación ajena a largo plazo se suele concretar en préstamos de las entidades de crédito, en la emisión de empréstitos o en la utilización del arrendamiento financiero (leasing).

4.1. Préstamos

En el tema 5, epígrafe 6 se han estudiado los préstamos como operación financiera y se han descrito los casos particulares más utilizados en la práctica así como el cálculo de los tantos efectivos, para el prestatario, para el prestamista y TAE.

Las empresas necesitan recursos ajenos para completar sus necesidades de financiación ya que, usualmente, los recursos propios no son suficientes para llevar a cabo el plan de inversiones previsto. Los préstamos bancarios son una forma de financiación muy utilizada.

Dado que en el citado tema 5 se han estudiado los préstamos aquí nos referiremos únicamente al tanto de coste de esta fuente de financiación para la empresa. Hay que tener en cuenta que, en esta operación, la empresa es el prestatario mientras que la entidad de crédito es el prestamista. Por ello, el tanto efectivo que ahora nos interesa es el correspondiente al prestatario.

Para calcular el tanto efectivo de coste para la empresa hay que tener en cuenta que:

- En el momento inicial ha recibido el capital C_0 que figura en el contrato pero hay que deducir los gastos iniciales G_0 tales como la comisión de apertura y la de estudio, en su caso. En consecuencia, recibe neto: $C_0 - G_0$.

- A lo largo de la vida del préstamo ha de pagar los términos amortizativos pero hay que tener en cuenta que los intereses (la cuota de intereses) son deducibles en el impuesto de sociedades.
- Al final de la vida del préstamo puede haber gastos finales. Esto ocurrirá si se han ofrecido garantías hipotecarias ya que habrá que cancelarlas.

Si se anota con i_o el tanto de coste efectivo a calcular, la ecuación de equivalencia en el momento inicial es la siguiente:

$$C_0 - G_0 = \sum_{s=1}^{n+1} \frac{a_s - t \cdot I_{s-1}}{(1+i_o)^s} + \frac{G_n}{(1+i_o)^n} \Rightarrow i_o$$

Siendo t el tipo impositivo del impuesto de Sociedades, I_{s-1} la cuantía de los intereses correspondientes al año $s-1$ que son deducibles en la cuenta de resultados del año s . Como ya se indicaba en el tema 5, a_s es el término amortizativo o cuota que se paga en el año s siendo $a_{n+1} = 0$. El cálculo de i_o es laborioso si no se dispone de calculadora financiera o de hoja de cálculo informática. La ecuación es de características similares, a efectos de su resolución, a la del TIR que se estudió en el tema 6.

Una fórmula aproximada de calcular el coste de la financiación mediante un préstamo consiste en calcular el tanto de coste sin tener en cuenta el efecto de los impuestos y luego deducir el porcentaje que representa. Esto es práctico en el caso de que la cuota que se paga sea constante a y no haya gastos finales; la ecuación para hallar i_o sería:

$$C_o - G_o = a \cdot a_{n|i_o} \Rightarrow i_o$$

Y al deducir el efecto del impuesto en i_o resulta un tanto de coste neto i'_o aproximado.

$$i'_o = i_o \cdot (1 - t)$$

Sin embargo, dado que el ahorro impositivo solo afecta a los intereses, el cálculo del tanto de coste neto ha de tener en cuenta esta circunstancia.

Ejemplo

En el tema 5, epígrafe 6.2.1, se resolvió un ejercicio consistente en que «la empresa Z obtiene del banco X un préstamo de un millón de euros a amortizar en 5 años mediante anualidades constantes, a un tanto del 10% anual». Entre otras cuestiones, había que:

- Elaborar el cuadro de amortización.
- Calcular el tanto efectivo para el prestatario sabiendo que ha de pagar una comisión de apertura del 2% del capital prestado y unos gastos de estudio del préstamo del 0,5%.

Se pregunta: Calcular el tanto de coste efectivo neto para la empresa Z sabiendo que las cuotas de intereses son deducibles en el impuesto de sociedades cuyo tipo es el 30%.

Solución:

El cuadro de amortización que se obtuvo en el tema 5 es:

Capital prestado: 1.000.000 euros al 10% anual en 5 años

Año	Anualidad	Intereses	Amortización		Capital Vivo
			Parcial	Acumulada	
0					1.000.000,00
1	263.797,48	100.000,00	163.797,48	163.797,48	836.202,52
2	263.797,48	83.620,25	180.177,23	343.974,71	656.025,29
3	263.797,48	65.602,53	198.194,95	542.169,66	457.830,34
4	263.797,48	45.783,03	218.914,45	760.184,11	239.815,89
5	263.797,48	23.981,59	239.815,89	1.000.000,00	0,00

Y en cuanto al tanto efectivo de coste para la empresa (tanto efectivo prestatario) sin tener en cuenta el ahorro impositivo, se obtuvo:

El prestatario recibe una cuantía neta en el momento inicial:

— Capital prestado	1.000.000 €
— Comisión apertura (2%)	– 20.000 €
— Comisión de estudio (0,5%)	– 5.000 €

Recibe neto: 975.000 €

Como desembolsa unas anualidades de 263.797,48 euros en cada uno de los 5 años que dura la operación, la ecuación para obtener el tanto efectivo es:

$$975.000 = 263.797,48 \cdot a_{\overline{5}|i_0} \Rightarrow i_0 = 10,9987\% (\approx 11\%)$$

Se observa que, sin tener en cuenta el ahorro impositivo, el tanto de coste efectivo bruto para la empresa es un punto porcentual superior al 10% convenido en el contrato.

Para deducir el ahorro impositivo de los intereses pagados se elabora el cuadro siguiente en el que, las tres primeras columnas son las que figuran en el cuadro anterior. La columna 4ª se obtiene multiplicando la columna 3ª por 0,3 (30%). La columna 5ª es el resultado de restar a la columna de anualidades brutas el ahorro impositivo que figura en la columna 4ª.

Año	Anualidad bruta	Intereses brutos	Deducción I. Sociedades	Anualidad neta
0				-975.000,00
1	263.797,48	100.000,00	30.000,00	233.797,48
2	263.797,48	83.620,25	25.086,08	238.711,41
3	263.797,48	65.602,53	19.680,76	244.116,72
4	263.797,48	45.783,03	13.734,91	250.062,57
5	263.797,48	23.981,59	7.194,48	256.603,00

La ecuación de equivalencia con esas cuantías netas es:

$$975.000 = \frac{233.797,48}{(1+i_o)} + \frac{238.711,41}{(1+i_o)^2} + + \frac{256.603,00}{(1+i_o)^5} \Rightarrow i_o$$

Para resolver esta ecuación se debe utilizar calculadora financiera o la hoja de cálculo. El resultado que se obtiene es:

$$i_o = 7,937\%$$

Debe observarse que la deducción impositiva de cada año se materializa en la declaración fiscal que se presenta al año siguiente. En consecuencia, hay un pequeño desplazamiento temporal entre la fecha en que se pagan las anualidades y la fecha en que se paga el impuesto, que suele ser a mitad del año siguiente. Por ejemplo, el desfase sería de un año si las anualidades se pagan a mitad de año, pero si se pagan en diciembre, el desfase sería de medio año. Por lo tanto, si se desea la máxima precisión, habría que tener en cuenta las fechas exactas en que se pagan las anualidades y el impuesto. El resultado, en todo caso, apenas variará respecto al que se ha obtenido.

Si se hubiese utilizado la fórmula aproximada que se ha indicado anteriormente se obtendría:

$$i'_o = 10,9987 \cdot (1 - 0,3) = 7,699\%$$

Se observa que no hay gran diferencia entre ambos resultados.

La permanencia del endeudamiento en la empresa

Cada préstamo, individualmente considerado, se va amortizando de acuerdo con las condiciones pactadas en el contrato. Ahora bien, en situaciones de estabilidad, el volumen de recursos ajenos que mantiene la empresa suele permanecer constante si no varía el porcentaje de endeudamiento respecto al pasivo total. En este supuesto, los préstamos y créditos amortizados se sustituyen por otros de características similares, por lo que, a los efectos prácticos, es como si las deudas no se amortizaran nunca, es decir, como si el endeudamiento fuera perpetuo. Si se anota con:

- C_0 la cuantía total del endeudamiento que mantiene la empresa.
- a la cuantía que en promedio paga la empresa anualmente en concepto de intereses.

El tanto de coste i_d se calcula planteando la ecuación del valor actual de una renta perpetua:

$$C_0 = a \cdot a_{\infty | i_d} = \frac{a}{i_d} \Rightarrow i_d = \frac{a}{C_0}$$

Préstamos y créditos: Diferencias conceptuales

Es conveniente concretar aquí la distinción entre crédito y préstamo ya que no está clara para muchas personas y, por ello, suelen utilizar la frase «pedir un crédito» o «pedir un préstamo» con el mismo significado.

Desde el punto de vista jurídico, el concepto de crédito es muy amplio ya que se refiere a la confianza que tiene una persona (acreedor) en otra (deudor), de manera que está dispuesta a entregarle dinero (o cualquier otro activo) con la esperanza de que le sea devuelto en el plazo y en las condiciones pactadas. Así pues, el crédito se basa en la confianza y solvencia que se deposita en el deudor y por ello incluye tanto a los préstamos como a los créditos en cuenta que se mencionarán a continuación así como a cualquier otro activo (por ejemplo, las obligaciones de un empréstito, los pagarés de empresa, las operaciones de activo que realizan las entidades de crédito, etc.) en las que el acreedor confía en que, al vencimiento, el deudor, cumplirá sus compromisos.

Desde el punto de vista financiero, la diferencia principal está en que, en el préstamo, se recibe el importe total en el momento en el que se firma el contrato y se irá devolviendo con pagos sucesivos y regulares que incluyen los intereses del periodo y la devolución de parte del principal.

Sin embargo, en el crédito, la entidad financiera pone a disposición de la empresa un capital para que lo vaya utilizando de acuerdo con las necesidades que tenga. Para ello, inicialmente, se negocia una línea de crédito en la que se establece una cuantía límite que la empresa no puede rebasar salvo circunstancias especiales. Para materializar el crédito, el banco abre una cuenta corriente

para que la empresa pueda disponer de lo que necesite hasta el límite fijado; de ahí la denominación de crédito en cuenta corriente.

Otras diferencias son las siguientes:

- Los préstamos suelen ser de larga duración mientras que los créditos en cuenta corriente suelen ser de corta duración.
- Los préstamos no suelen renovarse y al finalizar se cancelan mientras que los créditos se suelen renovar e incluso se puede modificar el límite concedido.
- Los préstamos se utilizan para financiar inversiones a largo plazo con un desembolso inicial conocido de antemano mientras que los créditos se utilizan para cubrir desfases de liquidez cuyo importe no se conoce inicialmente.
- En los préstamos, lo que se va a pagar por intereses y amortización está previsto contractualmente desde el inicio, en los créditos no es conocido porque depende del importe que se disponga; solamente se pagan intereses sobre la parte dispuesta mientras que, por la parte no dispuesta, se ha de pagar una comisión de disponibilidad.

4.2. Empréstitos

En el tema 5, epígrafe 7, se han estudiado los empréstitos en sus diferentes modalidades por lo nos remitimos a lo que allí se indicaba.

Es una forma de financiación similar a los préstamos aunque con características formales específicas. La utilizan principalmente las grandes empresas cuando necesitan capitales de elevada cuantía que normalmente los bancos no están dispuestos a prestar por el elevado riesgo que habrían de asumir frente a un solo deudor.

El empréstito se materializa en forma de títulos que reciben la denominación de obligaciones o bonos, todos ellos tienen el mismo nominal y los mismos derechos económicos consistentes en cobrar los intereses en las fechas estipuladas en el contrato de emisión y ser reembolsados por el importe inicialmente fijado. Estos títulos tienen actualmente la forma de anotaciones en cuenta frente a los títulos físicos que se emitían anteriormente. La financiación mediante obligaciones suele resultar más barata y flexible que los préstamos bancarios pero, dado que las emisiones no suelen ser inferiores a los cien millones de euros, es un mercado solo accesible a las grandes empresas.

Para que la colocación de una emisión de obligaciones tenga éxito, la empresa debe encargar esta tarea a un banco de inversión o a un grupo de bancos (sindicato bancario). La empresa emisora puede colocar los títulos al público en general o a inversores institucionales (bancos, cajas, compañías de seguros, etc.).

Como se ha indicado, cuando la colocación se dirige al público en general, se realiza a través de un banco de inversión; pero, también se puede ofrecer, parte o toda la emisión, a grupos concretos como trabajadores de la empresa, técni-

cos, proveedores, clientes, etc., en este caso, la colocación puede realizarla directamente la empresa.

El banco o conjunto de bancos encargados de colocar los títulos puede actuar de tres formas:

- *Venta en firme*, cuando el banco compra los valores mobiliarios a la empresa para colocarlos luego en el mercado a un precio superior. La totalidad del riesgo de la operación es asumida por el banco ya que, los valores no vendidos, se quedan en la cartera del banco. Por tanto, el precio al que la empresa cede los valores al banco tiene que ser suficientemente atractivo para que éste se decida a comprarlos.
- *Venta al mayor esfuerzo (best effort selling)* cuando el banco no está dispuesto a asumir el riesgo de que no pueda colocar toda la emisión pero se compromete a vender el máximo de títulos posibles a un precio prefijado percibiendo una comisión por cada título que coloque.
- *Acuerdo stand by*, cuando el banco se compromete a quedarse con los títulos no vendidos a un precio especial.

Cuando se dirige a los inversores institucionales se realiza una *colocación privada*, consistente en la venta de un paquete grande de títulos. Esta forma de colocación tiene como principales ventajas, el que los gastos de colocación serán menores al no haber gastos de publicidad, el de tener una mayor flexibilidad, porque se negocia directamente y con una mayor rapidez porque se acorta el periodo de colocación.

El tanto efectivo para el emisor mide el coste de esta forma de financiación y ya se estudió en el tema 5. Su expresión más general es:

$$C_0 - G_{0,e} = \sum_{s=1}^n a_s \cdot (1+i_e)^{-s} + G_n \cdot (1+i_e)^{-n} \Rightarrow i_e$$

Siendo i_e el tanto efectivo de coste para la empresa que, como se observa en la ecuación, es laborioso de calcular salvo que se disponga de calculadora financiera o de hoja de cálculo. Una expresión más simple resulta cuando los pagos que hace el emisor son constantes y no hay gastos finales:

$$C_0 - G_{0,e} = a \cdot a_{\overline{n}|i_e} \Rightarrow i_e$$

4.3. Arrendamiento financiero (Leasing)

El arrendamiento financiero, o *leasing* en la terminología anglosajona, es un contrato de arrendamiento con opción de compra que puede utilizar la empresa como forma de financiación a medio y largo plazo, ya que le permite utilizar

activos reales (por ejemplo, maquinaria, vehículos, inmuebles, material informático, etc.) sin necesidad de disponer de fondos propios o de acudir a préstamos bancarios.

En una operación de leasing, el arrendador alquila un activo a la empresa arrendataria a cambio del pago, con carácter prepagable, de unas cuotas por el alquiler y al finalizar el contrato el arrendatario puede devolver el activo al arrendador, ejercer la opción de compra en la forma prevista en el contrato o renovar el contrato.

La empresa arrendadora, para fijar la cuantía del alquiler, tiene en cuenta los intereses de los capitales invertidos, la amortización del activo, los gastos generales de la empresa y el beneficio empresarial.

Entre las ventajas del leasing cabe destacar:

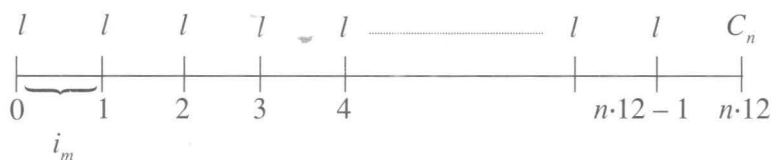
- Se obtiene financiación total sin desembolso inicial elevado.
- Los alquileres son fiscalmente deducibles mientras que, si el activo se compra con recursos propios, solamente es deducible la amortización del activo. Si se compra con financiación ajena, también es deducible la cuantía de los intereses.
- Es una forma de financiación más rápida que otras formas de financiación.
- Los ratios financieros suelen dar una imagen más favorable.
- El riesgo de obsolescencia y el efecto de la inflación son menores.
- Es una forma de financiación práctica para las PYMES.

Entre los inconvenientes, se pueden citar:

- Su coste suele ser mayor que si se financia con un préstamo.
- El bien alquilado no figura en el activo del balance porque no es propiedad de la empresa sino del arrendador.

Para fijar el importe de las cuotas de alquiler, el arrendador calcula la cuantía del alquiler teniendo en cuenta el precio del activo, su valor residual, el número de pagos y el tipo de interés que se desea rentabilice la operación.

En el supuesto de que los alquileres se paguen mensualmente y las cuotas sean constantes, el esquema gráfico, utilizando el mes como unidad de tiempo, es:



La notación es la siguiente:

- El precio del activo que se alquila: C_o .
- El valor residual del activo al finalizar el alquiler: C_n .

- Número de años que dura el contrato: n .
- Cuantía del alquiler mensual: l .
- Tanto nominal al que se valora la operación: j_{12} siendo el rédito $i_{12} = j_{12}/12$.
- Tipo impositivo del Impuesto de Sociedades: t .

La ecuación de equivalencia, operando con el rédito mensual i_{12} es:

$$C_0 - C_n \cdot (1 + i_{12})^{-12 \cdot n} = 12 \cdot l \cdot \ddot{a}_{\overline{12 \cdot n}|i_m}^{(m)} \Rightarrow l$$

Desde el punto de vista del arrendatario, hay que tener en cuenta que la cuantía de los alquileres son deducibles en el Impuesto de Sociedades y que, como el impuesto se liquida una vez al año con carácter pospagable, la ecuación para obtener el tanto de coste al que resulta esta forma de financiación es la siguiente:

$$C_0 = l \cdot \ddot{a}_{\overline{12 \cdot n}|i_m} - 12 \cdot l \cdot t \cdot a_{\overline{n}|i} \Rightarrow i$$

Siendo i el tanto efectivo anual de coste para la empresa arrendataria. Lógicamente, la expresión anterior ha de adaptarse a las circunstancias concretas del caso que se esté estudiando; aquí se han considerado todos los años completos a efectos de la deducción impositiva, pero si, por ejemplo, el activo se alquila a finales del mes de abril, en la próxima liquidación del impuesto, solamente se podrán deducir ocho cuotas de alquiler (las de mayo a diciembre) y, en la liquidación del último año, solo se liquidarán cuatro cuotas (las de enero a abril).

Una variante del leasing es el *renting* que consiste en el alquiler de bienes muebles a medio y largo plazo. En el contrato de renting se establece el compromiso de la empresa arrendataria, consistente en el pago de una renta fija mensual durante el plazo estipulado, y el de la empresa arrendadora o de renting consistente en ceder el uso del bien durante el plazo fijado en el contrato. Al finalizar éste, la empresa de renting ofrece al arrendatario la opción de sustituir los equipos o renovar el contrato. La principal diferencia con el leasing está en que, en el renting, no existe la opción de compra.

5. Financiación con recursos ajenos a corto plazo

5.1. Descuento bancario

El descuento bancario se ha estudiado con detalle, en el tema 5 epígrafe 5, por lo se debe repasar todo lo que allí se indica. A modo de recordatorio, en esta operación el banco adelanta a su empresa cliente la disponibilidad de un capital futuro que ésta le entrega y, además, se encarga de gestionar el cobro. La entidad financiera descuenta el documento mercantil que representa a ese capital futuro y le abona el valor descontado, una vez deducido:

- El importe del descuento comercial, por el tiempo que falta hasta el vencimiento del capital.
- La comisión de cobranza, por la gestión de cobro que ha de realizar.
- Otros gastos que pudiera haber.

En la práctica se distinguen dos modalidades:

- *Descuento de papel comercial*, cuando la empresa vende a crédito y necesita liquidez.
- *Descuento financiero*, cuando la empresa pide un préstamo a corto plazo que se materializa mediante un efecto mercantil que descuenta el banco y el cliente devuelve a su vencimiento.

El efectivo E que entrega el banco se obtiene:

$$E = N \cdot \left(1 - d \cdot \frac{n}{360} - g \right)$$

Siendo N el importe que se ha de cobrar dentro de n días (nominal del efecto), d el tanto de descuento comercial, n el número de días de descuento, g la comisión de cobranza, en el caso de papel comercial o bien, la comisión de apertura de crédito, en el caso de descuento financiero. Si hubiera otros gastos, se incluirán en la fórmula. En el tema 5 se describe una casuística variada, como por ejemplo el descuento a *forfait*, que debe repasarse.

Dado que la empresa ha de presentar el efecto comercial correctamente timbrado, la cuantía neta o líquida L que le queda a la empresa, si T es el importe del impuesto de Actos Jurídicos Documentados (AJD), es:

$$L = E - T$$

El tanto efectivo de coste que resulta para la empresa se puede calcular utilizando la capitalización simple o la compuesta.

En el primer caso, la ecuación que se plantea es:

$$L \cdot \left(1 + i_e \cdot \frac{n}{365} \right) = N \Rightarrow i_e = \frac{N - L}{L} \cdot \frac{365}{n}$$

Y en el caso de aplicar la capitalización compuesta:

$$L \cdot (1 + i_e)^{\frac{n}{365}} = N \Rightarrow i_e = \left(\frac{N}{L} \right)^{\frac{n}{365}} - 1$$

Debe observarse que, en ambos casos, por tratarse de un cálculo de tantos efectivos ha de utilizarse el año real y no el bancario de 360 días, es decir, se ha de utilizar el formato Act/Act, días reales en el numerador y en el denominador (en el caso de año bisiesto, el denominador sería 366). Para poder realizar comparaciones homogéneas entre los tantos de coste de las diferentes formas de financiación se debe utilizar únicamente la capitalización compuesta.

Ejemplo

La empresa E necesita liquidez y para obtenerla descuenta en su banco una letra de 5.000 euros cuyo vencimiento se producirá dentro de 90 días. Sabiendo que su banco aplica un tanto de descuento del 8% anual, una comisión de cobranza del 5‰ con un mínimo de 6 euros y que el timbre de la letra importa 16,83 euros, y que el año en curso no es bisiesto, obtener:

- El efectivo que ha de entregar el banco.
- El líquido que le queda al cliente.
- El tanto efectivo de coste para la empresa en capitalización simple.
- El tanto efectivo de coste para la empresa en capitalización compuesta.

Solución:

- El efectivo que entrega el banco al cliente es:

$$E = 5.000 \cdot \left(1 - 0,08 \cdot \frac{90}{360} - 0,005\right) = 4.875 \text{ €}$$

- El líquido que le queda al cliente es:

$$L = 4.875 - 16,83 = 4.858,17 \text{ €}$$

- El tanto de coste en capitalización simple:

$$i_e = \frac{5.000 - 4.858,17}{4.858,17} \cdot \frac{365}{90} = 0,118398 \approx 11,84\%$$

- El tanto de coste en capitalización compuesta:

$$i_e = \left(\frac{5000}{4.858,17} \right)^{\frac{365}{90}} - 1 = 0,1237856 \approx 12,38\%$$

Debe observarse que el tanto de coste para la empresa es bastante más alto que el tanto de descuento que aplica el banco (el 8%).

En la práctica, la empresa negocia con el banco una línea de descuento y este fija un límite o cuantía máxima que la empresa puede tener a descuento en cada momento. La empresa envía remesas de efectos a descontar y la liquidación se realiza para cada remesa en vez de para cada efecto en particular.

Para calcular el tanto de coste efectivo que resulta en un ejercicio económico se ha de tener en cuenta el volumen de efectos que se han llevado a descontar a lo largo del año, se suman los nominales de los efectos ($\sum N_s$) y los líquidos ($\sum L_s$) que le quedan a la empresa cliente, se halla el vencimiento medio de esos efectos y se aplican las ecuaciones anteriormente descritas.

5.2. Créditos en cuenta corriente

Las cuentas corrientes bancarias son operaciones compuestas que se valoran en capitalización simple, utilizando el formato Act/360, en las que una de las partes es una entidad de crédito (banco, caja de ahorros o cooperativa de crédito). Se distinguen dos tipos de cuentas desde la perspectiva del banco:

- *Cuentas corrientes de pasivo*, en las que el cliente del banco deposita capitales y efectúa pagos con cargo a ella utilizando cheques o tarjetas de crédito. En este caso, el saldo de la cuenta es normalmente a favor del cliente (por lo que figuran en el pasivo del balance del banco) salvo en casos puntuales en los que se producen descubierto en la cuenta (saldo a favor del banco).
- *Cuentas corrientes de activo* o créditos en cuenta corriente, en las que el banco concede crédito a la empresa cliente hasta un límite que se fija en el contrato. En este caso, el saldo de la cuenta es a favor del banco (y por ello figura en el activo del balance del banco). Es el caso al que nos referimos en este epígrafe.

Los créditos en cuenta corriente son operaciones de financiación a corto plazo para las empresas. Tal como se acaba de señalar, consisten en que una entidad de crédito pone a disposición de su empresa cliente un capital para que lo vaya empleando según sus necesidades, hasta el límite fijado en el contrato. La empresa efectúa sus pagos con cargo a esta cuenta y también ingresa los cobros que vaya obteniendo. En consecuencia, la empresa, solamente pagará intereses por la parte del crédito de que haya dispuesto. Por la parte que no ha dispuesto, no ha de pagar intereses pero sí una comisión de disponibilidad porque el banco tenía el dinero a su disposición aunque no lo haya utilizado. Debe observarse la diferencia con el préstamo, en el que se dispone del total a la firma del contrato.

El cliente no suele rebasar el límite del crédito concedido pero, si la empresa en algún momento supera el límite concedido, el banco suele cobrar un tipo de interés más alto para la parte excedida del límite así como una comisión sobre el máximo excedido en el periodo de liquidación. La liquidación de intereses suele

hacerse trimestralmente, pero el contrato suele plantearse por un plazo superior a un año (por ejemplo, dos años). El banco puede exigir algún tipo de garantía, personal o real.

Las comisiones y gastos que suele pagar el cliente son:

- Comisión de apertura de crédito, sobre el límite concedido.
- Corretaje o comisión notarial, si la póliza del contrato es intervenida por fedatario público mercantil.
- Intereses, sobre la parte que se ha dispuesto del crédito.
- Comisión de disponibilidad, sobre el saldo medio no dispuesto.
- Comisión por excedido, sobre la cuantía máxima excedida en el periodo de liquidación.

Para calcular el tanto de coste de esta forma de financiación puede utilizarse, como valor aproximado, el TAE que figura en el contrato (la Circular 8/90 del Banco de España, exige que, en los contratos de cuenta corriente de crédito, figure dicho tanto). La Circular indica que, para calcular el TAE³, se tendrá en cuenta lo siguiente:

«En la liquidación de las cuentas de crédito, las comisiones de apertura u otros gastos iniciales deberán distribuirse durante toda la vida contractual del crédito, y su integración como componente del coste efectivo anual se hará calculándolos sobre el límite del crédito, aunque no haya sido totalmente dispuesto. Si no se hubiese establecido plazo, se distribuirán en las liquidaciones de intereses correspondientes al primer año de vigencia.

No se incluirá en el coste la comisión que pueda cobrarse por disponibilidad, aun cuando tal circunstancia debe quedar expresamente señalada, con indicación del importe total a que dicha comisión se eleve.

En la documentación contractual relativa a estas operaciones, el coste efectivo a reflejar a efectos informativos se calculará bajo el supuesto de la disposición total del crédito a su concesión.

En la liquidación de estos créditos, los cálculos se efectuarán sobre los saldos medios efectivamente dispuestos. No se considerarán como disposiciones los cargos iniciales por comisiones y gastos.»

Debe observarse que, a la firma del contrato, se calcula un TAE (contractual) en el que se supone que se ha dispuesto del total del crédito y luego, en cada liquidación, se calcula el TAE concreto que resulta para ese periodo. En el caso de un contrato con duración dos años y liquidación trimestral de intereses se calcularán ocho TAE,s ya que hay ocho periodos de liquidación.

El TAE que figura en el contrato será algo menor que el tanto de coste que realmente resulta para la empresa ya que, con carácter general en el cálculo del

³ En la norma 8ª, apartado 4.c, tal como puede consultarse en la página web del Banco de España: www.bde.es. Se recomienda la lectura de esta norma 8ª porque, en ella, se describe todo lo que se ha de tener en cuenta para el cálculo del TAE en las diferentes operaciones financieras.

TAE, de acuerdo con la Circular, no se tienen en cuenta todos los gastos que paga la empresa sino únicamente aquellos «cuyo devengo sea a favor de la entidad» de crédito. En este caso concreto no se incluiría el corretaje, que cobraría el notario.

Si, en vez de utilizar el TAE como tanto de coste de esta fuente de financiación, se calcula directamente, hay que tener en cuenta todos los gastos. El importe de la comisión de apertura de crédito se carga en la cuenta en el momento inicial pero no hay que volver a pagarla en cada liquidación de intereses (usualmente con periodicidad trimestral).

Ejemplo

La empresa E obtiene un crédito en cuenta corriente con límite de 100.000 euros, liquidación trimestral de intereses al que se le aplica un tanto nominal $j_4 = 8\%$. La comisión de apertura de crédito es el 1% y el corretaje un 3‰, ambos importes se reparten, a efectos de calcular el tanto de coste, entre los cuatro trimestres del primer año.

Solución:

El rédito trimestral al que se pagan los intereses es $i_4 = 8/4 = 2\%$ y los intereses trimestrales (operando en capitalización simple y con el trimestre como unidad de tiempo) son:

$$I = 100.000 \cdot 0,02 \cdot 1 = 2.000 \text{ €}$$

La comisión de apertura de crédito (*cac*) es el 1% pero hay que repartirla entre los cuatro trimestres del primer año. Lo mismo ha de hacerse con el corretaje o comisión notarial (*co*):

$$cac = 100.000 \cdot 0,01 = 1.000 \text{ €}$$

$$co = 100.000 \cdot 0,003 = 300 \text{ €}$$

A un trimestre le corresponderá en total: $1.300/4 = 325 \text{ €}$, en consecuencia el cargo total por intereses y comisiones será: $2.000 + 325 = 2.325 \text{ €}$.

El rédito trimestral i'_4 de coste se obtiene:

$$2.325 = 100.000 \cdot i'_4 \cdot 1 = 0,02325\% \text{ (2,325\%)}$$

Y el tanto efectivo anual que mide el coste de esta fuente de financiación, de acuerdo con las condiciones pactadas en el contrato, es:

$$i = 1,02325^4 - 1 = 0,0962939395 \approx 9,63\%$$

Obsérvese que con la repercusión de las comisiones el coste real se ha incrementado en más de un punto y medio porcentual.

5.3. Crédito comercial de los proveedores

Las empresas suelen vender su producción a crédito de manera que entregan ahora los bienes o servicios producidos pero cobran su importe después de transcurrido el plazo convenido, por ejemplo, dentro de 90 días. En consecuencia, el vendedor concede crédito al comprador de acuerdo con los usos comerciales del sector económico al que pertenece.

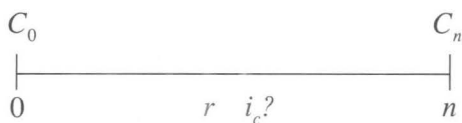
En principio, esta forma de financiación, es a coste cero para el comprador ya que el vendedor no carga cuantía alguna por el aplazamiento. Pero para el vendedor tiene el coste de pérdida de rentabilidad al no cobrar al contado, además de asumir el riesgo de impago; también tiene una pérdida de liquidez que frecuentemente le obligará a utilizar el descuento bancario. En este último caso, el coste para el vendedor vendrá medido por el tanto efectivo al que resulte esta operación tal como se ha comentado en el epígrafe anterior.

La empresa vendedora puede ofrecer un descuento en el importe de la factura si el comprador paga al contado, con lo cual, podría evitar la utilización del descuento bancario. En este caso, el crédito comercial ya no sería gratuito para el comprador y debería analizar cuanto le cuesta no utilizar esta posibilidad que se le ofrece ya que, aunque no se utiliza explícitamente ninguna ley financiera, implícitamente se puede calcular el tanto de coste en descuento comercial o de capitalización simple, ya que se trata de una operación a corto plazo. Si se van a comparar los costes de diferentes fuentes de financiación se debe utilizar la capitalización compuesta para que haya homogeneidad en la medida, al efectuar las comparaciones.

Si C_n es el importe de la factura que ha de pagar el comprador dentro de n días y r el tanto por uno de descuento que se ofrece por pago al contado, la cuantía C_o que ha de pagar la empresa compradora si se acoge a esta modalidad se obtiene así:

$$C_o = C_n \cdot (1 - r)$$

El esquema gráfico de la operación es el siguiente:



Si se desea conocer el tanto de coste en capitalización simple, para la empresa compradora, en el caso de que no se acoja al descuento por pronto pago:

$$C_0 \cdot \left[1 + i \cdot \frac{n}{365} \right] = C_n \Rightarrow i_c = \frac{C_n - C_0}{C_0} \cdot \frac{365}{n}$$

Y el tanto de coste en capitalización compuesta es:

$$C_0 \cdot (1 + i_c)^{\frac{n}{365}} = C_n \Rightarrow i_c = \left(\frac{C_n}{C_0} \right)^{\frac{365}{n}} - 1$$

Este es el tanto de coste que se debe utilizar cuando se comparan diferentes alternativas de financiación.

El *confirming* es una operación por la que una entidad financiera comunica a un acreedor que ha recibido el mandato para abonarle a su vencimiento una o más facturas, actuando como gestor de pago por cuenta de su cliente. En consecuencia, el *confirming* es un servicio que ofrecen las entidades financieras consistente en gestionar los pagos que ha de realizar una empresa a sus proveedores.

En esta operación la entidad financiera puede acordar con la empresa vendedora el cobro de las facturas con anterioridad a su vencimiento descontando los costes financieros, con lo que se obtendría liquidez y se eliminaría el riesgo de impago. En este caso, a los efectos prácticos, es como si la empresa vendedora obtuviera una línea de crédito respecto a las deudas de la empresa compradora por lo que no necesitará utilizar su propio crédito en cuenta corriente para estos fines. Además, así se evita el pago del impuesto de AJD (timbres) al recibir los cobros a través de transferencias bancarias.

5.4. Factoring

El factoring es una forma de financiación que puede utilizar la empresa y consiste en la venta de la cartera de clientes y efectos a cobrar a una empresa especializada denominada *factor*.

Como es sabido, las empresas suelen vender sus productos a crédito y, para gestionar el cobro de esas facturas, necesitan crear un departamento específico en el que trabaje personal especializado en estas tareas; también deberá contratar los servicios jurídicos de algún despacho profesional cuando sea necesario acudir a la vía judicial para la reclamación de deudas impagadas. Todo ello ocasiona unos gastos a la empresa, tanto por las retribuciones a las personas citadas como por el espacio físico que se ha de utilizar.

Por otra parte, hay que tener en cuenta que la empresa está especializada en la producción de determinados bienes o servicios, pero la gestión de cobro es una tarea para la que, ni está preparada ni suele disponer de la estructura necesaria para desarrollarla con eficacia.

Las empresas de factoring (factor) son empresas especializadas en la gestión de cobro y en la prestación de unos servicios adicionales como la financiación de la cartera, el análisis de la solvencia de las empresas deudoras y la cobertura del riesgo de impagados.

El coste del factoring para la *empresa cliente* depende de los servicios que se contraten y se compone de:

- La tarifa o comisión que percibe el factor por su gestión de cobro; suele depender del número y cuantía de las facturas que se ceden, del sector en el que se opera, del nivel de riesgo de los deudores y de la asunción o no de la cobertura del riesgo de insolvencia.
- La comisión por los servicios administrativos prestados.
- La comisión por la cobertura del riesgo de impagados.
- El tipo de descuento que se aplique a la financiación que conceda el factor y que dependerá del precio del dinero en los mercados financieros a corto plazo.

En el contrato de factoring se establecen las condiciones que obligan tanto al factor como a la empresa cliente pero antes de firmar, el factor examina la cartera de clientes que tiene la empresa y rechaza aquellos que considera son de muy dudoso cobro; también establece límites al riesgo que está dispuesto a asumir con cada deudor. Se suele distinguir entre:

- Factoring con recurso, cuando el factor no asume el riesgo de insolvencia de los deudores pudiendo devolver a la empresa cliente el importe de los créditos impagados.
- Factoring sin recurso, cuando el factor asume el riesgo de insolvencia del deudor hasta el límite de cobertura consignado en el contrato.

Las ventajas del factoring para la empresa cliente son:

- Ahorro en medios materiales y humanos al eliminar el departamento de gestión de cobros.
- Simplifica la contabilidad, ya que mediante el contrato de factoring la empresa pasa a tener un solo cliente que paga al contado si así se establece en el contrato.
- Mejora el capital circulante de la empresa al eliminar la partida de cuentas a cobrar.
- Mejora la liquidez de la empresa si el contrato incluye la financiación de estas cuentas.
- Utilización del servicio de análisis de riesgos de la empresa factor para evaluar la solvencia de nuevos clientes.
- Protege contra riesgo de insolvencia en el caso de factoring sin recurso.

Los inconvenientes son:

- Su elevado coste ya que el factor carga la comisión por el servicio de gestión de cobros, el coste de la financiación que concede a la empresa, el

riesgo de impagos que asume, así como el beneficio empresarial que aplica el factor.

- Intromisión del factor en la información contable y financiera de la empresa y en la relación con sus clientes.
- Pérdida de algunos clientes al rechazarlos el factor.

El cálculo del coste del factoring para la empresa cliente se puede consultar en el libro *Valoración Financiera*, págs. 419 y 420. Lógicamente, si la empresa no utiliza el factoring, los costes de encargarse ella misma de la gestión de cobro de los créditos concedidos van a su cuenta de resultados.

6. Coste medio ponderado de la financiación de la empresa

Se denomina coste de capital, al coste que asume la empresa por la utilización de los recursos con los que financia sus inversiones. Es, por lo tanto, el coste del pasivo de la empresa y, al relacionarlo con el activo, equivaldría al Tipo de Rendimiento Interno (TIR) que, como mínimo, debe proporcionar toda inversión para que el valor de mercado de las acciones de la empresa se mantenga sin cambios.

Para calcular el tanto de Coste Medio Ponderado de Capital (CMPC), o *Weighted Average Cost of Capital* (WACC) en la literatura anglosajona, se ha de obtener previamente el coste de cada una de las fuentes de financiación, tal como se ha explicado en los epígrafes anteriores, y se ha de obtener también el porcentaje que representa cada una de ellas respecto al pasivo total de la empresa. Una vez obtenidos esos valores se calcula la media ponderada utilizando como pesos de ponderación esos porcentajes previamente calculados.

El porcentaje de participación de cada fuente de financiación depende de la referencia que se tome. Puede utilizarse la valoración contable que figura en el pasivo del balance de la empresa o el valor que tienen en el mercado esos pasivos. En el caso de los recursos propios la discrepancia entre el valor contable y el valor de mercado suele ser notable. En el caso de los recursos ajenos la discrepancia suele ser pequeña y está ligada a la variación de los tipos de interés.

Ejemplo

La empresa E tiene un pasivo de 100 millones de euros distribuidos entre diferentes fuentes de financiación, cuyos tantos de coste y porcentajes se indican en el siguiente cuadro:

<i>Fuente</i>	<i>Tanto de coste (%)</i>	<i>Cuantía (millones €)</i>
Capital propio	12	15
Reservas (autof.)	10	30
Préstamo	8	18
Empréstito	6	20
Desc. bancario	10	8
Crédito en cta. cte.	9	9

Obtener el tanto de coste medio ponderado de la estructura financiera de la empresa E.

Solución:

Si se anota con i_o el tanto de coste medio ponderado y se opera con las cuantías en millones de euros, resulta:

$$i_o = \frac{12 \cdot 15 + 10 \cdot 30 + 8 \cdot 18 + 6 \cdot 20 + 10 \cdot 8 + 9 \cdot 9}{100} = 9,05\%$$

Para efectuar algunos estudios de análisis financiero respecto a la estructura financiera de la empresa como, por ejemplo, analizar el efecto del endeudamiento en la rentabilidad, interesa calcular previamente el coste medio global de los recursos propios de la empresa y el coste medio global de los recursos ajenos y, a través de ellos, calcular luego el coste medio ponderado de la financiación de la empresa. Si se anota con i_c el tanto de coste efectivo medio de los recursos propios, con i_d el de los recursos ajenos y con i_o el tanto de coste medio ponderado de la empresa, siendo C el volumen de recursos propios, D el volumen de recursos ajenos y que $C + D$ es el pasivo total = activo total = A resulta:

$$i_o = i_c \cdot \frac{C}{A} + i_d \cdot \frac{D}{A} = i_c \cdot \frac{C}{C+D} + i_d \cdot \frac{D}{C+D}$$

Esta ecuación se puede escribir en función de la relación de endeudamiento: $e = D/C$.

$$i_o = i_c \cdot \frac{C}{C+D} + i_d \cdot \frac{D}{C+D} = \frac{i_c}{1+e} + i_d \cdot (1-e)$$

Para una empresa en situación estable o en crecimiento se suele verificar la siguiente ordenación:

$$i_c > i_o > i_d > i_f$$

siendo i_f el tipo de interés al que se retribuyen los activos sin riesgo (deuda pública a largo plazo). Se observa que el tanto de coste medio ponderado se sitúa entre los tantos de coste de los recursos propios y de los recursos ajenos.

En el caso de empresas que se acaban de constituir (*start ups*) se dan las siguientes circunstancias:

- El segundo sumando es igual a cero porque, la empresa, aún no se ha endeudado.
- Para evaluar el coste de los recursos propios i_c no se dispone de información histórica.

Por otra parte, en la medida que el coste medio ponderado se vaya a utilizar como tipo de interés para descontar los rendimientos netos (flujos de caja), en su cálculo solamente deberían tener en cuenta el coste de los recursos propios y el de los recursos ajenos a largo plazo. Los recursos ajenos a corto tienen como objetivo principal financiar el capital circulante de la empresa y solo marginalmente se aplican a la financiación de inversiones.

En cuanto al coste de los recursos ajenos se ha de tener en cuenta que los intereses son deducibles en el impuesto de sociedades por lo que su tanto de coste real debe ser menor que el fijado en el contrato para el pago de intereses. En el planteamiento que se viene haciendo en este tema, al calcular los tantos efectivos de coste, se ha tenido en cuenta la incidencia impositiva de las diferentes fuentes de financiación, además de los diferentes gastos, unilaterales y bilaterales que encarecen el coste efectivo de la financiación. Pero, si al efectuar los cálculos no se hubiera tenido en cuenta el efecto del impuesto de sociedades, se podría tener en cuenta de la siguiente forma aproximada:

$$i_d = i'_d \cdot (1 - t)$$

siendo:

- i'_d el tanto de coste sin tener en cuenta el efecto impositivo.
- i_d el tanto de coste incluido el efecto impositivo.
- t el tipo impositivo del impuesto.

En el caso de que también se tenga en cuenta el efecto de la inflación, el coste real de los recursos ajenos se obtendría como se indica a continuación, teniendo en cuenta que la relación entre los tipos de interés monetario $i_{d,m}$ y real $i_{d,r}$ es la siguiente:

$$(1 + i_{d,m}) = (1 + i_{d,r}) \cdot (1 + \alpha_m) \Rightarrow i_{d,r} = \frac{i_{d,m} - \alpha_m}{(1 + \alpha_m)}$$

El coste de capital medio ponderado, que se ha descrito anteriormente se conoce como enfoque tradicional, es el planteamiento más utilizado en la práctica y también el que más se ha tratado en los libros sobre finanzas empresariales.

Otro enfoque, que relaciona el tanto de coste con el tipo de interés para evaluar los proyectos de inversión de la empresa, es el modelo de valoración de activos financieros ó CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), ya que proporciona un criterio objetivo para especificar el valor de i_c (coste del capital propio). Este modelo se estudia en la denominada teoría de la selección de carteras de valores de renta variable, cuyo contenido rebasa los objetivos de este manual.

A efectos de valoración financiera, el modelo CAPM equipara la rentabilidad esperada $E(r_s)$ de las acciones de la empresa s con el coste de los recursos propios i_c ; La expresión viene dada por la ecuación de la SML (*Security Market Line*) o línea del mercado de títulos:

$$E(r_s) = i_c = r_f + \beta_s \cdot [E(r_M) - r_f]$$

Esta ecuación mide las expectativas de rentabilidad de los accionistas de la empresa s . Indica que los inversores exigen una rentabilidad igual al tanto de rentabilidad de los activos financieros libres de riesgo r_f más una cantidad adicional, que se obtiene al aplicar el coeficiente β_s a la prima de riesgo del mercado $[E(r_M) - r_f]$. El coeficiente β mide la volatilidad (o variabilidad) de la rentabilidad de esas acciones y, para su estimación, se suelen utilizar datos históricos de al menos cinco años.

Debe observarse que entre esta última ecuación y la obtenida para el tanto de coste hay cierta semejanza. En efecto, partiendo de la ecuación del tanto de cos-

te medio y después de multiplicar por $\frac{C+D}{C}$ resulta:

$$i_0 = i_c \cdot \frac{C}{C+D} + i_d \cdot \frac{D}{C+D} \Rightarrow i_0 \cdot \frac{C+D}{C} = i_c + i_d \cdot \frac{D}{C}$$

tras despejar i_c y sacar factor común se obtiene:

$$i_c = i_0 + \frac{D}{C} \cdot (i_0 - i_d)$$

al comparar las dos ecuaciones se observa la semejanza entre la ecuación de la SML y la del tanto de coste de los recursos propios.

RESUMEN DE TEMA

La empresa ha de utilizar diferentes fuentes de financiación para poder desarrollar su actividad.

La financiación de la empresa tiene, a grandes rasgos, dos procedencias diferentes:

- Financiación interna, también denominada autofinanciación, que está integrada por los beneficios retenidos o reservas (financiación de enriquecimiento) y por las amortizaciones y provisiones (financiación de mantenimiento). La financiación interna procede de la propia actividad de la empresa.
- Financiación externa, en forma de préstamos, empréstitos de obligaciones, emisión de acciones, etc. La financiación externa procede básicamente del entorno de la empresa, denominado Sistema Financiero, que se ha estudiado en el tema 1.

Desde el punto de vista del análisis de la estructura financiera de la empresa interesa más distinguir entre:

- Financiación propia: Es el pasivo no exigible. Se compone de la autofinanciación y las aportaciones que realizan los accionistas a través de las ampliaciones de capital.
- Financiación ajena: Es el pasivo exigible. Son recursos que proceden de personas ajenas a la empresa (frecuentemente entidades financieras). Se distingue entre recursos ajenos a largo plazo y recursos ajenos a corto plazo.

En este tema se describen los aspectos más destacados de las principales fuentes de financiación.

Cada fuente de financiación tiene un coste efectivo que se ha de calcular para:

- Conocer el coste efectivo de las diferentes fuentes de financiación.
- Realizar comparaciones con otras alternativas de financiación.
- Obtener el coste de capital medio ponderado para la empresa, es decir, el coste efectivo total por adoptar una estructura financiera determinada que es una media ponderada de los costes efectivos de cada medio financiero.

La obtención del tanto de coste medio ponderado de la estructura financiera de la empresa permite relacionar las decisiones de financiación con las de inversión ya que, el coste medio de la financiación, es la rentabilidad mínima que la empresa debe exigir a sus inversiones para que sean aceptadas pues, de lo contrario, el proyecto no produciría beneficio.

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. La empresa Z sigue una política de dividendos anuales crecientes a un ritmo del 5% anual. El dividendo que se pagará dentro de un año es de cuantía 1,2 euros. Sabiendo que el precio al que cotizan sus acciones es 12 euros, calcular el tanto de coste del capital propio de la empresa.
2. La empresa Z del ejercicio anterior desea conocer el tanto de coste a aplicar a las reservas que aparecen en el Balance. El tipo impositivo medio de los accionistas es el 30% y la comisión que perciben las entidades que se encargan del pago de los dividendos es el 2,5%.
3. La empresa X va a efectuar una renovación de sus instalaciones que requiere una inversión de diez millones de euros y se han de obtener a través de una ampliación de capital. Antes de iniciarse la ampliación, la empresa tiene en circulación 2 millones de acciones de nominal 5 euros cada una y su precio de mercado es 16 euros. Al plantear su diseño se desea que el precio teórico después de la ampliación se sitúe en 12 euros. Obtener:
 - a) Número de acciones nuevas que han de emitirse.
 - b) Proporción de la ampliación.
 - c) Precio al que han de emitirse las nuevas.
 - d) Valor teórico del derecho de suscripción.
4. Una empresa necesita utilizar una maquinaria cuyo precio en el mercado es de un millón de euros, pero como tiene dificultades de financiación decide arrendarlo acudiendo a una entidad especializada en operaciones de *leasing*. La entidad estudia la operación y, tras comunicar su oferta a la empresa, se acuerda alquilar la maquinaria por un plazo de 5 años sin que se contemple el ejercicio de la opción de compra pues se estudiará la sustitución por otro de tecnología más avanzada en ese momento. Las cuotas del alquiler mensual y prepagable son de 23.789,93 euros. Sabiendo que los alquileres son deducibles en el impuesto de sociedades al tipo del 20%, calcular el tanto de coste de esta operación en los casos:
 - a) La empresa no puede deducir las cuotas de alquiler.
 - b) La empresa obtiene beneficio y por lo tanto, deduce las cuotas de alquiler.
5. Se dispone de la siguiente información: El tipo de interés libre de riesgo (deuda pública) es el 5%, la prima de riesgo del mercado es el 6% y la beta de las acciones de la empresa Z es el 1,2. Obtener el tanto de coste del capital de estas acciones.

ACTIVIDADES

En este tema, se han estudiado las fuentes de financiación de la empresa y se ha puesto énfasis en la importancia de calcular el tanto efectivo de coste de cada una de esas fuentes. Dado que las entidades de crédito intervienen de manera intensa en la financiación de las empresas, es importante conocer con detalle la normativa que obliga a esas entidades y que viene recogida en la Circular 8/90 del Banco España que trata sobre la «*Transparencia de las Operaciones y Protección de la Clientela*».

La actividad a realizar consiste en entrar en la página web del Banco de España y buscar, dentro de la normativa, la citada Circular. Una vez localizada, el alumno debe leerla detenidamente para conocer cuáles son las obligaciones de las entidades con sus clientes, tanto en cuanto a información detallada que se les debe proporcionar sobre los tipos de interés, las comisiones, la publicidad, etc., como en cuanto a las normas sobre la valoración de los cargos y abonos en las cuentas activas y pasivas, en cuentas corrientes, de crédito y libretas de ahorro.

Especial atención se debe prestar a la norma octava, en la que se establece la forma de calcular el TAE (Tanto Anual Equivalente) y en la que se detallan las comisiones y demás gastos que se han de tener en cuenta. También es de interés leer el capítulo II referente al Servicio de Reclamaciones del Banco de España a donde pueden acudir los clientes de las entidades en el caso de que estimen que se ha producido errores o alguna situación de abuso. Previamente se ha de acudir al Defensor del Cliente de la entidad (todas las entidades de crédito han de disponer de un defensor del cliente de acuerdo con la orden ministerial de Economía, ECO/734/2004, de 11 de marzo, sobre los departamentos de atención al cliente y el defensor del cliente de las entidades financieras).

Otra lectura recomendable es el *Informe Anual* del Banco de España, para conocer los aspectos más relevantes sobre la situación económica y financiera general y la que afecta a las empresas en particular.

Otra actividad a realizar es la resolución de ejercicios de financiación empresarial para familiarizarse con la valoración de estas operaciones y el cálculo de los tantos de coste. Para ello se recomienda utilizar los libros de contenido práctico que se indican en la bibliografía, comprobando después los resultados. Si no se han resuelto correctamente se han de analizar cuáles son los errores cometidos para corregirlos en los siguientes ejercicios.

BIBLIOGRAFÍA

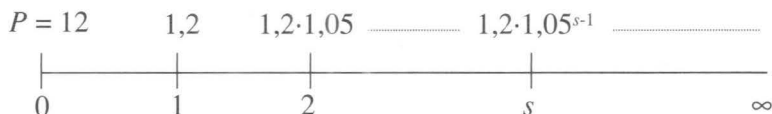
- BREALEY, R.; MYERS, S. (2006): *Principios de Finanzas Corporativas*. Ed. McGraw-Hill Interamericana de España, Madrid.
- SESTO, M. (2006): *Manual de Teoría de la Financiación*. Ed. Universitaria Ramón Areces.

- FUENTE SÁNCHEZ, D. de la (2006): *Ejercicios de valoración financiera*. Ed. Universitaria Ramón Areces.
- GONZÁLEZ CATALÁ, V. T. (1991): *Enfoque práctico de las Operaciones de la Matemática Financiera*. Madrid. Ed. Ciencias Sociales.
- PABLO LÓPEZ, A. de (2007): *Manual Práctico de Matemática Comercial y Financiera*. Madrid. Ed. Universitaria Ramón Areces.
- (2002): *Valoración Financiera*. Ed. Universitaria Ramón Areces. Madrid.
- PABLO, A. de; FERRUZ, L. (2001): *Finanzas de Empresa*. Ed. Universitaria Ramón Areces, Madrid.
- PABLO, A. de; FERRUZ, L. y SANTAMARÍA, R. (1990): *Análisis Práctico de Decisiones de Inversión y Financiación en la Empresa*. Ed. Ariel, Barcelona.
- PÉREZ CARBALLO, A. y J. y VELA, E., (2001): *Principios de Gestión Financiera de la Empresa*. Ed. Alianza Universidad.
- SUÁREZ, A. S. (2005): *Decisiones Óptimas de Inversión y Financiación en la Empresa*. Ed. Pirámide, Madrid.

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. Datos: $D = 1,20 \text{ €}$; $P_0 = 12 \text{ €}$; $g = 5\%$

Los dividendos crecen en razón $q = 1,05$



La ecuación de equivalencia financiera es:

$$12 = \frac{1,2}{1 + i_c - 1,05} = \frac{1,2}{i_c - 0,05} \Rightarrow i_c = \frac{1,2}{12} + 0,05 = 15\%$$

2. Los datos son: $i_c = 15\%$; $t = 30\%$; $co = 2,5 \text{ ‰}$.

El tanto de coste es:

$$i_{au} = i_c \cdot (1 - t) \cdot (1 - co) = 15 \cdot (1 - 0,3) \cdot (1 - 0,0025) = 10,47\%$$

3. Los datos son:

$$N' \cdot P' = 10 \text{ millones €}; N = 2 \text{ millones acciones}; C = 5 \text{ €}; P = 16 \text{ €}; P_d = 12 \text{ €}.$$

- a) La ecuación de equilibrio patrimonial permite calcular el número de acciones nuevas

$$2.000.000 \cdot 16 + 10.000.000 = N_d \cdot 12 \Rightarrow$$

$$N_d = 42.000.000 / 12 = 3.500.000 = N + N' \Rightarrow$$

$$N' = N_d - N = 3.500.000 - 2.000.000 = 1.500.000 \text{ acciones nuevas}$$

- b) La proporción de la ampliación es:

$$\frac{N'}{N} = \frac{1.500.000}{2.000.000} \Rightarrow \frac{n}{v} = \frac{3}{4}$$

- c) Dado que la empresa ha de obtener 10 millones de euros con la ampliación, el precio al que han de emitirse las nuevas es:

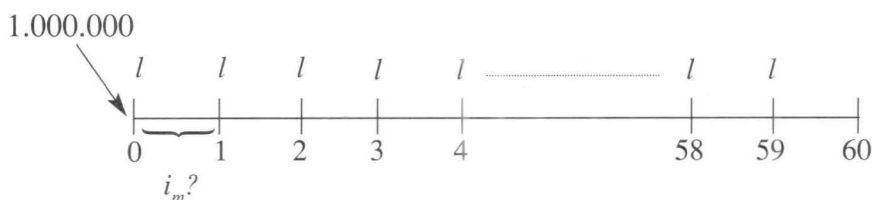
$$N' \cdot P' = 10.000.000 = 1.500.000 \cdot P' \Rightarrow$$

$$P' = \frac{10.000.000}{1.500.000} = 6,67$$

- d) El valor teórico del derecho de suscripción es la diferencia entre el precio antes de la ampliación y después de la ampliación.

$$d = P - P_d = 16 - 12 = 4 \text{ €}$$

4. El esquema gráfico con $l = 23.789,93 \text{ €}$ es:



- a) La ecuación de equivalencia establece:

$$1.000.000 = 23.789,93 \cdot \ddot{a}_{\overline{60}|i_{12}} \Rightarrow i_{12} = 0,0125 \text{ (1,25\%)}$$

En consecuencia, el tanto nominal es: $j_{12} = 12 \cdot 1,25 = 15\%$ y

El tanto de coste efectivo anual es i_t :

$$i_t = (1 + 0,0125)12 - 1 = 0,1607545 \text{ (16,075\%)}$$

- b) Si la empresa, como lógico, deduce las cuotas de alquiler que se pagan en cada año

$$1.000.000 = 23.789,93 \cdot \ddot{a}_{\overline{60}|i_{12}} - 57.095,83 \cdot a_{\overline{5}|i} \Rightarrow i$$

Siendo $57.095,83 = 12 \cdot 23.789,93 \cdot 0,2$.

Para resolver la ecuación, hay que utilizar un solo tipo de interés i_{12} ; para ello, el sustraendo, se transforma teniendo en cuenta la relación de tantos equivalentes: $1 + i = (1 + i_{12})^{12}$:

$$57.095,83 \cdot a_{\overline{5}|i} = 57.095,83 \cdot \frac{1 - (1 + i)^{-5}}{i} = 57.095,83 \cdot \frac{1 - (1 + i_{12})^{-60}}{(1 + i_{12})^{12} - 1}$$

Después de sustituir esta expresión en la ecuación anterior se obtiene $i = 5,76\%$

5. La ecuación para obtener el coste de capital de acuerdo con el modelo C.A.P.M. es:

$$i_c = r_f + b_i \cdot [E(r_M) - r_f] = 5 + 1,2 \cdot 6 = 12,5\%$$

GLOSARIO DE TÉRMINOS

Ampliaciones de capital: Consisten en la emisión de nuevas acciones con objeto de obtener capitales con los que financiar a la empresa. Son recursos propios externos, ya que proceden de los accionistas a diferencia de la autofinanciación que corresponde a recursos generados internamente por la propia empresa.

Arrendamiento financiero, o *leasing*: Contrato de arrendamiento con opción de compra que puede utilizar la empresa como forma de financiación a medio y largo plazo, ya que le permite utilizar activos reales (por ejemplo, maquinaria, vehículos, inmuebles, material informático, etc.) sin necesidad de disponer de fondos propios o de acudir a préstamos bancarios.

Autofinanciación: Recursos generados por la empresa en el ejercicio de su actividad comercial o productiva y que retiene para incorporarlos como medio de financiación. Son, por ello, beneficios retenidos que pasarán a incrementar las reservas de la empresa.

Crédito en cuenta corriente: Operación por la que la entidad financiera pone a disposición de su empresa cliente un capital para que lo vaya empleando según sus necesidades hasta el límite fijado en el contrato. Los créditos en

cuenta corriente son operaciones de financiación a corto plazo para las empresas.

Defensor del cliente: Figura que las entidades financieras suelen crear para atender las quejas y reclamaciones de sus clientes. En todo caso, las entidades han de disponer de un Servicio de Atención al Cliente. Si un cliente no obtiene una respuesta satisfactoria a su queja por parte del Defensor, puede recurrir al Servicio de Reclamaciones del Banco de España.

Factoring: Forma de financiación que puede utilizar la empresa y consiste en la venta de la cartera de clientes y efectos a cobrar a una empresa denominada *factor*. Las empresas de factoring están especializadas en la gestión de cobro y en la prestación de algunos servicios adicionales como la financiación de la cartera, el análisis de la solvencia de las empresas deudoras y la cobertura del riesgo de impagados.

Financiación: Obtención de los recursos necesarios para que la empresa pueda cumplir con sus objetivos. Desde la perspectiva matemática financiera, la empresa se financia cuando en primer lugar se reciben los capitales necesarios para realizar las inversiones y después se van devolviendo poco a poco de acuerdo con lo que indique el contrato de financiación.

Financiación ajena: Recursos que proceden de personas ajenas a la empresa, como, por ejemplo, las entidades financieras. Se han de retribuir (pagar intereses) de acuerdo con lo pactado en el contrato de financiación y se han de devolver (amortizar) en los plazos previstos en el contrato. Constituyen el denominado pasivo exigible.

Cuarta parte

El análisis financiero de la empresa

Es una parte que completa la parte esencial de la gestión financiera y en ella se estudia el equilibrio económico-financiero de la empresa, el fondo de maniobra, el periodo medio de maduración económico y financiero en la empresa, así como los ratios económicos, financieros y bursátiles más importantes, el apalancamiento financiero y el riesgo que comporta, etc.

Esta parte se desarrolla en dos temas:

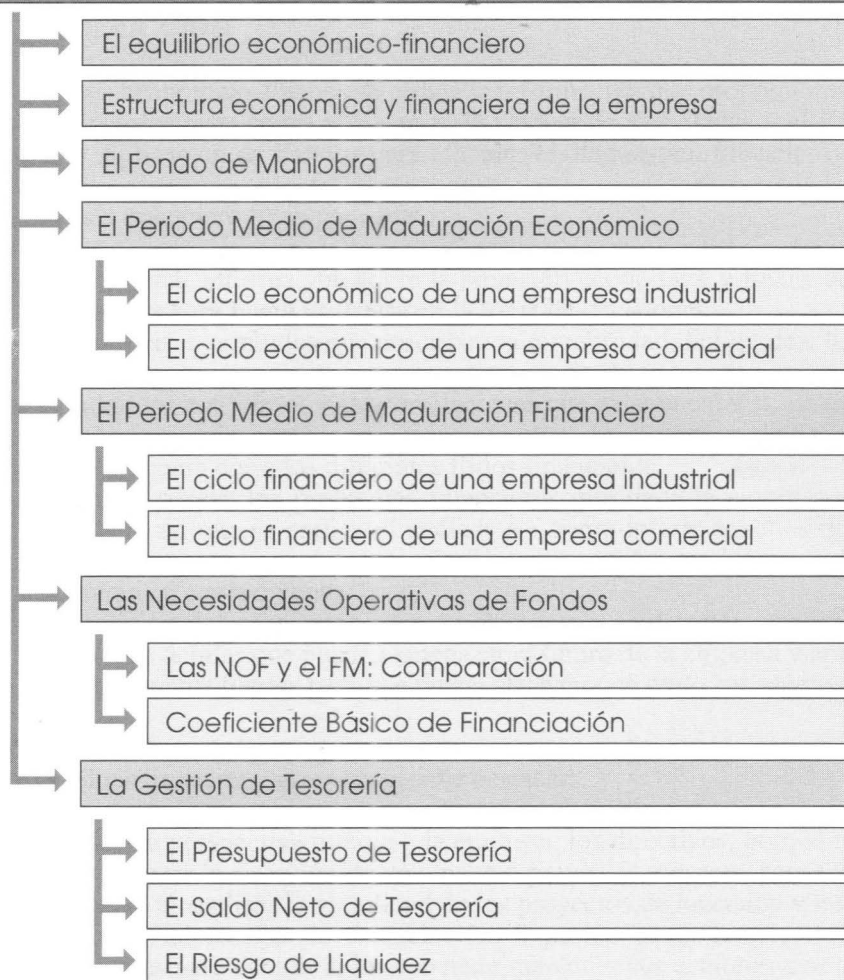
- En el tema 9 se estudia el equilibrio económico-financiero de la empresa, analizando el fondo de maniobra, el periodo medio de maduración económico y financiero, así como las necesidades operativas de fondos y la gestión de la tesorería de la empresa.
- En el tema 10 se realiza el análisis de la empresa a través de diversos ratios de rentabilidad, de liquidez, de estructura, de solvencia y de rotación, así como de otros ratios de tipo financiero-bursátil. También se analiza cómo se manifiesta el efecto del apalancamiento financiero al incrementarse el endeudamiento y cómo crece también el riesgo.

TEMA 9

EL EQUILIBRIO FINANCIERO EN LA EMPRESA

GUIÓN-ESQUEMA

EL EQUILIBRIO FINANCIERO EN LA EMPRESA



CONTENIDO

1. El equilibrio económico-financiero

1.1. Introducción

El análisis económico-financiero utiliza la información que proporcionan los estados financieros tales como el Balance, la Cuenta de Resultados y el Estado de Origen y Aplicación de Fondos para efectuar el diagnóstico financiero de la empresa.

El análisis financiero tiene por objeto:

- Proporcionar información sobre la situación económica y financiera de la empresa para luego utilizarla en la toma de decisiones.
- Obtener las magnitudes que describen la rentabilidad, la liquidez, la solvencia, etc.
- Estudiar los equilibrios y las correlaciones que existen entre la estructura económica, o de inversiones, y la estructura financiera, o de financiación, así como entre los diferentes flujos financieros.
- Poner de relieve los problemas financieros que tiene la empresa en el momento en que se realiza el análisis así como inferir aquellos que se puedan presentar en el futuro si se mantienen las tendencias que se observan en ese momento.
- Contribuir a dar soluciones a los problemas que se detecten, corrigiendo los puntos débiles que pueden amenazar el futuro de la empresa y aprovechar los puntos fuertes para que pueda alcanzar con éxito sus objetivos.

Son muchas las personas interesadas en conocer la información que proporciona el análisis financiero, entre otras cabe destacar:

- Desde una perspectiva interna a la empresa, los directivos, porque necesitan conocer la situación de una manera precisa y concreta, para tenerla en cuenta al analizar la viabilidad de los proyectos de inversión y las formas más adecuadas de financiación. También están interesados los accionistas para decidir si les conviene mantener sus acciones o venderlas, así como a los empleados y a los sindicatos que les representan.

- Desde una perspectiva externa a la empresa, están interesadas las entidades financieras, para poder decidir si es conveniente o no conceder los créditos solicitados por la empresa. También interesa a los clientes, proveedores, auditores, asesores financieros, inversores, Hacienda Pública, competidores, etc.

Para que el diagnóstico financiero sea útil han de darse las siguientes circunstancias:

- Se ha de basar en el análisis de todos los datos relevantes.
- Se ha de hacer a tiempo ya que, de lo contrario, perderá su efectividad.
- Debe ir acompañado de las medidas correctoras adecuadas para reducir o, si es posible, eliminar los puntos débiles y sacar provecho de los puntos fuertes.
- El diagnóstico ha de realizarse, en la medida de lo posible, día a día para que la gestión sea lo más eficaz posible. Esto ayudará, no solo a mantener a la empresa en funcionamiento (objetivo de supervivencia) sino también a cumplir los objetivos de crecimiento (aumento de las ventas y mejora de la cuota de mercado) y de rentabilidad (incrementos en la cuantía de los dividendos y la autofinanciación).

En estos dos últimos temas se va a realizar el análisis financiero de una empresa y, para ello, se han de calcular un conjunto de magnitudes a partir de la información que proporcionan los estados financiero-contables citados al inicio de este tema. También se han de comparar los valores obtenidos con los valores óptimos o ideales y con los valores medios del sector en el que opera la empresa. Se estudiará como se calcula el fondo de maniobra, las rotaciones de cada una de las fases del ciclo de explotación y sus periodos medios de maduración así como las necesidades operativas de fondos, la gestión de la tesorería, los ratios económicos y financieros más destacados, el efecto apalancamiento en la rentabilidad financiera y el riesgo del endeudamiento.

1.2. Técnicas de análisis

Para el análisis de los estados financieros se pueden emplear diferentes técnicas; el analista debe utilizar la que mejor se adapte al tipo de estudio que se esté realizando, aunque frecuentemente, será conveniente combinar algunas de estas técnicas para que el estudio resulte más completo.

Una técnica muy utilizada es la de los *ratios*, que consiste en relacionar diferentes magnitudes de los estados financieros con objeto de analizar la rentabilidad, la liquidez, la estructura financiera, la solvencia, la rotación de algunas partidas del activo o del pasivo, etc., para conocer la situación real de la empresa y su evolución en el tiempo.

Para que el análisis mediante ratios sea eficaz deben utilizarse pocos, pero que proporcionen el máximo de información a la dirección o a los inversores. Cuando se utilizan muchos ratios suele ocurrir que el análisis pierde eficacia por exceso de información, ya que, de acuerdo con ese dicho popular «los árboles impiden ver el bosque», la maraña de datos impiden discriminar lo que es importante de lo que no lo es, parte de la información es redundante y, al final, resulta poco provechosa. Este análisis mediante ratios se va a describir en el tema siguiente.

Otra forma de análisis consiste en utilizar *porcentajes* para conocer la composición relativa del activo, del pasivo y de la cuenta de pérdidas y ganancias, de manera que, partiendo de un total igual al 100%, se van obteniendo los porcentajes que representan cada una de las partidas de acuerdo con la estructura vertical del estado financiero que se esté analizando. La comparación de esos porcentajes a lo largo de un horizonte temporal de varios años permite obtener una información dinámica que resultará muy útil para conocer la evolución de cada una de las magnitudes. Por otra parte, si se dispone de una tabla de porcentajes deseables, se pueden conocer las desviaciones que se están produciendo y, en consecuencia, se estará en condiciones de tomar las decisiones correctoras que se consideren necesarias.

Cuando se desea tener una descripción *gráfica* que permita visualizar la situación de algunas partes de los estados financieros es útil la utilización de diagramas de sectores o de líneas y, en general, cualquier forma de representación gráfica que ayude a destacar los aspectos más relevantes de la información financiera disponible.

Otra técnica es la utilización de *números índices* de manera que, tomando como referencia un ejercicio económico al que se le asigna un índice 100, se van calculando para los ejercicios sucesivos los valores que toma el índice en cada una de las partidas analizadas y así se puede observar cuales son las que crecen y cuales las que disminuyen y concluir cuales son las tendencias que se están manifestando.

2. Estructura económica y financiera de la empresa

El balance refleja la situación económico-financiera de la empresa en un momento dado. En él, aparecen los bienes y derechos que tiene la empresa, por lo tanto constituyen su activo; también aparecen los recursos financieros, tanto propios como ajenos, que está utilizando la empresa y por ello constituyen su pasivo.

En el activo se concreta la estructura económica de la empresa y es el resultado de las decisiones de inversión que se han ido realizando a lo largo del tiempo. En el pasivo se concreta la estructura financiera de la empresa, que contiene el conjunto de obligaciones que tiene contraídas con sus accionistas y con terceros en un momento dado y es el resultado de las decisiones de financiación que se han ido tomando a lo largo del tiempo. En consecuencia, se verifica:

ACTIVO = PASIVO
 INVERSIÓN = FINANCIACIÓN
 Empleo de los recursos = Origen de los recursos

El activo se agrupa en dos partes o bloques:

- El *activo no corriente*, activo fijo, o inmovilizado, que es el resultado de las inversiones a largo plazo. Está integrado por todos los bienes (y servicios) duraderos que tiene la empresa; estos bienes se van amortizando año a año, de manera que, cuando llegue el momento de su renovación, se habrá recuperado el capital invertido.
- El *activo corriente* o activo circulante, que es el resultado de las inversiones a corto plazo. Está integrado por los bienes (y servicios) que necesita la empresa para desarrollar su actividad de manera que se asegure el correcto funcionamiento del ciclo de explotación o ciclo dinero-mercancías-dinero. El activo circulante se desdobra a su vez, en función de sus características y de su liquidez, en:
 - Existencias: Mercaderías, materias primas, productos terminados, etc. (que corresponden al proceso productivo o comercial de la empresa).
 - Clientes o realizable: Clientes y efectos a cobrar (derechos de cobro que proceden de las ventas a crédito).
 - Tesorería o disponible: Dinero disponible en caja y en bancos y activos financieros con vencimiento a corto plazo y liquidez garantizada.

El Plan General contable de 2007 ha sustituido las denominaciones clásicas de activo circulante y activo fijo o inmovilizado por las nuevas de *activo corriente* y de *activo no corriente*. Este aspecto ha de tenerlo en cuenta el lector ya que, en la bibliografía existente en este momento (año 2010) sobre análisis financiero, encontrará frecuentemente la denominación antigua o clásica. Aquí se utilizará una denominación u otra indistintamente una vez que se ha establecido la correspondencia terminológica que se acaba de citar.

Desde la perspectiva del análisis que se efectuará más adelante, el activo corriente se compone de dos partes:

- La parte estable, que corresponde a las necesidades cíclicas que tiene la empresa (ciclo dinero-mercancías-dinero). Es el capital que la empresa tiene invertido en el proceso productivo o comercial y está rotando continuamente, por ello, aunque teóricamente es líquida, financieramente está inmovilizada por lo que debe financiarse con capitales permanentes. Son las necesidades operativas de fondos que tiene la empresa.
- La parte que fluctúa, que corresponde a los flujos de tesorería y sirven para atender a los pagos que se hayan de realizar a corto. Estos activos

apenas generan rentabilidad por lo que su cuantía debe ajustarse a la secuencia de pagos previstos.

El pasivo se agrupa en tres partes o bloques:

- El *patrimonio neto* o pasivo no exigible, que es la suma de:
 - Las aportaciones de los socios (o accionistas) al capital social.
 - Los beneficios netos que retiene la empresa y que pasan a reservas.
- El *pasivo no corriente* o exigible a largo plazo, lo integran las deudas de la empresa con vencimiento superior a un año. Destacan en este bloque los préstamos y los empréstitos estudiados en el tema anterior; también se pueden citar los avales y los efectos a pagar a largo plazo, entre otros.
- El *pasivo corriente* o exigible a corto plazo, lo integran las deudas de la empresa con vencimiento inferior a un año. Destacan en este bloque, los proveedores y efectos comerciales a pagar, los acreedores, los créditos en cuenta corriente, el descuento bancario, etc.

Al igual que ocurría en el activo, el Plan General contable de 2007 ha sustituido las denominaciones clásicas de pasivo no exigible o neto patrimonial, exigible a largo plazo y exigible a corto plazo por las nuevas de patrimonio neto, activo corriente y activo no corriente.

Aquí se utilizarán de forma indistinta ambas denominaciones, la clásica, anterior al tan citado Plan contable de 2007, que el lector encontrará en la mayor parte de la bibliografía existente en este momento (año 2010) y la que surge del Plan 2007.

A la suma del neto patrimonial y el exigible a largo plazo se le denomina *capitales o recursos permanentes* porque financian a la empresa por un largo periodo temporal.

Un esquema gráfico del Balance resumido, con los bloques que se acaban de citar, es el siguiente:

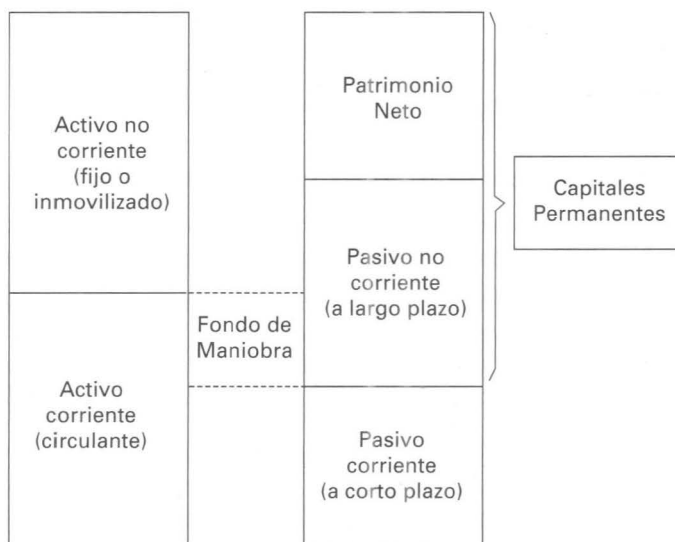


Figura I

Hay algunas reglas básicas, para el funcionamiento «normal» de la empresa, que relacionan partes del activo con otras de pasivo. Por ejemplo:

- Una regla es que el activo fijo se debe financiar con capitales permanentes. En efecto, si parte del citado activo se financiase con pasivo corriente, la empresa podría tener problemas de financiación a corto plazo cuando, al vencimiento de algunas de esas deudas, no se puedan renovar.
- Otra regla es que el activo corriente se debe financiar, no solo con pasivo corriente sino también con capitales permanentes. En efecto, hay parte del activo corriente, por ejemplo las existencias, que la empresa necesita para mantener su proceso productivo, de manera que, a medida que van saliendo del almacén, se deben reponer por otras para que el citado proceso no se interrumpa; por ello, aunque las existencias se utilizan en el corto plazo, las sucesivas reposiciones hacen que se conviertan, en la práctica, en necesidades de financiación a largo plazo. Sin embargo, esta regla no tiene porqué verificarse siempre, tal como se verá más adelante.

3. El Fondo de Maniobra

Se denomina *Fondo de Maniobra* (FM), Fondo de Rotación (FR) o Capital de Trabajo (CT) (en inglés, *Working Capital*) a la parte del activo corriente que se financia con pasivo no corriente, es decir, con recursos a largo plazo. Se puede obtener de varias formas, entre las que destacan las dos siguientes:

$$FM = \text{Activo Corriente} - \text{Pasivo Corriente}$$

$$FM = \text{Capitales Permanentes} - \text{Activo Fijo}$$

La segunda forma destaca que el FM es el margen de maniobra que le queda a la empresa para financiar la actividad corriente después de haber financiado el activo fijo.

En el esquema gráfico del balance, que se ha descrito en la figura 1, se observa que $FM > 0$ por lo que, parte del activo corriente se financia con capitales permanentes. También puede presentarse el caso en que $FM = 0$, es decir, que el activo corriente se financia estrictamente con el pasivo corriente. Finalmente, puede suceder que $FM < 0$, en este caso, parte del activo fijo se financia con pasivo corriente (recursos ajenos a corto plazo).

En general, estos dos últimos casos indican una situación financiera comprometida para la empresa que debe corregir con urgencia para que la financiación del activo corriente no dependa exclusivamente del pasivo corriente ya que, en el caso de no renovación de algunos créditos bancarios a corto plazo, la empresa necesitará vender activos fijos u otros que se están utilizando en el proceso de producción. Pero que el fondo de maniobra sea negativo no siempre indica una situación comprometida tal como se va a explicar a continuación.

En algunas empresas comerciales, especialmente del sector de distribución, (tales como Carrefour, El Corte Inglés, Inditex, Eroski, etc.) el FM es negativo y sin embargo están en una buena situación financiera a corto plazo porque a los proveedores, se les paga en un plazo de tiempo mayor que la suma de los tiempos de estancia de las mercancías en el almacén y de cobro a los clientes. Son empresas con una fuerte capacidad de negociación frente a los proveedores mientras que a los clientes se les suele cobrar al contado. En estos casos, el crédito de los proveedores (pasivo corriente) financia la actividad corriente de la empresa y parte del activo fijo y la empresa está en una buena situación desde esta perspectiva. Esto se comprenderá mejor al estudiar los periodos medios de maduración en los siguientes epígrafes.

En situación opuesta a la anterior se encuentran las empresas industriales que tienen periodos de maduración muy largos como, por ejemplo, las empresas de construcción naval, aeronáutica, etc., o aquellas que fabrican activos de lenta elaboración como las bodegas que producen vino, que requieren años de crianza. En estos casos se requiere un fondo de maniobra positivo elevado.

Para algunos autores, la composición más adecuada del activo corriente es aquella en la que la suma del disponible y el realizable sea aproximadamente igual al pasivo corriente, mientras que las existencias deberían financiarse con capitales permanentes porque si se tratasen de transformar en dinero se dificultaría el proceso productivo de la empresa tal como se ha comentado anteriormente. Este punto de vista, implica que el fondo de maniobra sea positivo ($FM > 0$).

Si se analiza con más detenimiento lo indicado en el párrafo anterior, se puede precisar más, ya que el realizable (clientes y efectos a cobrar) también tiene

las características de un activo fijo por las sucesivas sustituciones de los efectos que se van cobrando, por otros nuevos, consecuencia de las ventas a crédito que efectúa la empresa de manera continuada, de acuerdo con los usos y costumbres del sector en el que opera la empresa, por lo que también debería financiarse con capitales permanentes.

En todo caso, ha de tenerse en cuenta que la composición del activo corriente y el pasivo corriente dependerá del sector económico en el que está situada la empresa y de la duración del ciclo de explotación, teniendo en cuenta los plazos de cobro y de pago; si los plazos de pago son significativamente superiores a los plazos de cobro el FM puede ser negativo y sin embargo la empresa encontrarse en buena situación financiera y con liquidez suficiente.

De acuerdo con lo que se acaba de comentar, si se realiza un análisis más riguroso se ha de tener en cuenta que el fondo de maniobra se desglosa en dos partes:

- La tesorería neta (TN), que es la suma de los recursos líquidos que tiene la empresa y se calcula como diferencia entre:
 - La tesorería propiamente dicha o activos líquidos disponibles en caja y bancos así como los activos financieros que la empresa posea en su cartera de títulos y siempre que tengan su liquidez garantizada en los mercados secundarios (por ejemplo, letras del tesoro, obligaciones del estado, etc.).
 - El pasivo de tesorería, es decir, las deudas a corto plazo que la empresa tiene con las entidades de crédito como, por ejemplo, los créditos en cuenta corriente, el descuento financiero, los descubiertos en cuenta corriente, etc.
- Las Necesidades de Fondo de Maniobra (NFM) que sirven para financiar la actividad productiva de la empresa en condiciones normales; se conocen también como Necesidades Operativas de Fondos (NOF) porque miden la inversión neta que ha de realizar la empresa para mantener el proceso productivo. Básicamente es la diferencia entre los valores promedio siguientes:

$$\text{NOF} = \text{Existencias} + \text{Cuentas a cobrar} - \text{Cuentas a pagar}$$

Para calcular las necesidades operativas de fondos es preciso obtener previamente el Periodo Medio de Maduración (PMM) del ciclo de explotación de la empresa, o ciclo dinero-mercaderías-dinero¹, que viene medido por el número de días que transcurren desde que se adquieren las mercaderías (o se pagan a los proveedores) hasta el cobro de las ventas a los clientes; es lo que se va a estudiar en los epígrafes siguientes, distinguiendo entre el PMM económico y el PMM

¹ Se podría denominar con más propiedad ciclo: dinero-mercaderías-derechos de cobro-dinero.

financiero. El ciclo de explotación de la empresa es diferente según se trate de una empresa comercial o industrial.

4. El Periodo Medio de Maduración Económico

En la empresa existen básicamente dos ciclos económicos:

- Uno es el ciclo a largo plazo, que está asociado a las inversiones que se realizan en activos fijos y que se van amortizando a lo largo de varios años.
- El otro es el ciclo a corto plazo, que es al que nos hemos referido anteriormente y el que se va a estudiar aquí.

El ciclo a largo plazo, a medida que transcurre el tiempo, se va integrando en el ciclo a corto o de explotación a través del mecanismo de las amortizaciones.

Cuando se analiza el ciclo de explotación se ha de distinguir entre una empresa industrial y una empresa comercial, ya que en estas últimas el ciclo es más corto. También se ha de distinguir entre periodo de maduración económico y periodo de maduración financiero. A continuación se va a analizar el ciclo de explotación calculando, en cada fase del ciclo:

- La rotación, que mide el número de veces que se repite el ciclo en el año. Por ejemplo, si en el año se han adquirido cien millones de euros en materias primas y las existencias de materias primas en el balance alcanzan en promedio diez millones de euros significa que el almacén se vacía y llena diez veces en el año.
- El periodo medio de maduración en días. En el ejemplo anterior, el número de días que, en promedio, las materias primas ha permanecido en almacén ha sido de $365/10 = 36,5$ días, tiempo durante el cual la empresa ha de financiar el citado almacén.

El periodo medio de maduración económico mide el tiempo que transcurre desde que entran las primeras materias o las mercancías en el almacén de la empresa hasta que se venden y cobran los productos o servicios que ofrece.

4.1. El ciclo económico de una empresa industrial

El ciclo económico en una empresa industrial comprende los siguientes periodos:

- Periodo de almacenamiento de las materias primas.
- Periodo de producción o fabricación.
- Periodo de almacenamiento de los productos terminados hasta su venta.
- Periodo de cobro a clientes.

A continuación se van a analizar cada uno de estos periodos calculando la rotación en cada fase del ciclo y la duración en días de cada uno de esos periodos de maduración. Se podrá observar que estas dos magnitudes (rotación y periodo de maduración) son inversas la una de la otra.

a) Rotación y Periodo medio de almacén de materias primas:

La *rotación del almacén* de materias primas (MP) mide el número de veces que se renueva el almacén en un año. Si se anota con n_a , se obtiene:

$$n_a = \frac{\text{Consumo anual de MP}}{\text{Saldo medio del almacen de MP}} = \frac{A}{Sma}$$

Siendo:

- A el importe del consumo anual de MP a precio de coste, que se obtiene a través de la contabilidad que lleva la empresa. Para ello se suman las existencias iniciales (E_i) a las compras de MP realizadas en el ejercicio y se le restan las existencias finales (E_f).

$$A = E_i + \text{Compras en el año} - E_f$$

- Sma el saldo medio del almacén de MP en el año, que suele obtenerse así:

$$Sma = \frac{\text{Existencias iniciales} + \text{Existencias finales}}{2}$$

El *periodo medio de almacén* (t_a) o número de días que transcurren desde que las Materias Primas (MP) entran en el almacén de la empresa hasta que salen hacia el proceso productivo, se obtiene:

$$t_a = \frac{\text{Saldo medio de MP}}{\text{Consumo anual de MP}} \cdot 365 = \frac{Sma}{A} \cdot 365$$

Debe observarse que las dos magnitudes: Sma y A se miden en años por lo que al multiplicar por 365^2 se pasa a días.

² Algunos autores utilizan el año comercial de 360 días en vez del año real o civil de 365 días porque 360 tiene muchos más divisores que 365 y así se obtienen cifras mas «redondas» para el periodo medio de maduración y el error que se comete al hacer esta sustitución es pequeño, tal como se ha estudiado en el tema 3.

A la empresa le interesa acortar este periodo de maduración al mínimo para reducir el coste de la financiación de este almacén, pero procurando evitar, en lo posible, que se produzcan roturas en los stocks (que el almacén quede desabastecido de materias primas). La disminución de este periodo reduce también las posibles pérdidas por mermas y roturas en las mercancías. Al periodo de maduración que cumple estos dos requisitos se le denomina periodo de maduración óptimo.

Ejemplo: La empresa HJK ha tenido, en el último ejercicio económico, un saldo medio de materias primas en almacén de 80.000 euros y un consumo de 730.000 euros. Calcular el ratio de rotación y el periodo medio de maduración del almacén de materias primas.

Solución:

El ratio de rotación del almacén es:

$$n_a = \frac{730.000}{80.000} = 9,125 \text{ veces al año}$$

El periodo medio de maduración es:

$$t_a = \frac{80.000}{730.000} \cdot 365 = \frac{365}{9,125} = 40 \text{ días}$$

b) Rotación y Periodo medio de fabricación:

La *rotación de la fabricación* mide el número de veces que se renuevan los productos de fabricación en un año. Si se anota con n_f , se obtiene:

$$n_f = \frac{\text{Coste de la producción anual}}{\text{Saldo medio de la fabricación en curso}} = \frac{F}{Smf}$$

Siendo:

- F el coste total de la producción anual que se obtiene a través de la contabilidad que lleva la empresa en forma análoga a como se hizo para las materias primas.
- Smf el saldo medio de la fabricación en curso, que se puede obtener:

$$Smf = \frac{\text{Existencias iniciales de productos en curso} + \text{Existencias finales}}{2}$$

El *periodo medio de producción* o número de días que la empresa tarda en elaborar sus productos es:

$$t_f = \frac{\text{Saldo medio de la fabricación en curso}}{\text{Coste de la producción anual}} \cdot 365 = \frac{S_{mf}}{F} \cdot 365$$

Ejemplo: La empresa HJK ha tenido, en el último ejercicio económico, un saldo medio de fabricación en curso de 300.000 euros y un coste anual de la producción de 2,4 millones de euros. Calcular el ratio de rotación y el periodo medio de maduración de la fabricación en curso.

Solución:

El ratio de rotación del almacén es:

$$n_f = \frac{2.400.000}{300.000} = 8 \text{ veces al año}$$

El periodo medio de maduración es:

$$t_f = \frac{300.000}{2.400.000} \cdot 365 = \frac{365}{8} = 45,625 \text{ días}$$

c) Rotación y Periodo medio de venta:

La *rotación de las ventas* mide el número de veces que se renueva el almacén de productos terminados en un año. Si se anota con n_v , se obtiene:

$$n_v = \frac{\text{Coste de la producción vendida en el año}}{\text{Coste medio de las existencias de productos terminados}} = \frac{V}{S_{mv}}$$

Siendo:

- V el coste total de la producción vendida que se obtiene a través de la contabilidad que lleva la empresa, en forma análoga a como se ha hecho en los dos casos anteriores.
- S_{mv} el saldo medio de las existencias en el almacén de productos terminados, que se puede obtener:

$$S_{mv} = \frac{\text{Existencias iniciales de productos terminados} + \text{Existencias finales}}{2}$$

El *periodo medio de almacén de productos terminados* o número de días que la empresa tarda en vender los productos terminados es:

$$t_v = \frac{\text{Coste medio de las existencias de prod. terminados}}{\text{Coste de la producción vendida en el año}} \cdot 365 = \frac{Smv}{V} \cdot 365$$

Ejemplo: La empresa HJK ha tenido, en el último ejercicio económico, un saldo medio de productos terminados de 400.000 euros y el coste anual de la producción de 2 millones de euros. Calcular el ratio de rotación y el periodo medio de maduración de las ventas.

Solución:

El ratio de rotación del almacén es:

$$n_v = \frac{2.000.000}{400.000} = 5 \text{ veces al año}$$

El periodo medio de maduración es:

$$t_v = \frac{400.000}{2.000.000} \cdot 365 = \frac{365}{5} = 73 \text{ días}$$

d) Rotación y Periodo medio de cobro:

La *rotación de los clientes* mide el número de veces que estos pagan su deuda media en un año. Si se anota con n_c , se obtiene:

$$n_c = \frac{\text{Ventas anuales netas}}{\text{Saldo medio de la deuda de los clientes}} = \frac{C}{Smc}$$

Siendo:

- C el valor anual de las ventas valoradas a precio de venta, que se obtiene a través de la cuenta de resultados, en forma análoga a como se ha hecho en los casos anteriores.
- Smc el saldo medio de las cuentas de clientes y efectos a cobrar, que se puede obtener:

$$Smc = \frac{\text{Deuda inicial de los clientes} + \text{Deuda al final}}{2}$$

El número de días que la empresa tarda en cobrar los productos vendidos es:

$$t_c = \frac{\text{Saldo medio de la deuda de los clientes}}{\text{Ventas anuales netas}} \cdot 365 = \frac{S_{mc}}{C} \cdot 365$$

Ejemplo: La empresa HJK ha tenido, en el último ejercicio económico, un saldo medio de las deudas de los clientes de 250.000 euros y unas ventas a crédito de 2,5 millones de euros. Calcular el ratio de rotación y el periodo medio de maduración de las ventas.

Solución:

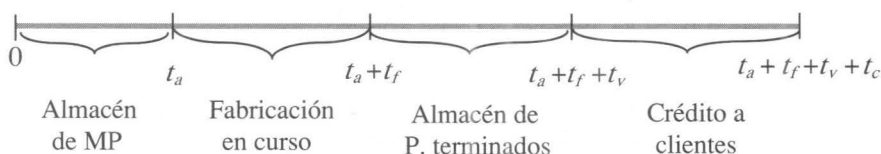
El ratio de rotación de la deuda media de los clientes es:

$$n_c = \frac{2.500.000}{250.000} = 10 \text{ veces al año}$$

El periodo medio de maduración es:

$$t_c = \frac{250.000}{2.500.000} \cdot 365 = \frac{365}{10} = 36,5 \text{ días}$$

Los periodos medios del ciclo económico de explotación de una empresa industrial se representan gráficamente así:



En consecuencia, el periodo medio de maduración económico (PMME) es la suma:

$$PMME = t_a + t_f + t_v + t_c$$

Ejemplo: En los ejercicios anteriores se han calculado los periodos medios de maduración de las diferentes fases del ciclo económico de la empresa industrial HJK. Obtener ahora la duración total de su ciclo económico completo.

Solución:

El periodo medio de maduración total ($PMME$) es la suma:

$$PMME = t_a + t_f + t_v + t_c = 40 + 45,6 + 73 + 36,5 = 195,1 \text{ días}$$

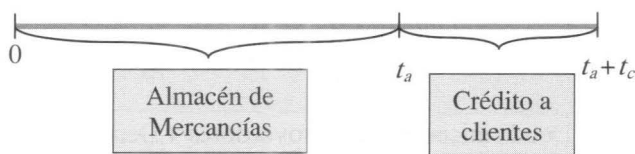
Por lo tanto, el ciclo económico de la empresa HJK dura 195,1 días.

En resumen, tal como se ha descrito anteriormente, la rotación mide el número de veces que se realizan en el año cada una de las fases descritas de almacén inicial, fabricación, almacén final y cobro a clientes. Los periodos de maduración son el resultado de dividir los días del año (365) entre el número de rotaciones que se han realizado.

4.2. El ciclo económico de una empresa comercial

En las empresas comerciales, el ciclo económico es más corto porque no se fabrican productos sino que se comercia con ellos, por lo tanto, la fase de producción en la empresa industrial aquí no hay que tenerla en cuenta; por otra parte, el almacén de materias primas y el almacén de productos terminados se sustituyen por un único almacén de mercancías.

En consecuencia, el ciclo económico se reduce al almacén de mercancías y al cobro a clientes. El esquema gráfico es ahora:



El cálculo de la rotación y el periodo medio del almacén de mercancías se efectúa de manera análoga a como se realizó para el almacén de materias primas en la empresa industrial por lo que no es preciso repetirlo. El cálculo referente al crédito a clientes se ha explicado también en el epígrafe anterior.

El periodo medio de maduración económico para una empresa comercial ($PMME$) es, por lo tanto, la suma:

$$PMME = t_a + t_c$$

5. Periodo Medio de Maduración Financiero (PMMF)

El ciclo financiero mide el tiempo que transcurre desde que se paga a los proveedores hasta que se cobra a los clientes. Es, por lo tanto, el verdadero ciclo dinero-mercancías-dinero.

El ciclo económico se inicia cuando entran las materias primas o las mercancías en el almacén de la empresa; sin embargo, el ciclo financiero se inicia más tarde, cuando se paga a los proveedores, porque estos suelen conceder crédito comercial. Por ejemplo, si se paga a los proveedores a 60 días, el ciclo financiero durará 60 días menos que el ciclo económico. De forma análoga a como se han calculado las rotaciones y los periodos medios del ciclo económico se obtienen los correspondientes al pago a los proveedores:

e) Rotación y Periodo medio de pago a los proveedores:

La *rotación de los proveedores* mide el número de veces que en el año la empresa paga sus deudas a los proveedores. Si se anota con n_p , se obtiene:

$$n_p = \frac{\text{Compras anuales netas}}{\text{Saldo medio de la deuda a los proveedores}} = \frac{P}{Smp}$$

Siendo:

- P el valor anual de las compras valoradas a precio de coste, que se obtiene a través de la cuenta de resultados y
- Smp el saldo medio de las cuentas de proveedores y efectos a pagar:

$$Smp = \frac{\text{Deuda inicial con los proveedores} + \text{Deuda al final}}{2}$$

El número de días que la empresa tarda en pagar los productos comprados es:

$$t_p = \frac{\text{Saldo medio de la deuda con los proveedores}}{\text{Compras anuales netas}} \cdot 365 = \frac{Smp}{P} \cdot 365$$

Ejemplo: La empresa HJK ha tenido, en el último ejercicio económico, un saldo medio de sus deudas con los proveedores de 200.000 euros y las compras a crédito 1,5 millones de euros. Calcular el ratio de rotación y el periodo medio de maduración de las ventas a los clientes.

Solución:

El ratio de rotación de la deuda media de los clientes es:

$$n_p = \frac{1.500.000}{200.000} = 7,5 \text{ veces al año}$$

El periodo medio de maduración es:

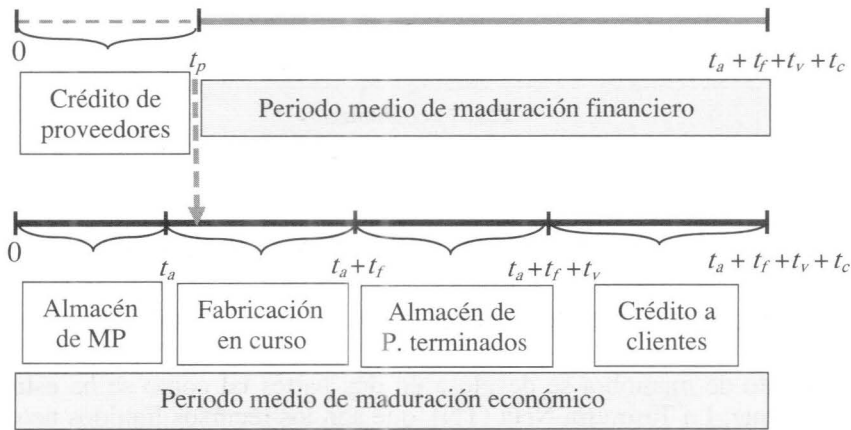
$$t_p = \frac{200.000}{1.500.000} \cdot 365 = \frac{365}{7,5} = 48,7 \text{ días}$$

El Periodo Medio de Maduración Financiero (PMMF) es el plazo temporal que debe ser financiado por la empresa porque tiene inmovilizados unos recursos financieros para la realización de su actividad normal; medido en términos monetarios son las necesidades operativas de fondos (NOF) que tiene la empresa. También se puede definir como el plazo de tiempo que la empresa tarda en recuperar el dinero que ha invertido en el proceso productivo y, por ello, ha de ser financiado totalmente por la empresa.

Si se trata de una *empresa industrial*, el PMMF es el resultado de restar el periodo medio de pago a los proveedores a la suma de los periodos de almacén de materias primas, de fabricación, de almacén de productos terminados y de cobro a los clientes (esta suma define el PMME).

$$PMMF = t_a + t_f + t_v + t_c - t_p = PMME - t_p$$

Si se comparan gráficamente ambos periodos medios de maduración, resulta:



Ejemplo: Teniendo en cuenta los periodos medios de maduración de las diferentes fases del ciclo económico de la empresa industrial HJK y el periodo medio de pago a los proveedores que se acaba de calcular. Obtener ahora la duración total de su ciclo financiero.

Solución:

El Periodo Medio de Maduración Financiero (*PMMF*) es la suma:

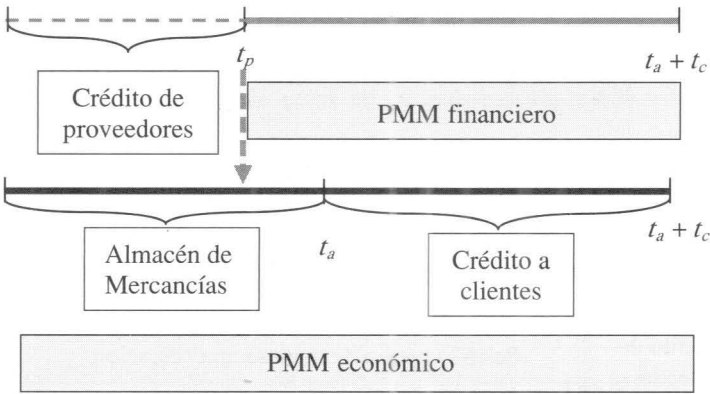
$$PMMF = t_a + t_f + t_v + t_c - t_p = PMME - t_p = 195,1 - 48,7 = 146,4 \text{ días}$$

Por lo tanto, el ciclo financiero de la empresa HJK dura 146,4 días.

Si se trata de una *empresa comercial*, el cálculo del *PMMF* se realiza de forma análoga aunque más simple ya que es el resultado de restar el periodo de pago a los proveedores a la suma de los periodos de almacén de mercancías y del cobro a los clientes (esta suma define el *PMME* de la empresa comercial).

$$PMMF = t_a + t_c + t_p = PMME - t_p$$

La comparación gráfica ambos periodos medios de maduración, resulta:



6. Las Necesidades Operativas de Fondos (NOF)

6.1. Concepto y obtención

El fondo de maniobra se desglosa en dos partes tal como se ha estudiado anteriormente: La Tesorería Neta (TN), que son los recursos líquidos netos que

tiene la empresa, y las Necesidades Operativas de Fondos (NOF) que sirven para financiar la actividad productiva de la empresa y se obtienen como diferencia entre los valores promedio de Existencias + Clientes - Proveedores en el caso de una empresa comercial.

El Periodo Medio de Maduración Financiero (PMMF) sirve para medir las Necesidades Operativas de Fondos (NOF) porque se fija en el plazo temporal desde que se pagan las compras hasta que se cobran las ventas, a diferencia del PMM económico que no tiene en cuenta la financiación de los proveedores a través del crédito comercial.

Para calcular las NOF de una empresa industrial se han de obtener las necesidades de cada una de las fases del ciclo de explotación. Con carácter general, el cálculo se realiza aplicando en cada fase la siguiente expresión:

$$\text{Inversión necesaria} \times PMM/365$$

Así, las necesidades de fondos para el almacén de materias primas son:

$$NF_{\text{mat primas}} = \text{Consumo anual de MP} \cdot \frac{t_a}{365} = Sma$$

En efecto, debe recordarse, de acuerdo con la notación empleada en el epígrafe 4.1, que: Consumo anual de MP = A; Saldo medio del almacén de MP = Sma; $t_a = Sma \cdot 365/A$ por lo que al sustituir en esta ecuación resulta:

$$NF_{\text{mat primas}} = \text{Consumo anual de MP} \cdot \frac{t_a}{365} = A \cdot \frac{Sma}{A} \cdot \frac{365}{365} = Sma$$

Análogamente, las necesidades de fondos para la fase de fabricación en curso son:

$$NF_{\text{fabricación}} = \text{Coste de la producción anual} \cdot \frac{t_f}{365} = Smf$$

Las necesidades de fondos para el almacén de productos terminados son:

$$NF_{\text{almacén PT}} = \text{Coste de la producción vendida} \cdot \frac{t_v}{365} = Smv$$

Las necesidades de fondos para la fase de clientes (cuentas a cobrar):

$$NF_{\text{ventas a crédito}} = \text{Ventas anuales netas} \cdot \frac{t_c}{365} = Smc$$

Las necesidades de fondos para la fase proveedores (cuentas a pagar):

$$NF_{\text{compras a crédito}} = \text{Compras anuales netas} \cdot \frac{t_p}{365} = Smp$$

Por lo tanto, las Necesidades Operativas de Fondos (NOF) que tiene la empresa son:

$$NOF = NF_a + NF_f + NF_v + NF_c - NF_p$$

Debe observarse que mientras en los epígrafes 4 y 5 se han obtenido el número de rotaciones y el número de días, aquí se obtiene la cuantía de las NOF.

6.2. Análisis financiero de las NOF

Cuanto mayor sea el Periodo Medio de Maduración Financiero (PMMF) mayores serán las Necesidades Operativas de Fondos (NOF) y, por lo tanto, menor será la eficiencia de la empresa, dado que necesitará financiar su actividad durante mayor número de días y por ello deberá utilizar mas fondos; por el contrario, si se reduce ese PMMF se mejora la eficiencia al completar el ciclo en un plazo de tiempo menor, con lo que se disminuyen las necesidades de fondo de maniobra.

Como consecuencia de lo indicado en el párrafo anterior, a la empresa le interesa reducir, hasta el mínimo imprescindible, la duración de los periodos de maduración de las partidas del activo circulante y alargar, en lo posible, la partida de proveedores (pasivo circulante) optimizando así las necesidades de financiación. Para ello se ha de analizar con detenimiento cada una de las componentes que definen el PMMF calculando, para cada fase del ciclo, los periodos óptimos que se deberían alcanzar y, tras compararlos con los que realmente se están produciendo, tomar las decisiones que permitan acortar esos plazos (alargarlos en el caso de los proveedores). La forma de actuar en cada fase del ciclo sería la siguiente:

- El tiempo medio de estancia de las materias primas en el almacén se puede reducir negociando con los proveedores la secuencia temporal de aprovisionamiento; con ello se reducirán las necesidades de espacio físico así como las mermas y roturas, en su caso. Pero el plazo mínimo ha de ser tal que no de lugar a interrupciones en la producción, o en la venta, por demoras de los proveedores. La técnica *Just in Time* (JIT), «justo a tiempo» que inició la empresa Toyota y que se ha extendido a otras muchas empresas industriales, propone orientar la cultura empresarial hacia la mejora continua en los procesos y en la calidad de los productos y servicios. En el caso que ahora nos ocupa consiste en incorporar directamente al proceso productivo las primeras materias de manera que sean

los propios proveedores los que soportan el almacenamiento. La técnica JIT aborda también la gestión integral de la empresa a través de mejoras en el control de calidad, en la fiabilidad del producto, en la utilización del personal, etc.

- La disminución del periodo medio de fabricación se puede conseguir mejorando las técnicas de producción, introduciendo nueva tecnología y mejorando el diseño organizativo de la producción; todo ello sin que se pierda calidad en el proceso de fabricación. Estas tareas corresponden fundamentalmente al departamento de producción de la empresa. Lógicamente, estas medidas tienen un coste que se ha de evaluar y comparar con el ahorro en NOF que se obtendrían.
- La reducción del periodo medio de venta se puede conseguir mediante un incremento de la publicidad, aumentando la comisión a los vendedores, mejorando los *rappels* (mayor descuento cuanto mayor sea el volumen de compras de los clientes), etc. No debe lograrse disminuyendo la producción porque afectaría al volumen de actividad de la empresa. Aquí también se ha de evaluar y comparar los costes de estas medidas con el ahorro en NOF.
- La disminución del periodo medio de cobro se puede conseguir ofreciendo a los clientes descuento por pago al contado. El coste de este descuento se ha estudiado en el tema 8, epígrafe 5.3 y la empresa ha de compararlo con el ahorro en NOF que se puede obtener.
- El incremento del periodo medio de pago a los proveedores dependerá especialmente de la capacidad de negociación que tenga la empresa con sus proveedores y de los usos comerciales del sector económico en el que opera. Como se ha comentado anteriormente, las grandes cadenas de distribución consiguen plazos de financiación de sus proveedores muy largos y como suelen vender a los consumidores finales al contado consiguen, frecuentemente, que sus PMMF sean negativos.

Una vez calculadas las necesidades de fondos óptimas para cada fase del ciclo de explotación, la dirección de la empresa debe compararlas con las que efectivamente se están produciendo. El resultado de la comparación le permitirá:

- Medir la calidad de la gestión de cada uno de los departamentos implicados (compras, producción, ventas, gestión de cobro y gestión de pagos) al comparar los plazos mínimos (u óptimos) que se acaban de obtener con los que realmente se están alcanzando.
- Analizar, en su caso, las causas por las que se han producido desviaciones y proponer las acciones correctoras que se consideren necesarias.
- Comparar las NOF que tiene la empresa con las que tiene en promedio el sector económico en el que opera, para conocer su posición y si es preciso tomar decisiones complementarias.

6.3. Las NOF y el FM: Comparación

En el análisis financiero del ciclo de explotación, las NOF proporcionan una información más precisa del estado de la empresa en cuanto a su equilibrio financiero en el corto plazo que el FM. El fondo de maniobra incluye la situación de la Tesorería Neta (TN) de la empresa, por lo tanto se verifica:

$$FM = NOF + TN \Rightarrow NOF = FM - TN$$

siendo: $TN = D$ (disponible o tesorería bruta) - CBC (Créditos bancarios a corto), tal como se ha descrito en el epígrafe 3. En definitiva, la TN mide la liquidez de la empresa.

Para comparar ambas magnitudes haremos el desglose siguiente:

$FM = AC - PC$ siendo:

— $AC = D$ (disponible) + CC (cuentas a cobrar) + E (existencias)

— $PC = CBC$ (Créditos bancarios a corto) + CP (cuentas a pagar)

$NOF = E$ (existencias) + CC (cuentas a cobrar) - CP (cuentas a pagar)

Cuando $FM > NOF \Rightarrow TN > 0$

En este caso, el disponible o tesorería bruta es mayor que los pasivos bancarios a corto que tiene la empresa por lo que tiene excedente de tesorería y no necesita recurrir a los créditos bancarios. Con carácter general no conviene que ese excedente de tesorería sea elevado porque afectará negativamente a la rentabilidad.

Cuando $FM < NOF \Rightarrow TN < 0$

En este caso, el disponible es menor que los pasivos bancarios a corto que tiene la empresa por lo que depende de los créditos bancarios. La empresa tiene déficit de liquidez y, si esta situación no es circunstancial y se mantiene en el tiempo, convendría aumentar los recursos permanentes hasta cubrir este desfase porque cualquier impagado o retraso en el cobro que se produzca implicará que la empresa no pueda cumplir con los próximos compromisos de pago.

Cuando $FM = NOF \Rightarrow TN = 0$

Finalmente, en este caso el disponible o tesorería bruta coincide con los pasivos bancarios a corto que tiene la empresa por lo que teóricamente es la situación ideal. Sin embargo, lo normal es que el equilibrio no se mantenga en el día a día ya que, en la secuencia de cobros y de pagos, se producen desajustes por lo que habrá que prever financiación bancaria a corto para cuando los pagos superen a los cobros.

6.4. Coeficiente básico de financiación

Para conocer si las NOF están suficientemente financiadas con los capitales permanentes se puede utilizar el Coeficiente Básico de Financiación (CBF). Consiste en establecer la relación entre los capitales permanentes reales y los necesarios:

$$CBF = \frac{\text{Capitales permanentes}}{\text{Activo no corriente (fijo) + NOF}}$$

Si el $CBF = 1$ indica que la empresa está en equilibrio en cuanto a la financiación de su actividad productiva o comercial, aunque puede tener problemas ocasionales de liquidez.

Si $CBF > 1$ indica que la empresa financia en exceso las NOF, lo que desde el punto de vista de la solvencia es positivo pero puede afectar negativamente a la rentabilidad.

Si $CBF < 1$ indica que la empresa no financia adecuadamente sus NOF y tiene que endeudarse a corto para completar la financiación de sus NOF lo que probablemente ocasionará problemas de liquidez si esta situación se mantiene en el tiempo. También puede reflejar problemas de solvencia.

6.5. Conclusiones

De acuerdo con lo anteriormente expuesto y a modo de conclusiones se puede destacar:

- Un objetivo prioritario de la empresa en el ciclo corto es la reducción de la cuantía de los recursos que ha de destinar a la financiación de sus Necesidades Operativas de Fondos (NOF); para ello, ha de actuar sobre los plazos medios de maduración de cada fase del ciclo, tratando de reducirlos al mínimo compatible con el correcto funcionamiento del ciclo de explotación, excepto la fase de pago a los proveedores que, tal como se ha explicado, se debe alargar al máximo posible.
- Al disminuir las NOF se reducen los costes financieros y, por lo tanto, se mejora la rentabilidad de la empresa. Por otra parte, al reajustarse el ciclo, se incrementa la productividad de la empresa.
- Las NOF tienen un carácter de permanencia a lo largo del tiempo por lo que se deben financiar con recursos estables (capitales permanentes).
- Las NOF se mantienen estables en tanto se mantenga el nivel de actividad de la empresa; cuando se incrementa la actividad (la empresa está en fase de crecimiento) las NOF aumentan proporcionalmente. Análogamente, si la actividad disminuye, también se reducen las necesidades operativas de fondos.

- Las NOF óptimas para cada fase del ciclo de explotación, se han de comparar con las que obtiene la empresa. Con ello se mide la calidad de la gestión de los departamentos implicados y se pueden comparar las NOF que tiene la empresa con las que tiene en promedio el sector económico en el que opera.

7. La gestión de la Tesorería

7.1. *Objetivo*

Se denomina tesorería al conjunto de activos líquidos que tiene la empresa y está compuesta por el dinero disponible en caja y bancos y los activos del mercado monetario que posea siempre que tengan su liquidez inmediata asegurada en los mercados secundarios (por ejemplo, letras del tesoro, obligaciones del estado, repos, etc.).

Es normal que se produzcan desfases entre las entradas y las salidas de dinero porque la secuencia temporal de cobros que realiza la empresa es diferente de la de pagos, y por ello es usual que se den, a lo largo del tiempo, situaciones de superávit (tesorería positiva) y situaciones de déficit (tesorería negativa). La tesorería neta negativa se manifiesta a través de los descubiertos en cuenta corriente, el descuento de letras, los aplazamientos de pagos no previstos y los concursos de acreedores (la suspensión de pagos). Estas situaciones ocasionan costes financieros importantes y disminuyen la rentabilidad de la empresa. Por eso, como se verá a continuación, la tesorería neta conviene que sea positiva.

El objetivo de la gestión de la tesorería es garantizar la liquidez de la empresa, de manera que pueda cumplir con los compromisos adquiridos en cada momento, efectuando los pagos a su vencimiento y manteniendo una tesorería que minimice los costes y maximice los ingresos financieros.

Al analizar las disponibilidades líquidas deben distinguirse claramente entre beneficio y tesorería. El beneficio es la diferencia entre ingresos y gastos; estas magnitudes no suelen coincidir con los cobros y los pagos (entradas y salidas de tesorería). Por ejemplo, un ingreso que procede de una venta a crédito no se cobrará hasta que transcurra el plazo convenido; una compra a crédito no produce una salida inmediata de tesorería. Además, hay gastos como los de amortización del activo fijo, que son necesarios para determinar el beneficio pero que no producen ningún pago. En el caso de una operación de desinversión, su cobro produce un incremento de tesorería por ese mismo importe pero el beneficio depende de la diferencia entre el valor de liquidación y el valor contable, es decir, sólo se trasladará la plusvalía o minusvalía generada en dicha operación.

7.2. El presupuesto de tesorería

El presupuesto de tesorería es un documento que tiene por objeto prever y planificar todos los cobros y pagos a lo largo del tiempo de manera que se esté en condiciones de cumplir con los compromisos de pago a su vencimiento. Por lo tanto, se trata de ajustar la secuencia de cobros, tanto en cuantías como en vencimientos, para que permitan atender a los pagos previstos.

Para elaborar el presupuesto de tesorería se suele tomar como referencia temporal el año pero, dado que se trata de a planificar a corto plazo la tesorería de la empresa, el año es una unidad de medida excesivamente grande por lo que se suele desglosar en periodos mensuales. En cada uno de ellos se han de planificar las entradas y salidas previstas con el mayor detalle, precisando los movimientos de fondos semanales o, mejor todavía, diarios.

Si se analiza el *flujo de cobros* se observa que, en su mayoría, procede de las ventas tanto al contado como a crédito (cuentas a cobrar). Las provisiones de cobros se pueden conocer a través del presupuesto de ventas que elabora a empresa, pero hay que efectuar su seguimiento en el día a día para ver en detalle de su grado de cumplimiento, anticiparse a los problemas que puedan surgir y resolver los imprevistos tomando las medidas correctoras que se estimen adecuadas al objetivo que nos ocupa.

Aunque el flujo de cobros procede fundamentalmente de las ventas también puede haber cobros de otras procedencias, frecuentemente ocasionales, tales como ampliaciones de capital, emisión de empréstitos (deuda), subvenciones que obtenga la empresa de organismos públicos, anticipos de los clientes, ventas de algunos activos, descuento de efectos, indemnizaciones procedentes de compañías de seguros, etc.

Si se analiza el *flujo de pagos* se observa que una parte importante procede del proceso productivo y comercial de la empresa. Así, hay que pagar a los proveedores, a la mano de obra, la energía y todos los gastos generales y de ventas. Además, se han de tener en cuenta las salidas de tesorería correspondientes al pago de dividendos, a impuestos, a los desembolsos que requieren las inversiones, etc.

7.3. El saldo neto de tesorería

El saldo neto de tesorería se obtiene como diferencia entre los flujos de cobro (FC) y de pago (FP) del periodo analizado, aunque hay que tener en cuenta el saldo de tesorería al final del periodo anterior (S_{n-1}). El saldo final del periodo n : (S_n) se obtiene:

$$S_n = S_{n-1} + FC - FP$$

Una vez calculados el signo y la cuantía del saldo en cada momento del tiempo se deben tomar las decisiones más convenientes en cuanto a la inversión de los excedentes o a la financiación del déficit.

En el caso de que los excedentes de tesorería sean altos, deberán invertirse en activos financieros líquidos que permitan rentabilizar esas puntas de tesorería hasta que se necesiten para atender otros pagos. Alternativamente, pueden dedicarse a la amortización anticipada de créditos si la reducción de los gastos financieros es mayor que la rentabilidad que proporcionan los activos financieros con liquidez asegurada. También pueden destinarse a pagar anticipadamente a proveedores si ofrecen un descuento atractivo y en todo caso, permitirá atender a pagos no previstos. No obstante, este excedente no debe ser muy elevado, porque mantener el capital ocioso supone, entre otras cosas, un coste de oportunidad.

En el caso de que se produzca déficit de tesorería habrán de venderse los activos financieros líquidos que previamente se adquirieron para rentabilizar excedentes transitorios, tal como se ha comentado en el párrafo anterior o bien, habrá que acudir a la financiación bancaria a través del crédito en cuenta corriente, de los descubiertos en cuenta corriente o del descuento financiero.

La utilidad del presupuesto de tesorería será tanto mayor cuanto mejor se adapte a las situaciones imprevistas, mejores soluciones encuentre a las oportunidades y a los problemas que se presenten y cuanto más acertada sea la predicción que proporciona. Esa calidad en la predicción se debe ir incrementando con el paso del tiempo en un proceso de retroalimentación o *feed-back* de manera que permita rectificar las previsiones para el periodo siguiente en función de la experiencia de los periodos anteriores, incorporando las modificaciones que sean necesarias a la vista de lo ocurrido en esos periodos. Por ejemplo, si se elabora un presupuesto de tesorería para un año con desglose mensual, al final de cada mes se han de revisar las variaciones observadas, que se incorporarán en los meses siguientes. De este modo se obtiene el presupuesto de tesorería para un año revisado mes a mes.

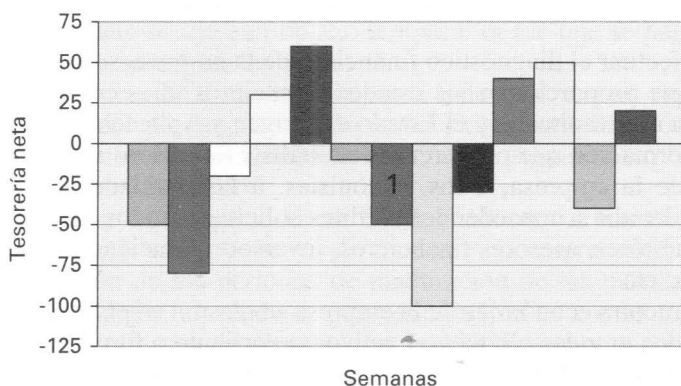
Desde una perspectiva gráfica resulta interesante analizar el *perfil de tesorería o liquidez* de la empresa; para su dibujo, se toman los saldos de tesorería (S_n) ya calculados para un horizonte temporal determinado (por ejemplo un trimestre), y con la frecuencia con la que se han ido calculando esos saldos (por ejemplo diaria o semanal) y se llevan a un gráfico que nos proporciona una perspectiva visual de los superávit y déficit en cada una de esas fechas.

Ejemplo:

Representar gráficamente el perfil de tesorería de la empresa ZYX durante el cuarto trimestre de 2010, sabiendo que los periodos de observación son semanales y los saldos de tesorería (en miles de euros) son los que se indican en el cuadro siguiente:

Periodo	04/10	11/10	18/10	25/10	02/11	08/11	15/11	22/11	29/11	06/12	23/12	20/12	27,12
Saldo	-50	-80	-20	+30	+60	-10	-60	-100	-30	+40	+50	-40	+20

Perfil de tesorería (4.º trim. 2010)



Para la determinación del saldo de tesorería óptimo se han desarrollado varios modelos. La descripción de cada uno de ellos rebasa los objetivos de este libro³.

7.4. El riesgo de liquidez

El riesgo de liquidez consiste en el riesgo de no disponer de fondos cuando se necesitan para atender a los pagos comprometidos; esto puede suceder cuando la estructura de la tesorería neta no se adecua a las necesidades de fondos que tiene la empresa y cuando las entradas y salidas de dinero en caja o bancos no coinciden en el tiempo (no casan los vencimientos de distinto signo). En definitiva, el riesgo de liquidez se concreta en los costes que se producen al tener que deshacer las posiciones en algunos de los activos anteriormente citados para convertirlos en dinero.

Como es sabido, en el ámbito financiero, riesgo y rentabilidad suelen comportarse en sentido contrario. Para eliminar el riesgo de liquidez las empresas deberían mantener en dinero efectivo y en activos muy líquidos un volumen importante de fondos pero esto dañaría de forma importante la cuenta de resultados porque esos activos no tienen remuneración o, si la tienen, es muy baja; para obtener buenos resultados es preciso mantener el mínimo indispensable en activos líquidos pero esto conlleva la asunción de un riesgo de liquidez elevado. Encontrar el punto de equilibrio entre ambas posiciones antagónicas debe ser el objetivo de los gestores de la tesorería.

³ El lector interesado puede ver un resumen detallado de esos modelos en el libro *Finanzas de Empresa* citado en la bibliografía, págs. 341 a 347.

RESUMEN DE TEMA

- Para efectuar el diagnóstico financiero de la empresa se utiliza la información que proporcionan los estados financieros tales como el Balance, la Cuenta de Resultados y el Estado de Origen y Aplicación de Fondos.
- La información que proporciona el análisis financiero interesa a los directivos de la empresa, a los accionistas, a las entidades financieras para poder decidir si conceden los créditos solicitados, a los clientes, proveedores, auditores, asesores financieros, inversores, Hacienda Pública, competidores, etc.
- La estructura económica de la empresa se plasma en el activo, que se agrupa en dos grandes bloques, el activo no corriente o fijo y el activo corriente o circulante. Este último se desdobra a su vez en disponible, realizable y existencias.
- La estructura financiera se plasma en el pasivo que se agrupa en tres grandes bloques, el neto patrimonial, el pasivo no corriente o a largo plazo y el pasivo corriente o a corto plazo. La suma del neto patrimonial y el pasivo no corriente conforman los capitales permanentes.
- El fondo de maniobra es la parte del activo corriente que se financia con pasivo no corriente. También se puede obtener por diferencia entre los capitales permanentes y el activo no corriente.
- En general, el fondo de maniobra debe ser positivo, lo que significa que el activo corriente se debe financiar, no solo con pasivo corriente sino también con capitales permanentes. Sin embargo, esto no tiene porqué verificarse siempre, tal como ocurre con algunas empresas comerciales del sector de distribución.
- El periodo medio de maduración económico mide el tiempo que transcurre desde que entran las primeras materias o las mercancías en el almacén de la empresa hasta que se venden y cobran los productos o servicios que ofrece. En una empresa industrial se compone de:
 - Periodo de almacenamiento de las materias primas.
 - Periodo de producción o fabricación.
 - Periodo de almacenamiento de los productos terminados hasta su venta.
 - Periodo de cobro a clientes.
- El periodo medio de maduración financiero mide el tiempo que transcurre desde que se paga a los proveedores hasta que se cobra a los clientes. Es el verdadero ciclo dinero-mercancías-dinero. En una empresa industrial, el PMMF es el resultado de restar el periodo medio de pago a los proveedores al periodo medio de maduración económico.
- La rotación mide el número de veces que se repite el ciclo en el año.
- El fondo de maniobra se desglosa en dos partes, la tesorería neta, que son los recursos líquidos netos que tiene la empresa y las Necesidades Opera-

tivas de Fondos (NOF) que sirven para financiar la actividad productiva de la empresa. El periodo medio de maduración financiero sirve para medir las NOF porque se fija en el plazo temporal desde que se pagan las compras hasta que se cobran las ventas.

- Para calcular las NOF de una empresa industrial se han de obtener las necesidades de cada una de las fases del ciclo de explotación. El cálculo de las NOF se realiza aplicando en cada fase la siguiente expresión: $\text{Inversión necesaria} \times \text{PMM}/365$
- Cuanto mayor sea el periodo medio de maduración financiero mayores serán las necesidades operativas de fondos. A la empresa le interesa reducir la duración de los periodos de maduración de las partidas del activo corriente y alargar la partida de proveedores (pasivo corriente) optimizando así las necesidades de financiación. Las NOF tienen un carácter de permanencia a lo largo del tiempo por lo que se deben financiar con capitales permanentes.
- Las NOF se mantienen estables en tanto se mantenga el nivel de actividad de la empresa; cuando se incrementa la actividad, las NOF aumentan proporcionalmente y, si la actividad disminuye, se reducen las necesidades operativas de fondos.
- Las NOF óptimas para cada fase del ciclo de explotación se han de comparar con las que está obteniendo la empresa. Esto permite valorar la calidad de la gestión de los departamentos de la empresa y compararla con las que tiene en promedio su sector económico.
- El objetivo de la gestión de la tesorería es garantizar la liquidez de la empresa para que pueda cumplir con los compromisos adquiridos efectuando los pagos a su vencimiento.
- El presupuesto de tesorería es un documento que tiene por objeto prever y planificar todos los cobros y pagos a lo largo del tiempo para poder cumplir con los compromisos de pago a su vencimiento.
- El saldo neto de tesorería se obtiene por diferencia entre los flujos de cobro y de pago del periodo analizado, teniendo en cuenta el saldo de tesorería al final del periodo anterior.
- El riesgo de liquidez consiste en el riesgo de no disponer de fondos cuando se necesitan para atender a los pagos comprometidos.

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. La empresa ZYX presenta los balances resumidos correspondientes a los tres últimos años, cuyas partidas más significativas son:

<i>BALANCE DE LA EMPRESA ZYX</i>			
<i>Años</i>	<i>2010</i>	<i>2009</i>	<i>2008</i>
ACTIVO	<i>1.300.000</i>	<i>1.100.000</i>	<i>1.000.000</i>
Caja y Bancos	43.000	60.000	50.000
Clientes	300.000	240.000	200.000
Existencias	450.000	360.000	300.000
Inmovilizado bruto	650.000	550.000	530.000
— Amortizaciones	143.000	110.000	80.000
Inmovilizado neto	507.000	440.000	450.000
PASIVO	<i>1.300.000</i>	<i>1.100.000</i>	<i>1.000.000</i>
Proveedores	200.000	200.000	180.000
Créditos bancarios	180.000	150.000	120.000
Préstamos a LP	250.000	250.000	250.000
Capital	220.000	150.000	150.000
Reservas	450.000	350.000	300.000

Obtener el Fondo de Maniobras de esta empresa en cada uno de esos tres años.

2. Una empresa comercial dispone de la siguiente información, referente a su último ejercicio económico:

- Compras de mercancías: 600.000 €
- Stock medio de mercaderías en almacén: 30.000 €
- Ventas totales a precio de venta: 1.000.000 €
- Saldo medio de clientes: 250.000 €
- Saldo medio de las deudas a proveedores: 96.000 €

Todas las compras se venden en el ejercicio. El 20% de las compras se paga al contado y el 80% se financia con el crédito comercial de los proveedores. Obtener:

- a) El número de rotaciones de cada fase del ciclo comercial que se producen en el ejercicio económico.
- b) Los periodos medios de maduración de cada fase del ciclo.
- c) El periodo medio de maduración económico de la empresa y el PMM financiero. Representar gráficamente este último.

3. La empresa industrial JKL dispone de la siguiente información referente al último ejercicio económico, en miles de euros:

- Compras de materias primas: 30.000
- Saldo medio del almacén de materias primas 4.000

- Coste de la producción anual: 36.000
- Saldo medio de la fabricación en curso: 1.800
- Coste de la producción vendida: 60.000
- Saldo medio del almacén de productos terminados: 2500
- Ventas a clientes valoradas a precio de venta: 80.000
- Saldo medio de las cuentas de clientes y efectos a cobrar: 5.000
- Saldo medio de las deudas a proveedores: 4.800

Se sabe también que todas las compras de MP se han consumido en el ejercicio y las existencias iniciales coinciden con las existencias finales. Toda la producción se ha vendido en el ejercicio. El 20% de las compras se paga al contado y el 80% se financia con el crédito comercial de los proveedores.

Obtener el número de rotaciones de cada fase del ciclo productivo, el periodo medio de maduración de cada fase y los PMM económico y financiero de esta empresa.

4. La dirección de la empresa industrial JKL, mencionada en el ejercicio anterior, desea conocer las Necesidades Operativas de Fondos (NOF) que tiene y, para ello, encarga al departamento financiero que las calcule. Se dispone de los datos y resultados obtenidos para ese ejercicio. Calcular cuáles son las NOF de esta empresa.
5. La dirección de la empresa industrial JKL, analiza del resultado obtenido en el ejercicio anterior (en cuanto a las NOF que tiene actualmente la empresa). Con objeto de ajustar las NOF, que considera excesivas, encarga un estudio para determinar cuáles son los periodos medios de maduración óptimos en cada una de las fases del ciclo de explotación y, a partir de ellos, calcular las necesidades operativas de fondos mínimas (óptimas). Los resultados del estudio son:
 - PMM óptimo del almacén de MP: 30 días.
 - PMM óptimo de la fabricación en curso: 15 días.
 - PMM óptimo del almacén de PT: 10 días.
 - PMM óptimo de cobro de los clientes: 30 días.
 - PMM óptimo de pago a los proveedores: 90 días.

Obtener las necesidades operativas de fondos mínimas (óptimas) de esta empresa y compararlas con las actuales.

BIBLIOGRAFÍA

AGUER HORTAL, M.; PÉREZ GOROSTEGUI, E. y MARTÍNEZ SÁNCHEZ, J. (2007): *Administración y Dirección de Empresas. Teoría y Ejercicios Resueltos*. Ed. Universitaria Ramón Areces.

- ANTICH CORGOS, J. y MOYA CLARAMUNT, M. (1995): *Gestión Financiera. Edición para técnicos en empresas turísticas*. Ed. Síntesis.
- ARGUEDAS, R. y NOGUERAS, M.^a T. (2007): *Planificación, Dirección y Gestión Financiera de Empresas Turísticas*. Ed. Universitaria Ramón Areces.
- MEDINA HERNÁNDEZ, U. (2010): *Gestión Financiera de Actividades Turísticas*. Ed. Pirámide.
- MÉNDEZ GONZÁLEZ, G. (2009): *Análisis y Gestión Financiera de Empresas Turísticas*. Ed. Universitaria Ramón Areces.
- PABLO LÓPEZ, A. de y FERRUZ, L. (2004): *Finanzas de Empresa*. Ed. Universitaria Ramón Areces.
- PEREZ CARBALLO A. y VELA SASTRE, E. (1981). *Gestión financiera de la empresa*. Alianza Editorial. Madrid.

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

Ejercicio 1

El Fondo de Maniobra se puede calcular de dos formas:

- $FM = \text{Activo Corriente} - \text{Pasivo Corriente}$
- $FM = \text{Capitales Permanentes} - \text{Activo Fijo}$

El fondo de maniobra para el año 2010:

Activo corriente: $43.000 + 300.000 + 450.000 = 793.000 \text{ €}$

Pasivo corriente: $200.000 + 180.000 = 380.000 \text{ €}$

Fondo de Maniobra año 2.010: $793.000 - 380.000 = \mathbf{413.000 \text{ €}}$

Capitales permanentes: $250.000 + 220.000 + 450.000 = 920.000 \text{ €}$

Activo no corriente: 507.000 €

Fondo de Maniobra año 2.010: $793.000 - 380.000 = \mathbf{413.000 \text{ €}}$

De forma análoga se calcula el Fondo de Maniobra de los años 2009 y 2008. En el cuadro siguiente se resumen los cálculos:

Cálculo del Fondo de Maniobra			
Concepto/Años	2010	2009	2008
Activo corriente	793.000	660.000	550.000
Pasivo corriente	380.000	350.000	300.000
Fondo de Maniobra	413.000	310.000	250.000

Capitales Permanentes	920.000	750.000	700.000
Activo fijo	507.000	440.000	450.000
Fondo de Maniobra	413.000	310.000	250.000

Se observa que el FM es positivo en los tres años y que la tendencia es creciente.

Ejercicio 2: Empresa comercial

a) El *número de rotaciones* de cada una de las fases del ciclo se obtiene:

a.1) Rotación del almacén de mercancías:

$$n_a = \frac{600.000}{30.000} = 20 \text{ veces al año}$$

a.2) Rotación de clientes:

$$n_c = \frac{1.000.000}{250.000} = 4 \text{ veces al año}$$

a.3) Rotación de proveedores:

Las compras anuales a crédito son el 80% de las compras totales:

$$600.000 \cdot 0,8 = 480.000 \text{ €}$$

Por lo que, la rotación de los proveedores, se obtiene:

$$n_p = \frac{480.000}{96.000} = 5 \text{ veces al año}$$

b) Los *periodos medios de maduración* de cada fase del ciclo:

b.1) PMM del almacén de mercancías:

$$t_a = \frac{30.000}{600.000} \cdot 365 = \frac{365}{20} = 18,25 \text{ días}$$

b.2) PMM de clientes:

$$t_c = \frac{250.000}{1.000.000} \cdot 365 = \frac{365}{4} = 91,25 \text{ días}$$

b.3) PMM de proveedores:

$$t_p = \frac{96.000}{480.000} \cdot 365 = \frac{365}{5} = 73 \text{ días}$$

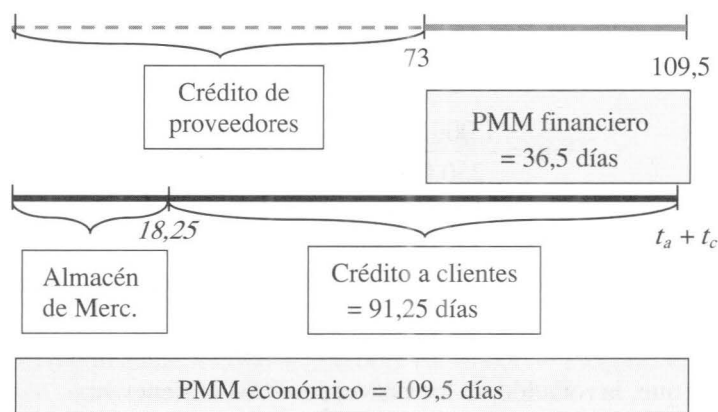
c) El periodo medio de maduración económico de la empresa es:

$$\text{PMME} = t_a + t_c = 18,25 + 91,25 = 109,5 \text{ días}$$

El periodo medio de maduración económico financiero es:

$$\text{PMMF} = t_a + t_c - t_p = \text{PMME} - t_p = 109,5 - 73 = 36,5 \text{ días}$$

La representación gráfica es:



Ejercicio 3: Empresa industrial

Se razona en forma análoga a la realizada en ejercicio anterior.

a) El número de rotaciones de cada una de las fases del ciclo se obtiene:

$$n_a = \frac{30.000}{4.000} = 7,5 \text{ veces al año} \quad n_f = \frac{36.000}{1.800} = 20 \text{ veces al año}$$

$$n_v = \frac{60.000}{2.500} = 24 \text{ veces al año} \quad n_c = \frac{36.000}{5.000} = 16 \text{ veces al año}$$

$$n_p = \frac{24.000}{4.800} = 5 \text{ veces al año}$$

b) Los periodos medios de maduración de cada fase del ciclo:

$$t_a = \frac{4.000}{30.000} \cdot 365 = \frac{365}{7,5} = 48,67 \text{ días} \quad t_f = \frac{1.800}{36.000} \cdot 365 = \frac{365}{20} = 18,25 \text{ días}$$

$$t_v = \frac{2.500}{60.000} \cdot 365 = \frac{365}{24} = 15,21 \text{ días} \quad t_c = \frac{5.000}{80.000} \cdot 365 = \frac{365}{16} = 22,81 \text{ días}$$

$$t_p = \frac{4.800}{24.000} \cdot 365 = \frac{365}{5} = 73 \text{ días}$$

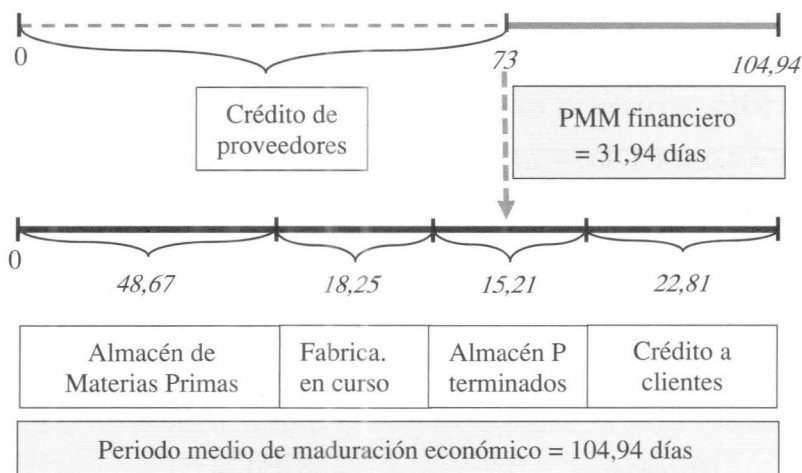
c) El periodo medio de maduración de la empresa es:

$$\text{PMME} = t_a + t_f + t_v + t_c = 48,67 + 18,25 + 15,24 + 22,81 = 104,94 \text{ días}$$

El periodo medio de maduración financiero es:

$$\text{PMMF} = \text{PMME} - t_p = 104,94 - 73 = 31,94 \text{ días}$$

La representación gráfica es:



Ejercicio 4

- Las necesidades de fondos para el almacén de materias primas, teniendo en cuenta que todas las compras de MP se han consumido en el ejercicio, son:

$$NF_{\text{mat primas}} = 30.000.000 \cdot \frac{48,6}{365} = 4.000.000 \text{ €}$$

- Las necesidades de fondos para la fase de fabricación en curso son:

$$NF_{\text{fabricación}} = 36.000.000 \cdot \frac{18,25}{365} = 1.800.000 \text{ €}$$

- Las necesidades de fondos para el almacén de productos terminados son:

$$NF_{\text{almacén PT}} = 60.000.000 \cdot \frac{15,21}{365} = 2.500.000 \text{ €}$$

- Las necesidades de fondos para la fase de clientes (cuentas a cobrar):

$$NF_{\text{ventas a crédito}} = 80.000.000 \cdot \frac{22,81}{365} = 5.000.000 \text{ €}$$

- Las necesidades de fondos para la fase proveedores (cuentas a pagar):

$$NF_{\text{compras a crédito}} = 24.000.000 \cdot \frac{73}{365} = 4.800.000 \text{ €}$$

Por lo tanto, las Necesidades Operativas de Fondos (NOF) que tiene la empresa (cifras en miles de euros) son:

$$NOF = 4.000 + 1.800 + 2.500 + 5.000 - 4.800 = 18.100 \text{ (18.100.000 €)}$$

Ejercicio 5

En primer lugar se han de calcular las necesidades de fondos diarias para cada una de las fases del ciclo:

$$NF_{\text{diarias}}_{\text{mat primas}} = \frac{30.000.000}{365} = 82.191,78 \text{ €}$$

$$NF_{\text{diarias}}_{\text{fabricación}} = \frac{36.000.000}{365} = 98.630,14 \text{ €}$$

$$NF_{\text{diarias}}_{\text{almacén PT}} = \frac{60.000.000}{365} = 164.383,56 \text{ €}$$

$$NF_{\text{diarias}}_{\text{ventas a crédito}} = \frac{80.000.000}{365} = 219.178,08 \text{ €}$$

$$NF_{\text{diarias}}_{\text{compras a crédito}} = \frac{24.000.000}{365} = 65.753,42 \text{ €}$$

A continuación se multiplica cada una de estas cifras por los días de estancia óptima en cada fase del ciclo:

<i>Fases del Ciclo</i>	<i>NF diarias</i>	<i>Días</i>	<i>NF óptimas</i>
Almacén MP	82.191,78	30	2.465.753,42
Fabr. en curso	98.630,14	15	1.479.452,05
Almacén PT	164.383,56	10	1.643.835,62
Clientes	219.178,08	30	6.575.342,47
Proveedores	65.753,42	75	4.931.506,85

$$NOF = NF_a + NF_f + NF_v + NF_c - NF_p = 7.232.876,71 \text{ €}$$

Conclusión: La empresa está utilizando unos fondos de 18.100.000 de euros, pero sus necesidades mínimas son de 7.232.876,71 euros por lo que es necesario realizar los ajustes precisos en cada uno de los departamentos implicados para lograr reducir los fondos que tiene inmovilizados en el proceso productivo con lo cual ahorrará en costes de financiación y mejorará la rentabilidad. Se observa que hay que reducir principalmente el tiempo de estancia en el almacén de MP, así como fabricación en curso y almacén de PT, aunque estos dos últimos en menor proporción. Por el contrario en el cobro a clientes se están obteniendo mejores resultados y en el pago a proveedores se está muy cerca del óptimo.

GLOSARIO DE TÉRMINOS

Ciclo económico de una empresa comercial: Es la suma de los periodos de almacenamiento de mercancías y de cobro a clientes.

Ciclo económico de una empresa industrial: Es la suma de los periodos de almacenamiento de las materias primas, de producción o fabricación, de almacenamiento de los productos terminados hasta su venta y de cobro a clientes.

Fondo de Maniobra: Es la parte del activo corriente que se financia con pasivo no corriente, es decir, con recursos a largo plazo. Se puede obtener como diferencia: Activo Corriente–Pasivo Corriente, o bien: Capitales Permanentes–Activo Fijo. También se puede denominar Fondo de Rotación o Capital de Trabajo (en inglés, *Working Capital*).

Necesidades operativas de fondos: Son los recursos que necesita la empresa para financiar su actividad productiva y se obtienen como diferencia entre los valores promedio de Existencias + Clientes – Proveedores en el caso de una empresa comercial.

Periodo medio de maduración económico: Es el tiempo que transcurre desde que entran las primeras materias o las mercancías en el almacén de la empresa hasta que se venden y cobran los productos o servicios que ofrece.

Periodo medio de maduración financiero: Es el tiempo que transcurre desde que se paga a los proveedores hasta que se cobra a los clientes. Es, por lo tanto, el verdadero ciclo dinero-mercancías-dinero.

Riesgo de liquidez: Es el riesgo de no disponer de fondos cuando se necesitan para atender a los pagos comprometidos.

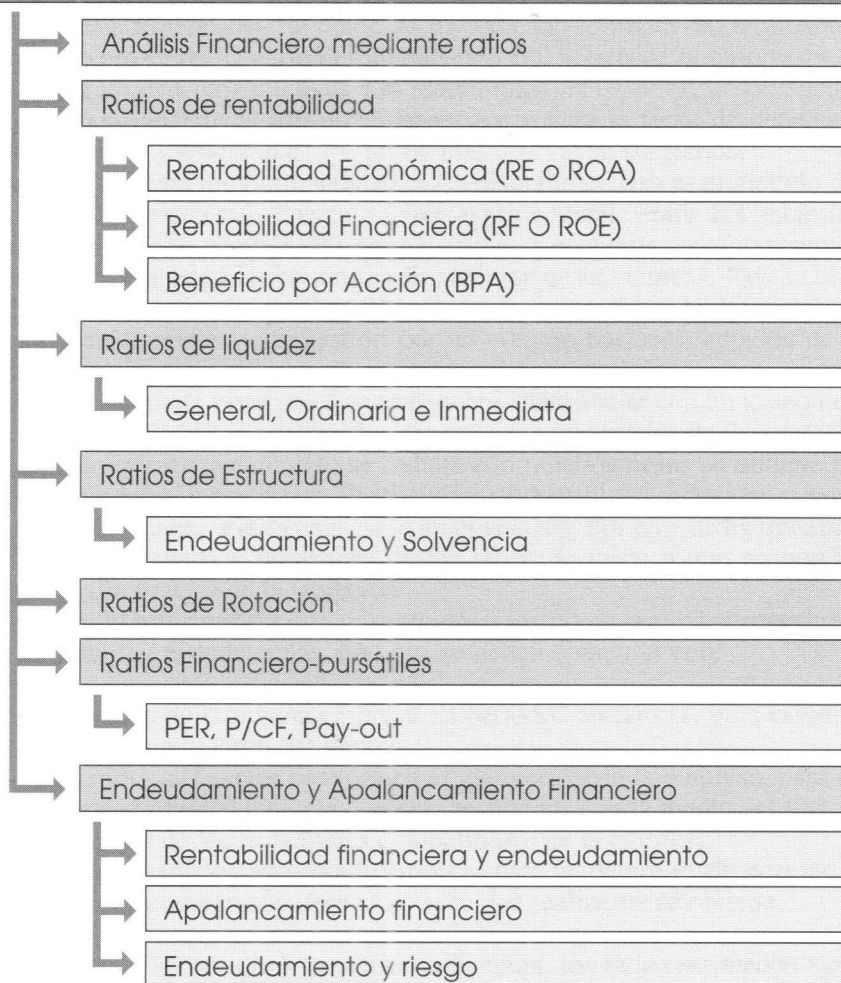
Tesorería: Conjunto de activos líquidos que tiene la empresa; está compuesta por el dinero disponible en caja y bancos y los activos del mercado monetario que posea siempre que tengan su liquidez inmediata asegurada en los mercados secundarios (por ejemplo, letras del tesoro, las obligaciones del estado, los repos, etc.).

TEMA 10

EL ANÁLISIS ECONÓMICO-FINANCIERO EN LA EMPRESA

GUIÓN-ESQUEMA

EL ANÁLISIS ECONÓMICO-FINANCIERO EN LA EMPRESA



CONTENIDO

1. Análisis Financiero mediante ratios

El Análisis Financiero, tal como se ha indicado al inicio del tema anterior, tiene por objeto la realización del diagnóstico financiero de la empresa y, para ello, analiza los aspectos relativos a la rentabilidad, la liquidez, la solvencia y el riesgo, proporcionando la información necesaria para la toma de decisiones y para la detección y solución de los problemas que vayan surgiendo.

Una herramienta muy utilizada en el Análisis Financiero es el método de los ratios. Un ratio (o una ratio), es una relación por cociente entre dos magnitudes; en nuestro caso esas magnitudes son de carácter económico o financiero y se encuentran en los estados económico-financieros de la empresa. Con la utilización de los ratios se sustituye el análisis de una gran cantidad de datos referentes a cuentas patrimoniales y de gestión por un número bastante reducido de relaciones.

Desde el punto de vista práctico es conveniente trabajar con un grupo pequeño de ratios que permitan analizar los aspectos fundamentales de la empresa. Ha de tenerse en cuenta que cuando se trabaja con muchos ratios se obtiene información redundante y poco significativa, que enmaraña las potenciales conclusiones y puede generar cierta confusión en el análisis. Por ello, se ha trabajado con una selección limitada y cuidadosa de los ratios de manera que proporcionen una radiografía precisa de la situación.

Para que la información que proporcionan los ratios sea más provechosa no se suelen estudiar aisladamente, sino que se deben comparar con:

- Los ratios de la misma empresa en periodos anteriores, para estudiar su evolución a lo largo del tiempo.
- Los ratios del sector económico al que pertenece la empresa, para comprobar si obtiene mejores o peores resultados que la media del sector.
- Los ratios de los principales competidores de la empresa.
- Ratios presupuestados por la empresa para un determinado periodo. Así, se puede comparar lo deseado con lo que realmente se obtiene.

A efectos de su estudio y posterior aplicación, los ratios se pueden agrupar en:

- Ratios de rentabilidad.
- Ratios de liquidez.
- Ratios de estructura y solvencia.
- Ratios de Rotación.
- Ratios financiero-bursátiles.

Previamente, es necesario definir algunas magnitudes que aparecen al calcular los ratios, especialmente en el caso de los de rentabilidad:

- A = Activo total de la empresa.
- P = Pasivo total de la empresa. Lógicamente, se verifica: $A = P$.
- C = Cuantía de los recursos propios de la empresa.
- D = Cuantía de los recursos ajenos de la empresa. $A = P = C + D$.
- BAT = Beneficio antes de impuestos.
- $BAIT$ = Beneficio antes de intereses e impuestos (en inglés, $EBIT$ = earnings before interest and tax).
- $BAAIT$ = Beneficio antes de amortizaciones, intereses e impuestos (en inglés, $EBITDA$ = earnings before interest, tax, depreciation and amortization).
- Beneficio neto (BN) = Beneficio después de pagar los intereses y los impuestos.
- BPA = Beneficio neto por acción (EPS : Earnings per Share).
- DPA = Dividendo por acción.
- Flujo de caja (FC) ó Cash Flow (CF) = $BAIT$ + amortizaciones.
- Capitalización bursátil (CB) = Precio de la acción $\times$ N.º de acciones.
- Valor en libros = Capital social + reservas.
- i_a = rentabilidad económica.
- i_c = rentabilidad financiera.
- i_d = coste promedio de los recursos ajenos de la empresa..
- I = intereses que se pagan a los recursos ajenos: $I = i_d \cdot D$.
- t = tipo impositivo del impuesto de sociedades.

2. Ratios de rentabilidad

Estos ratios relacionan el beneficio de la empresa con otras magnitudes del balance con objeto de medir su rentabilidad.

2.1. Rentabilidad Económica (RE o ROA = Return on Assets)

Este ratio relaciona el beneficio antes de intereses e impuestos o $BAIT$ con el volumen total de activos que tiene la empresa. La rentabilidad económica es la rentabilidad de los activos o rentabilidad de las inversiones. Mide la capacidad

de la empresa para generar beneficio por cada unidad monetaria invertida en su activo.

$$\text{Rentabilidad económica } RE(ROA) = \frac{BAIT}{\text{Activo}} = i_a$$

Mide también la eficiencia en el uso del activo, es decir, de la estructura económica de la empresa. Una RE más baja que la media del sector, puede indicar que la empresa es altamente intensiva en capital. Este ratio no tiene en cuenta la estructura financiera de la empresa.

La rentabilidad económica varía en función del margen de ventas y de la rotación de las ventas respecto al activo total. En efecto, si en la expresión del ROA se multiplica y divide por el volumen de ventas resulta:

$$RE = \frac{BAIT}{\text{Activo}} \cdot \frac{\text{Ventas}}{\text{Ventas}} = \frac{BAIT}{\text{Ventas}} \cdot \frac{\text{Ventas}}{\text{Activo}} =$$

$$RE = \text{Margen de ventas} \times \text{Rotación de las ventas}$$

El margen de ventas mide la rentabilidad comercial de la empresa tal como se estudiará después.

2.2. Rentabilidad financiera (RF o ROE = Return on Equity)

Este ratio relaciona el beneficio neto (BN) con el total de recursos propios que tiene la empresa. La rentabilidad financiera es la que realmente interesa a los accionistas porque mide la rentabilidad de los capitales propios teniendo en cuenta el beneficio neto generado, es decir teniendo en cuenta los intereses de la deuda. Por lo tanto, mide la capacidad de la empresa para remunerar a los capitales propios.

$$\text{Rentabilidad financiera } RF(ROE) = \frac{\text{Beneficio Neto}}{\text{Patrimonio Neto}} = \frac{BN}{C} = i_c$$

En el numerador figura el beneficio neto (beneficio después de intereses e impuestos). El beneficio neto se obtiene a partir del beneficio antes de intereses e impuestos de la siguiente manera:

$$BN = (BAIT - I) \cdot (1 - t)$$

Siendo $I = i_d \cdot D$ la carga financiera por intereses que soporta la empresa y t el tipo impositivo del impuesto de sociedades.

Debe observarse que el beneficio neto no tiene en cuenta el reparto que luego pueda hacerse en forma de dividendos y mide la eficiencia en el uso del activo teniendo en cuenta la forma en la que se ha financiado su adquisición. Este ratio se utiliza para analizar la calidad de la gestión de la empresa. Si se multiplica y divide por el volumen de ventas y el de activos, resulta:

$$RF = \frac{BN}{C} \cdot \frac{Ventas}{Ventas} \cdot \frac{Activo}{Activo} = \frac{BN}{Ventas} \cdot \frac{Ventas}{Activo} \cdot \frac{Activo}{C} \Rightarrow$$

$$RF = \text{Margen de ventas} \times \text{Rotación de las ventas} \times \text{Apalancamiento}$$

Debe observarse que el cociente $\text{Activo}/C = (C + D)/C = 1 + D/C$ es otra forma de medir el apalancamiento financiero.

2.3. Rentabilidad comercial (RC) o margen de ventas

Este ratio relaciona el beneficio antes de intereses e impuestos (BAIT) con el volumen de ventas que ha tenido la empresa en el ejercicio económico considerado. Mide, por lo tanto, la parte de los ingresos por ventas que se transforman en beneficio de explotación.

$$RC = \frac{BAIT}{Ventas}$$

Este ratio a veces se calcula poniendo en el numerador el beneficio neto.

Una reducción de márgenes puede indicar una ausencia de control de costes de la compañía, dado que si se reducen los precios en el mercado, debería ajustar su estructura de costes.

2.4. Beneficio por acción (BPA o EPS: Earnings per Share)

Es un ratio de beneficio más que de rentabilidad, pero está muy relacionado con estos y es de bastante utilización en los mercados financieros. Relaciona el beneficio neto de la empresa con el número de acciones que tiene en circulación:

$$\text{Beneficio por acción (BPA)} = \frac{\text{Beneficio Neto}}{N.^{\circ} \text{ acciones}} = \frac{(BAIT - i_d \cdot D) \cdot (1 - t)}{N.^{\circ} \text{ acciones}}$$

Siendo

$$N.^{\circ} \text{ acciones} = \frac{\text{Capital Social}}{\text{Nominal de la acción}}$$

Si el BPA se divide entre el precio pagado por la acción se obtiene la rentabilidad para el accionista. En este ratio es importante la determinación correcta del beneficio ya que se pueden aplicar diferentes principios contables al calcularlo. Se verifica que empresas con la misma RF y Beneficio Neto pueden tener distinto BPA en función del endeudamiento que tenga cada una.

2.5. Otros ratios de rentabilidad

Son los siguientes:

$$\text{Rentabilidad por dividendo} = \frac{\text{Dividendo bruto}}{\text{Precio}} = \frac{Div}{P_0}$$

$$\text{Rentabilidad total (o acumulada)} = \frac{Div + P_1 - P_0 + d}{P_0}$$

Estos dos ratios se suelen calcular para el plazo temporal de un ejercicio económico (un año) y sirven para que el mercado conozca la rentabilidad que están obteniendo sus acciones. En estas ecuaciones se anota con:

- P_0 la cotización (o precio) de la acción al inicio del ejercicio económico.
- P_1 la cotización al final de ese ejercicio económico.
- Div el dividendo bruto pagado por la empresa en ese ejercicio económico.
- d el valor teórico del derecho preferente de suscripción, en el caso de que se haya producido una ampliación de capital.

Cuando en estas ecuaciones se utiliza el dividendo bruto se obtiene la rentabilidad bruta y cuando se utiliza el dividendo neto de impuestos y los precios efectivos, se obtiene la rentabilidad neta.

3. Ratios de liquidez

La liquidez mide la capacidad potencial que tiene la empresa para cumplir con sus obligaciones de pago a corto plazo. En los ratios de liquidez se establece el cociente entre componentes del activo corriente y del pasivo corriente. Un activo será tanto más líquido cuanto más rápidamente se convierta en dinero (sin pérdida apreciable de valor), es decir, si está próxima su conversión en dinero (por ejemplo, derechos de cobro que vencen próximamente o productos terminados que se van a vender de forma inmediata, etc.) y del grado de exigibilidad del pasivo, es decir, del vencimiento de las deudas. La falta de liquidez puede limitar de forma importante la capacidad de expansión de la empresa y requerir la

venta de algunos bienes del activo; en definitiva, la liquidez mide la solvencia a corto plazo de la empresa.

3.1. *Liquidez general*

Este ratio tiene en cuenta todo el circulante, tanto en el activo como en el pasivo, que tiene la empresa. Mide el número de veces que, con el activo corriente, se podría hacer frente al pasivo corriente si se convirtiese en líquido.

$$\text{Liquidez general} = \frac{AC}{PC} = \frac{\text{Tesorería} + \text{Clientes} + \text{Existencias}}{\text{Pasivo corriente}}$$

El valor de este ratio debe ser mayor que uno (algunos autores consideran que sería razonable un valor más próximo a 2, dependiendo, sobre todo, del volumen de las existencias que tenga la empresa); en este caso, el AC supera al PC y, normalmente, la empresa tendrá liquidez suficiente para atender el pago de las deudas que venzan a corto plazo. Si su valor es demasiado alto, la capacidad de pago será elevada pero el exceso de capital circulante dará lugar a una menor rentabilidad. Si toma valores menores que uno, lo normal es que la empresa tenga problemas para pagar las deudas exigibles a corto plazo.

El valor de este ratio no es demasiado explicativo por sí mismo, por lo que, para interpretarlo correctamente, se ha de tener en cuenta el tipo de empresa (comercial o industrial), el sector en el que opera, etc., y se ha de poner en relación con la frecuencia de rotación de las existencias y de los créditos a los clientes; de esta manera su medida será más significativa.

3.2. *Liquidez ordinaria o Prueba ácida*

El ratio de liquidez ordinaria, también denominado prueba ácida o *acid test* no tiene en cuenta las existencias en los almacenes debido a su menor liquidez. Su expresión es:

$$\text{Prueba Ácida} = \frac{\text{Tesorería} + \text{Clientes}}{\text{Pasivo corriente}}$$

Es decir, elimina la partida menos líquida del activo circulante, para relacionar al resto con el pasivo a corto plazo. Desde una perspectiva teórica su valor no debería ser inferior a uno, pero en la práctica, se considera que valores entre 0,6 y 1 son normales para las empresas industriales y en torno a uno para las comerciales.

3.3. *Liquidez inmediata*

Este ratio mide la capacidad que tiene la empresa para atender a los pagos a corto plazo con los activos más líquidos (caja y bancos, así como activos financieros muy líquidos, tales como letras del tesoro, pagarés de empresa, etc.) es decir, con la tesorería.

$$\text{Liquidez Inmediata} = \frac{\text{Tesorería}}{\text{Pasivo corriente}}$$

Indica en qué medida se puede hacer frente al exigible a corto plazo con el disponible. Su valor debe ser inferior a uno, por ejemplo, 0,5; para interpretar correctamente si es adecuado o no se ha de analizar la secuencia de pagos y, para ello, se ha de tener en cuenta el presupuesto de tesorería, descrito en el tema anterior. El valor de este ratio no debe ser excesivo, ya que incide negativamente en la rentabilidad de la empresa.

Como resumen, se puede señalar que estos tres ratios, utilizados conjuntamente, proporcionan una información precisa de la situación de liquidez de la empresa y, por ello, de su solvencia a corto plazo que depende, como se ha visto, de la composición del activo y pasivo circulante. Por ello, en la medida que haya sincronización entre la capacidad del activo circulante para irse convirtiendo en líquido y la exigibilidad de las deudas que vayan venciendo, se estará asegurando la solvencia a corto plazo.

4. Ratios de estructura

Los ratios de estructura comparan la composición de la estructura económica de la empresa (o de activo) con la composición de la estructura financiera (o de pasivo). También miden las condiciones estructurales o a largo plazo para que la empresa pueda hacer frente a sus deudas, por lo que se pueden incluir dentro de estos los que miden la solvencia a largo plazo. Estos ratios suelen expresarse en forma de porcentaje.

Seguidamente se detallan los ratios más significativos de la estructura del pasivo.

4.1. *Ratio de Endeudamiento*

Este ratio indica la proporción entre recursos ajenos y recursos propios que tiene la empresa:

$$\text{Endeudamiento} = \frac{\text{Recursos ajenos}}{\text{Recursos propios}} = \frac{D}{C} = e$$

Por lo tanto, mide la proporción entre los fondos tomados a crédito o préstamo y los fondos aportados por los accionistas o generados por la empresa. Cuando el ratio es igual a uno significa que la estructura financiera de la empresa está equilibrada en cuanto a la procedencia de los recursos ya que está formada al cincuenta por ciento por recursos propios y ajenos.

Otra variante del ratio de endeudamiento, también utilizada en la polémica sobre la estructura financiera óptima de la empresa, es la que se utiliza en el denominador, en vez de los fondos propios, el total de los recursos financieros, es decir, la suma de los recursos ajenos y de los recursos propios.

4.2. Estructura de Endeudamiento

Este ratio analiza la composición del endeudamiento de la empresa, distinguiendo el exigible a medio y largo plazo, del exigible a corto plazo:

$$\text{Estructura de Endeudamiento} = \frac{\text{Pasivo no corriente}}{\text{Pasivo corriente}}$$

La estructura financiera será tanto más arriesgada cuanto menor sea el valor que toma este ratio porque indica que depende cada vez más del pasivo a corto plazo.

4.3. Cobertura de los intereses

Este ratio muestra la capacidad de la empresa para hacer frente a sus compromisos financieros analizando si, con el excedente empresarial medido por el beneficio antes de intereses e impuestos (BAIT), se es capaz de hacer frente a los intereses de la deuda. Su expresión es:

$$\text{Cobertura de intereses} = \frac{\text{BAIT}}{\text{Intereses}} = \frac{\text{BAIT}}{i_d \cdot D}$$

Este ratio es uno de los más empleados por las entidades bancarias antes de decidir sobre la concesión de préstamos porque mide la incidencia que tiene el endeudamiento sobre los beneficios de la empresa y, en el caso de que su coste sea excesivamente elevado, puede comprometer la viabilidad financiera de la empresa. Algunos estudios señalan que un ratio menor que dos implica un riesgo importante de llegar a la situación de concurso de acreedores.

4.4. Ratios de solvencia

Los ratios de solvencia miden la capacidad de la empresa para hacer frente a sus compromisos financieros. Se suele distinguir entre solvencia a largo plazo y solvencia a corto plazo. Los ratios de liquidez ya estudiados, que relacionan las partidas más líquidas del activo con el exigible a corto plazo, miden la solvencia a corto plazo, es decir, la capacidad de la empresa para atender a los compromisos de pago que corresponden al ciclo de explotación.

La solvencia a largo plazo mide la capacidad que tiene la empresa con sus bienes (activos) para hacer frente a su pasivo exigible.

$$\text{Solvencia} = \frac{\text{Activo}}{\text{Pasivo Exigible}} = \frac{A}{D}$$

Otros ratios de solvencia son los de Estructura del Activo. Estos, proporcionan una medida de la composición de la estructura económica de la empresa y se calculan dividiendo una parte del activo (por ejemplo, en el numerador aparece el activo no corriente (fijo) o el activo corriente (circulante) o bien las existencias, el realizable o el disponible) entre el activo total.

La distinción entre solvencia a corto y a largo plazo es importante ya que una empresa puede ser solvente a largo plazo y sin embargo no serlo a corto plazo; esto puede ocurrir, por ejemplo, en el caso de empresas de rápido crecimiento y que necesitan endeudarse para mantener ese ritmo expansivo.

4.5. Autonomía Financiera

El ratio de autonomía financiera mide la proporción que representan los recursos propios de la empresa respecto a los recursos ajenos que tiene.

$$\text{Autonomía} = \frac{\text{Recursos Propios}}{\text{Recursos Ajenos}}$$

Este ratio mide el número de veces que los recursos propios contienen a los recursos ajenos o, desde otra perspectiva, mide el grado de dependencia que mantiene la empresa en relación con los recursos ajenos. Desde el punto de vista de la autonomía de la empresa se considera este ratio debe tomar valores mayores que uno. Si la empresa está muy endeudada es probable que presente problemas de insolvencia. No obstante, ha de tenerse en cuenta que un valor muy elevado de este ratio no suele ser una situación óptima ya que, mediante los recursos ajenos, la empresa puede disponer de unos recursos financieros que favorezcan su expansión y crecimiento y que, sin ellos, serían difíciles de alcanzar. Debe observarse que este ratio es redundante con el ratio de endeudamiento por ser inverso el uno del otro.

Ejemplo: Con los datos resumidos de las empresas CBA y ZYX que se presentan en el cuadro siguiente, obtener los ratios de rentabilidad económica y financiera, así como la liquidez general y el ratio de endeudamiento. El tipo de interés medio al que se retribuyen las deudas en ambas empresas es el 6% y el tipo del impuesto de sociedades es el 30%.

<i>Empresa</i>	<i>CBA</i>	<i>ZYX</i>
ACTIVO	5.000	4.500
– Corriente	3.000	2.000
– No corriente	2.000	2.500
PASIVO	5.000	4.500
– Corriente	1.000	2.000
– No Corriente	1.500	1.000
– R. Propios	2.500	2.000
VENTAS	8.000	10.000
– Coste Ventas	6.000	8.200
– Amortización	500	800

Solución:

En primer lugar se calcula el BAIT y el BN de ambas empresas:

$\text{BAIT} = \text{Ventas} - \text{Coste de Ventas} - \text{Amortizaciones}$

$\text{Intereses} = i_d \cdot D$ (en este caso: $i_d = 0,06$)

$\text{BAT} = \text{BAIT} - \text{Intereses}$

$\text{Impuesto de Sociedades} = \text{BAT} \cdot t$ (en este caso: $t = 0,3$)

$\text{BN} = \text{BAT} - \text{Impuesto Sociedades}$

En el cuadro siguiente se resumen los cálculos y los resultados para estas magnitudes:

<i>Empresa</i>	<i>CBA</i>	<i>ZYX</i>
VENTAS	8.000	10.000
– Coste Ventas	6.000	8.200
– Amortización	500	800
BAIT	1.500	1.000
– Intereses	150	180
BAT	1.350	820
– Impuesto	405	246
BN	945	574

Los resultados de los ratios son los siguientes:

Rentab. Económica	BAIT/A	30,00%	22,22%
Rentab. Financiera	BN/C	37,80%	28,70%
Liquidez General	AC/PC	3	1
Endeudamiento	R. aj./R. Prop.	100%	150%
Solvencia	A/P. exigible	2	1,5

5. Ratios de rotación

Los ratios de rotación miden el número de veces que la magnitud que figura en el numerador contiene a la que figura en el denominador. Al estudiar en el tema anterior el ciclo a corto plazo (o ciclo de explotación) se han calculado las rotaciones de las existencias, de las cuentas a pagar, las cuentas a cobrar, etc. En ellas, se ha calculado el número de veces que cada una de esas cuentas se repite en el año.

5.1. Rotación del activo

La rotación del activo o rotación de las inversiones indica el número de unidades monetarias que se obtienen con las ventas por cada unidad monetaria invertida. Se expresa:

$$\text{Rotación Activo} = \frac{\text{Ventas}}{\text{Activo}}$$

Un incremento en la rotación del activo puede ocurrir porque hayan aumentado las ventas en mayor proporción que el activo total o bien porque haya disminuido el activo en mayor proporción que las ventas.

Este ratio está relacionado con la rentabilidad de la empresa. En efecto, si el ratio de rentabilidad económica se multiplica y divide por el volumen de Ventas resulta:

$$RE = \frac{BAIT}{Activo} \cdot \frac{Ventas}{Ventas} = \frac{BAIT}{Ventas} \cdot \frac{Ventas}{Activo}$$

$$RE = \text{Margen sobre ventas} \cdot \text{Rotación de inversiones}$$

En consecuencia, la rentabilidad económica es igual al producto del margen sobre ventas por la rotación de las inversiones.

Por lo tanto, si aumenta la rotación de las inversiones aumentará la rentabilidad económica.

6. Ratios financiero-bursátiles

Son ratios que se utilizan en los mercados bursátiles para evaluar las diferentes clases de acciones y tomar decisiones a la hora de invertir en activos financieros.

6.1. PER (*Price Earning Ratio*)

Es uno de los ratios más utilizados por los analistas y se obtiene dividiendo el precio de la acción (P) entre el beneficio por acción (BPA):

$$PER = \frac{\text{Precio}}{BPA} = \frac{\text{Capitalización Bursátil}}{\text{Beneficio Neto}}$$

Este ratio se conoce también como ratio del precio-beneficio (o P/E : *price/earning*). Es, por tanto, una relación que indica el número de veces que el beneficio por acción está contenido en el precio. Dicho de otra forma, es el número de años que tardaría en recuperarse el precio pagado al adquirir la acción con los beneficios que genera. Desde una perspectiva global de la empresa, el ratio PER mide la relación entre la capitalización bursátil (CB) o valor de mercado de la empresa y el beneficio neto que se obtiene. El inverso del PER es una medida de rentabilidad: $1/PER = BN/CB$.

Para su cálculo se debe tomar el beneficio futuro y no el último real, ya que el inversor que compra acciones de una empresa en este momento, obtendrá unos beneficios en función de lo que la empresa gane en el futuro, no de lo que haya obtenido en el pasado. Sin embargo, algunos inversores utiliza el PER calculado con datos históricos porque los beneficios futuros, lógicamente, no son conocidos y hay que estimarlos. Por otra parte, un PER negativo no tiene significado económico, correspondería a una empresa que tiene pérdidas. ($BPA < 0$).

Visto desde otra perspectiva, el PER es el inverso de la rentabilidad y es una referencia adecuada para la adopción de decisiones bursátiles. Por ejemplo, si el tipo de interés sin riesgo es el 5% anual, el PER máximo a la hora de invertir sería 20: ($1/0,05 = 20$), por lo tanto, se debería pagar un precio menor que 20 para compensar el riesgo asumido. Si se comprase esa acción cuando el PER es mayor que 20 se va a obtener una rentabilidad inferior a la que se obtiene invirtiendo en activos sin riesgo (inferior al 5%). Por tanto, el tipo de interés del mercado también va a influir en el valor de la acción.

La aplicación del PER es sencilla:

- Es preferido una acción con PER bajo que otra con PER alto (para el mismo nivel de riesgo).
- Si el precio estimado (PER estimado multiplicado por BPA) es mayor que el precio de mercado, se recomienda comprar o, en su caso, no vender. En efecto, el precio de mercado debe subir hasta igualarse con el precio estimado por lo que, si se compran ahora que están baratas, se podrán vender a precio más alto cuando el precio de mercado se iguale con el precio estimado.
- Si el precio estimado es menor que el valor de mercado, se recomienda vender o no comprar.

Las ventajas del PER son:

- Es uno de los ratios más utilizados por los inversores y más analizado por los mercados.
- Permite estimar con cierta facilidad los PER futuros a partir de las proyecciones del BPA que estudian los analistas financieros.

Los inconvenientes del PER son:

- Los resultados pueden verse distorsionados por el nivel de apalancamiento.
- Al comparar los ratios PER de distintos países se pueden obtener resultados distorsionados al aplicar diferentes criterios contables.
- Es un ratio muy sensible en el caso de empresas cíclicas.

6.2. Precio/Cash Flow (P/CF)

Es una variante del ratio PER que aplican los analistas financieros americanos y relaciona por cociente el precio de la acción con el cash-flow:

$$P / CF = \frac{\text{Precio}}{\text{Flujo de Caja}}$$

En este caso, en el denominador, al beneficio neto se le suman las amortizaciones para obtener el cash flow. Si se calcula con datos del pasado se obtienen ratios históricos y si se utilizan estimaciones futuras se obtienen ratios previsionales.

Un P/CF elevado puede significar que los accionistas esperan un fuerte crecimiento de los dividendos o que la acción tiene poco riesgo, por lo que los accionistas aceptarán una rentabilidad baja, o también que la acción esté sobrevalorada.

Un P/CF bajo puede indicar que la acción está infravalorada y su cotización tiene dificultades para subir, pero también puede indicar que su beneficio va a

crecer por debajo del conjunto del mercado o del sector o que sus expectativas de futuro son peores que el conjunto.

En consecuencia, el P/CF es un ratio que la empresa debe comparar con los correspondientes a otras empresas o con la media del sector y es indicativo de las expectativas de crecimiento que tiene la empresa y de los beneficios que potencialmente puede obtener.

Este ratio tiene ciertas limitaciones, entre las que cabe destacar que tiende a favorecer a las empresas que son intensivas en inmovilizado, en detrimento de otras que son intensivas en rotación del inventario. En concreto las compañías eléctricas tienen un elevado «cash flow», ya que la partida de amortizaciones es muy alta. Por el contrario, los hipermercados tienen cifras bajas de amortización en comparación con sus beneficios, especialmente si los locales que utilizan están alquilados, porque su negocio consiste en rotar su inventario.

6.3. Precio sobre valor contable (P/VC)

Este ratio mide el número de veces que el valor contable de una compañía está contenido en su valor bursátil. Usualmente, el valor contable es menor que el valor de la empresa, porque los activos suelen valer más de lo que figuran en los libros de contabilidad.

$$P/VC = \frac{\text{Precio de mercado acción}}{\text{Valor contable acción}} = \frac{\text{Precio}}{\frac{\text{Patrimonio neto}}{N.^{\circ} \text{ acciones}}}$$

Un ratio igual a uno indica que el valor de una empresa coincide con su valoración contable; si es inferior a uno indica que la acción estaría infravalorada y si es superior a uno indica que la acción estaría sobrevalorada. Un aspecto criticable de este ratio es que su utilidad depende de la calidad de los valores contables que se manejen. También indica si el mercado valora la acción por encima, igual o por debajo de los valores registrados oficialmente.

6.4. Distribución de dividendos (Pay-out)

Este ratio pone en relación el dividendo pagado respecto al beneficio obtenido:

$$\text{Pay-out} = \frac{\text{Dividendo}}{BPA}$$

Este ratio es indicativo de la política de dividendos que sigue la empresa.

7. Endeudamiento y Apalancamiento financiero

Al analizar la toma de decisiones empresariales se tiene en cuenta la rentabilidad esperada y el riesgo que se asume, tal como se ha descrito en temas anteriores.

Al estudiar la rentabilidad en la empresa se distingue entre:

- *Rentabilidad económica*, o rentabilidad que producen las inversiones realizadas por la empresa. Es, por lo tanto, la rentabilidad que produce el activo.
- *Rentabilidad financiera*, o rentabilidad que corresponde a los recursos propios de la empresa. Es, por lo tanto, la rentabilidad que obtienen los accionistas.

Por otra parte, en la empresa, están presentes dos tipos de riesgo:

- El *riesgo económico* o de mercado. Es el riesgo que asume la empresa por las fluctuaciones de la demanda que afectan al volumen de ventas y hace que el beneficio de explotación o BAIT sea inestable y se comporte como una variable aleatoria. Esta clase de riesgo depende de la estructura económica de la empresa.
- El *riesgo financiero*. Es el riesgo que asume la empresa como consecuencia de los recursos ajenos que está utilizando, porque las deudas suponen la obligación contractual de tener que efectuar unos desembolsos, conocidos en su cuantía y en su vencimiento, cualquiera que sea el beneficio neto. Dado que el beneficio neto es aleatorio, esta clase de riesgo depende de la estructura financiera de la empresa.

7.1. Rentabilidad financiera y endeudamiento

La rentabilidad económica $RE = i_a$ y la rentabilidad financiera $RF = i_c$ se obtienen:

$$i_a = \frac{BAIT}{A} = \frac{BAIT}{C + D} \quad i_c = \frac{BN}{C}$$

Una vez calculado el BAIT, se obtiene el beneficio después intereses (BAT) restando los intereses de los recursos ajenos y el beneficio neto de la empresa (BN) restando al BAT el importe del impuesto de sociedades. En consecuencia:

$$BAT = BAIT - I \quad \text{y} \quad BN = BAT \cdot (1 - t) = (BAIT - I) \cdot (1 - t)$$

Teniendo en cuenta que $BAIT = i_a \cdot A$ y que $I = i_d \cdot D$, al sustituir resulta:

$$BAT = (i_a \cdot A - i_d \cdot D) \quad \text{y} \quad BN = (i_a \cdot A - i_d \cdot D) \cdot (1 - t)$$

Y dado que el activo $A = P = C + D$, suma de los capitales propios (C) y los ajenos (D), se tiene:

$$BAT = i_a \cdot C + (i_a - i_d) \cdot D \quad \text{y} \quad BN = [i_a \cdot C + (i_a - i_d) \cdot D] \cdot (1 - t)$$

Al dividir por C toda la ecuación, resulta:

$$\frac{BAT}{C} = i_a + (i_a - i_d) \cdot \frac{D}{C} = i_a + (i_a - i_d) \cdot e$$

$$i_c = \frac{BN}{C} = \left[i_a + (i_a - i_d) \cdot \frac{D}{C} \right] \cdot (1 - t) \Rightarrow$$

$$i_c = [i_a + (i_a - i_d) \cdot e] \cdot (1 - t) \quad (1)$$

Debe recordarse que el cociente $= D/C = e$ es el ratio de endeudamiento.

Esta última ecuación indica que la rentabilidad financiera es igual a la rentabilidad económica más el diferencial entre rentabilidad económica y el coste de la deuda, multiplicado por el ratio de endeudamiento; este resultado se corrige finalmente deduciendo el efecto del impuesto de sociedades (debe tenerse en cuenta que por cada euro de beneficio (BAT) que se obtiene, se ha de pagar t unidades de impuesto con lo que queda neto $(1 - t)$).

Una primera conclusión es que la rentabilidad financiera depende del nivel de endeudamiento que tenga la empresa; en efecto, de la simple observación de esa ecuación se deduce:

- Cuando la rentabilidad económica es mayor que el tanto de coste de los recursos ajenos: $i_a > i_d$ la rentabilidad financiera aumenta tanto más cuanto mayor sea el endeudamiento; por ello, en este caso, conviene endeudarse al máximo. Teóricamente toda la estructura financiera debería estar compuesta solamente por deuda, sin embargo debe tenerse en cuenta que, cuanto mayor sea el endeudamiento, mayor es el riesgo financiero y, por ello, a medida que la empresa se endeuda se encarece la financiación de las entidades financieras, por lo i_d tenderá a crecer hasta igualarse con i_a e incluso a superarla.
- Cuando la rentabilidad económica es menor que el tanto de coste de los recursos ajenos: $i_a < i_d$ la rentabilidad financiera se comporta en sentido contrario al endeudamiento, de manera que cuanto mayor sea el endeudamiento menor será la rentabilidad financiera; por ello, en este caso, conviene endeudarse lo menos posible.
- Cuando la rentabilidad económica coincide con el tanto de coste de los recursos ajenos: $i_a = i_d$ resulta: $i_c = i_a \cdot (1 - t)$. En este caso se comprueba que el endeudamiento no afecta a la rentabilidad financiera.

Ejemplo: La empresa ZYX está obteniendo una rentabilidad económica del 15% anual y el coste promedio de los recursos ajenos es del 10%; por otra parte, la empresa paga el impuesto de sociedades a un tipo del 30%. Obtener la rentabilidad financiera en los casos en que la relación de endeudamiento es: a) $e = 0,5$; b) $e = 1$; c) $e = 2$.

Solución:

Se aplica la ecuación que relaciona ambos tantos de rentabilidad:

$$i_c = [i_a + (i_a - i_d) \cdot e] \cdot (1 - t)$$

En el caso a):

$$i_c = [0,15 + (0,15 - 0,1) \cdot 0,5] \cdot (1 - 0,3) = 0,125 \text{ (el 12,25\%)}$$

En el caso b):

$$i_c = [0,15 + (0,15 - 0,1) \cdot 1] \cdot (1 - 0,3) = 0,14 \text{ (el 14\%)}$$

En el caso c):

$$i_c = [0,15 + (0,15 - 0,1) \cdot 2] \cdot (1 - 0,3) = 0,175 \text{ (el 17,50\%)}$$

Conclusión: Se observa que al ser $i_a > i_d$, la rentabilidad financiera crece a medida que lo hace la relación de endeudamiento sin que se haya modificado la rentabilidad económica, el coste de las deudas o el tipo impositivo. Este hecho se conoce como efecto de apalancamiento positivo, tal como se va a detallar a continuación.

7.2. El apalancamiento financiero

La ecuación (1), que relaciona la rentabilidad financiera con la rentabilidad económica, es una de las más importantes en la gestión financiera porque describe cómo se produce el efecto apalancamiento (o efecto *leverage* en la terminología anglosajona). En el ejemplo anterior, al aplicar la ecuación se ha comprobado que el endeudamiento ejerce sobre la rentabilidad financiera un efecto similar al de una palanca, aumentándola en épocas de prosperidad, es decir, cuando la rentabilidad económica es superior al coste de endeudamiento y disminuyéndola en la misma proporción en épocas de crisis, cuando la rentabilidad económica se sitúa por debajo del coste del capital ajeno. Así pues, el apalancamiento financiero consiste en que, para unos valores concretos de la rentabilidad económica y del coste de los recursos ajenos, la utilización de deuda en la estructura financiera amplifica la rentabilidad financiera cuando $i_a > i_d$ y la reduce cuando $i_a < i_d$.

bb La rentabilidad financiera es una función lineal de rentabilidad económica. En efecto, teniendo en cuenta que i_c es la variable dependiente (y) e i_a en la independiente (x), al ordenar la ecuación resulta de la forma $y = a \cdot x - b$:

$$i_c = i_a \cdot (1 + e) \cdot (1 - t) - i_d \cdot e \cdot (1 - t)$$

Se trata de la ecuación de una recta con pendiente: $(1 + e) \cdot (1 - t)$ y con ordenada en el origen: $i_d \cdot e \cdot (1 - t)$. Se observa que la recta incrementa su pendiente a medida que aumenta la relación de endeudamiento e de manera que, modificando el nivel de endeudamiento, se obtiene la ecuación de un haz de rectas, cuyo punto de intersección es: $(i_a; i_c = i_a \cdot (1 - t))$.

En resumen, esta expresión relaciona la rentabilidad financiera i_c con la rentabilidad económica i_a . Se observa que la rentabilidad financiera es igual a la rentabilidad económica incrementada por el efecto *apalancamiento* que proporcionan las deudas de la empresa y depurada del efecto impositivo. La rentabilidad financiera será tanto mayor cuanto mayor sea el volumen de las deudas respecto a los recursos propios en el caso de que $i_a > i_d$.

7.3. Endeudamiento y riesgo

El endeudamiento afecta a la rentabilidad financiera pero también afecta al riesgo financiero de la empresa. El riesgo total que afecta a la empresa es la suma del riesgo económico y del riesgo financiero. El riesgo económico está asociado a la variabilidad del beneficio de explotación (BAIT), consecuencia de que hay factores internos y externos a la empresa que modifican las previsiones iniciales para el beneficio de explotación.

El riesgo financiero está asociado a la variabilidad del beneficio neto y viene medido por la desviación típica de la rentabilidad financiera; este es un riesgo que depende de la estructura financiera de la empresa, es decir, de la forma en que la empresa financia su activo. Cuanto mayor sea el endeudamiento de la empresa, mayor será la carga financiera por intereses y, por lo tanto, mayor riesgo de incumplir sus compromisos financieros. Recordando las ecuaciones del beneficio neto y de la rentabilidad financiera resulta:

$$BN = (BAIT - I) \cdot (1 - t)$$

$$RF = i_c = \frac{(BAIT - i_d \cdot D) \cdot (1 - t)}{C}$$

En consecuencia, el valor esperado y la desviación típica de RF o ROE es:

$$E(RF) = \frac{E(BAIT - i_d \cdot D) \cdot (1 - t)}{C} \quad \text{y} \quad \sigma(RF) = \frac{\sigma(BAIT) \cdot (1 - t)}{C}$$

En resumen, el endeudamiento afecta a la rentabilidad financiera en los dos sentidos: Se incrementa por el efecto de apalancamiento cuando la rentabilidad económica es superior al coste de los recursos ajenos ($i_a > i_d$), pero disminuye cuando la rentabilidad económica es inferior a ese coste ($i_a < i_d$). Sin embargo, afecta al riesgo financiero en un solo sentido porque siempre aumenta cuando lo hace el endeudamiento debido al incremento de la carga financiera por intereses y por la devolución del principal de la deuda.

7.4. Otras medidas del riesgo financiero

Entre otras cabe destacar:

- La *Variabilidad del Beneficio por Acción* (BPA), que viene medida por la desviación típica del BPA. En el epígrafe 2.4 se ha descrito el ratio del BPA:

$$\text{Beneficio por acción (BPA)} = \frac{\text{Beneficio Neto}}{\text{N.º acciones}} = \frac{(BAIT - i_d \cdot D) \cdot (1 - t)}{\text{N.º acciones}}$$

Dado que el BPA futuro es una variable aleatoria se pueden obtener su valor esperado y su desviación típica de la siguiente manera:

$$E(BPA) = \frac{E(BAIT - i_d \cdot D) \cdot (1 - t)}{\text{N.º acciones}} \quad \text{y} \quad \sigma(BPA) = \frac{\sigma(BAIT) \cdot (1 - t)}{\text{N.º acciones}}$$

Se observa que tiene características similares a la rentabilidad financiera aunque tiene el inconveniente de que no es una medida homogénea de comparación entre empresas cuando el valor nominal de las acciones que se comparan es diferente.

- La *probabilidad de insolvencia*, es la probabilidad de que la empresa no genere suficiente beneficio de explotación (BAIT) para poder atender a los pagos de los intereses que corresponden a los recursos ajenos:

$$Pr(BAIT < i_d \cdot D)$$

El endeudamiento implica el pago de intereses y la devolución del principal por lo que afecta a la liquidez de la empresa; cuanto mayor sea el endeudamiento mas se verán afectados los ratios de liquidez y, por tanto, mayor será la probabilidad de insolvencia. Los pagos generados por la deuda deben realizarse independientemente de los resultados del ejercicio mientras que los dividendos no suponen ninguna obligación por la empresa y pueden no pagarse en épocas de crisis.

Debe observarse que, cuando la empresa no puede atender a los compromisos de pago, pero con el activo puede hacer frente a las deudas, la empresa tiene

falta de liquidez y se encontrará en una situación de concurso de acreedores (antigua suspensión de pagos). En este caso, la expresión anterior quedaría mejor definida si se sustituye BAIT por liquidez.

$$Pr(\text{Liquidez} < i_d \cdot D)$$

- El *coeficiente de variación* de la rentabilidad financiera. Como es sabido, el coeficiente de variación es una medida estadística que relaciona la desviación típica de la variable con su valor esperado. Su expresión en este caso es:

$$CV(i_c) = \frac{\sigma(RF)}{E(RF)}$$

Dado que este coeficiente mide el grado de dispersión por unidad de rentabilidad esperada es una magnitud que proporciona homogeneidad a la hora de efectuar comparaciones entre empresas.

RESUMEN DEL TEMA

- El análisis financiero mediante ratios es útil para conocer aspectos relativos a la rentabilidad, la liquidez, la estructura y la solvencia, así como al riesgo que asume la empresa. Esta información la utilizan tanto la dirección de la empresa como los inversores financieros.
- Se debe trabajar con un grupo reducido de ratios que no sean redundantes y que proporcionen la máxima información.
- Para que la información sea más provechosa se deben utilizar y comparar los ratios de varios periodos consecutivos (por ejemplo, cuatro o cinco años) para analizar las tendencias. También se deben comparar con los ratios de los principales competidores y con la media del sector.
- Los ratios de rentabilidad miden fundamentalmente la rentabilidad económica (de los activos) y la rentabilidad financiera que, además, tiene en cuenta la estructura financiera de la empresa.
- Los ratios de liquidez miden la capacidad de la empresa para cumplir con sus obligaciones de pago a corto plazo. Se distingue entre liquidez general, liquidez ordinaria y liquidez instantánea.
- Los ratios de estructura analizan la composición del pasivo y los comparan con partes del activo o con las cargas financieras asumidas. La solvencia a largo plazo mide la capacidad que tiene la empresa para hacer frente, con sus activos, al pasivo exigible.
- Los ratios de rotación miden el número de veces que la magnitud que figura en el numerador contiene a la que figura en el denominador. Por ejemplo, la rotación del activo o rotación de las inversiones indica el número de unidades monetarias que se obtienen con las ventas por cada unidad

monetaria invertida. En el tema anterior se estudiaron los ratios de rotación asociados al ciclo de explotación.

- Los ratios financiero-bursátiles se utilizan principalmente por los analistas e inversores financieros para tomar sus decisiones en cuanto a la compra o venta de acciones. Destacan el ratio PER que mide el número de veces que el precio bursátil contiene al beneficio por acción (BPA) y el *Pay-out* que mide la proporción del beneficio neto que se dedica a pagar el dividendo.
- El apalancamiento financiero evalúa el impacto de la estructura financiera de la empresa sobre su rentabilidad financiera.
- El apalancamiento financiero es positivo cuando el uso de la deuda permite aumentar la rentabilidad financiera de la empresa. En este caso el uso de la deuda es conveniente ya que la rentabilidad financiera será tanto mayor cuanto más endeudada esté la empresa.
- El apalancamiento financiero es negativo cuando el uso de la deuda disminuye la rentabilidad de la empresa. En este caso el uso de la deuda no es conveniente ya que la rentabilidad financiera será tanto menor cuanto más endeudada esté la empresa pudiendo llegar a ser negativa.
- A mayor endeudamiento, mayor riesgo financiero. Se mide mediante la desviación típica de la rentabilidad financiera o del beneficio por acción. La probabilidad de insolvencia y el coeficiente de variación de la rentabilidad financiera también sirven para medir el riesgo financiero.

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. La empresa ZYX presenta los balances y cuentas de pérdidas y ganancias correspondientes a los tres últimos años cuyas partidas más significativas son las siguientes:

BALANCE DE LA EMPRESA XYZ			
Años	2010	2009	2008
ACTIVO	1.300.000	1.100.000	1.000.000
Caja y Bancos	43.000	60.000	50.000
Clientes	300.000	240.000	200.000
Existencias	450.000	360.000	300.000
Inmovilizado bruto	650.000	550.000	530.000
– Amortizaciones	143.000	110.000	80.000
Inmovilizado neto	507.000	440.000	450.000

PASIVO	1.300.000	1.100.000	1.000.000
Proveedores	200.000	200.000	180.000
Creditos bancarios	180.000	150.000	120.000
Préstamos a LP	250.000	250.000	250.000
Capital	220.000	150.000	150.000
Reservas	450.000	350.000	300.000

<i>Cuenta de resultados</i>			
<i>Años</i>	<i>2010</i>	<i>2009</i>	<i>2008</i>
Ventas	2.400.000	2.150.000	2.000.000
– Coste de las ventas	1.450.000	1.300.000	1.200.000
Margen bruto	950.000	850.000	800.000
– Gastos varios	420.000	390.000	370.000
– Amortizaciones	40.000	33.000	30.000
BAIT	490.000	427.000	400.000

La empresa paga unos intereses promedio del 8% a los créditos bancarios y un 10% a los préstamos a largo plazo. El tipo del impuesto de sociedades que grava a la empresa es el 30%.

Calcular:

- El beneficio neto.
- Los ratios de rentabilidad económica, financiera y comercial.
- Los ratios de liquidez general, ordinaria e instantánea.
- Los ratios de endeudamiento, estructura del endeudamiento y cobertura de los intereses.
- El ratio de solvencia a largo plazo y el de rotación del activo.

- Se desea conocer el comportamiento de la rentabilidad financiera al variar el beneficio antes de intereses e impuestos (BAIT) para diferentes estructuras financieras de una empresa. Se consideran las tres estructuras siguientes (las cuantías en millones de euros):

	<i>Estructura I</i>	<i>Estructura II</i>	<i>Estructura III</i>
Recursos Propios	800	500	200
Recursos Ajenos	200	500	800

Los recursos ajenos perciben intereses a un tipo del 10% anual y el tipo impositivo que grava a las empresas es el 30% del beneficio antes de impuestos (BAT). Obtener la rentabilidad financiera en cada una de esas tres estruc-

turas si el BAIT, en millones de euros, es: a) 0; b) 50; c) 100; d) 150; e) 200. Representar gráficamente los resultados y comentarlos.

- 3. Una acción tiene un PER de 25 y el tipo de interés de los activos sin riesgo es el 4,5%. Explicar razonadamente si a un inversor le interesa invertir en esta clase de acciones.
- 4. El PER estimado de unas acciones es 12 y su BPA es de 1,5 euros. Sabiendo que el precio de mercado es, en este momento, de 16,50 euros indicar si se deberían comprar estas acciones.
- 5. Las expectativas de dos empresas diferentes en cuanto a la rentabilidad esperada y la desviación típica de esa rentabilidad son las siguientes:

Empresa	A	B
Rentabilidad esperada	12%	15%
Desviación típica	1,5%	2%

Determinar cuál de las dos empresas presenta mayor riesgo si se utiliza como referencia el coeficiente de variación.

BIBLIOGRAFÍA

AGUER HORTAL, M.; PÉREZ GOROSTEGUI, E. y MARTÍNEZ SÁNCHEZ, J. (2007): *Administración y Dirección de Empresas. Teoría y Ejercicios Resueltos*. Ed. Universitaria Ramón Areces.

ANTICH CORGOS, J. y MOYA CLARAMUNT, M. (1995): *Gestión Financiera. Edición para técnicos en empresas turísticas*. Ed. Síntesis.

ARGUEDAS, R. y NOGUERAS, M.ª T. (2007): *Planificación, Dirección y Gestión Financiera de Empresas Turísticas*. Ed. Universitaria Ramón Areces.

MEDINA HERNÁNDEZ, U. (2010): *Gestión Financiera de Actividades Turísticas*. Ed. Pirámide.

MÉNDEZ GONZÁLEZ, G. (2009): *Análisis y Gestión Financiera de Empresas Turísticas*. Ed. Universitaria Ramón Areces.

PABLO LÓPEZ, A. de y FERRUZ, L. (2004): *Finanzas de Empresa*. Ed. Universitaria Ramón Areces.

PÉREZ CARBALLO, A. y VELA SASTRE, E. (1981): *Gestión financiera de la empresa*. Alianza Editorial. Madrid.

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

Ejercicio 1

- a) El *beneficio neto* se calcula, para cada año, utilizando la siguiente expresión:

$$BN = (BAIT - I) \cdot (1 - t)$$

En el caso del año 2010 los intereses importan:

$$I = i_d \cdot D = 0,08 \cdot 180.000 + 0,1 \cdot 250.000 = 39.400 \text{ €}$$

El beneficio antes de impuestos es:

$$BAT = BAIT - I = 490.000 - 39.400 = 450.600 \text{ €}$$

El importe del impuesto de sociedades al tipo del 30%, es:

$$T = BAT \cdot t = 450.600 \cdot 0,3 = 135.180 \text{ €}$$

Y el beneficio neto resulta:

$$BN = BAT - T = 450.600 - 135.180 = 315.420 \text{ €}$$

El mismo razonamiento se ha de aplicar a los años 2.009 y 2.008. Los resultados se recogen en el siguiente cuadro:

Años	2010	2009	2008
BAIT	490.000	427.000	400.000
– Intereses	39.400	37.000	34.600
BAT	450.600	390.000	365.400
– Impuestos	135.180	117.000	109.620
Beneficio Neto	315.420	273.000	255.780

- b) Los *ratios de rentabilidad* para el año 2010 son:

b.1) Rentabilidad económica:

$$RE = i_a = \frac{BAIT}{\text{Activo}} = \frac{490.000}{1.300.000} = 37,69\%$$

b.2) Rentabilidad financiera:

Teniendo en cuenta que el patrimonio neto es: $220.000 + 450.000 = 670.000 \text{ €}$, resulta

$$RF = i_c = \frac{BN}{C} = \frac{315.420}{670.000} = 47,08\%$$

b.3) Rentabilidad comercial:

$$RC = i_v = \frac{BAIT}{Ventas} = \frac{490.000}{2.400.000} = 20,42\%$$

Si se aplica el mismo razonamiento para los años 2009 y 2008, se obtienen los siguientes resultados:

<i>Ratios de rentabilidad</i>	<i>2010</i>	<i>2009</i>	<i>2008</i>
Rentabilidad Económica	37,69%	38,82%	40,00%
Rentabilidad Financiera	47,08%	54,60%	56,84%
Rentabilidad Comercial	20,42%	19,86%	20,00%

Se observa que la rentabilidad económica y la financiera tienen unos resultados altos si bien con una ligera tendencia a la baja. La rentabilidad comercial se mantiene aproximadamente constante y con buenos resultados.

c) Los *ratios de Liquidez* para el año 2010 son:

c.1) Liquidez general:

$$LG = \frac{\text{Tesorería} + \text{Clientes} + \text{Existencias}}{\text{Pasivo corriente}} = \frac{43.000 + 300.000 + 450.000}{200.000 + 180.000} = 2,09$$

c.2) Prueba ácida o liquidez ordinaria:

$$LO = \text{Prueba Ácida} = \frac{\text{Tesorería} + \text{Clientes}}{\text{Pasivo corriente}} = \frac{43.000 + 300.000}{380.000} = 0,90$$

c.3) Liquidez instantánea:

$$LI = \frac{\text{Tesorería}}{\text{Pasivo corriente}} = \frac{43.000}{380.000} = 0,11$$

Al aplicar el mismo razonamiento para los años 2009 y 2008, se obtienen los siguientes resultados:

<i>Ratios de liquidez</i>	<i>2010</i>	<i>2009</i>	<i>2008</i>
Liquidez General	2,09	1,89	1,83
Prueba ácida	0,90	0,86	0,83
Liquidez Inmediata	0,11	0,17	0,17

Se observa que la liquidez general es buena y con tendencia a ir aumentando. La liquidez ordinaria es ligeramente baja pero, como la tendencia que manifiesta es creciente, puede considerarse aceptable. La liquidez instantánea es baja y con tendencia a disminuir. En conjunto, la liquidez de la empresa está en niveles aceptables aunque es posible que tenga que acudir al crédito bancario en algunas ocasiones.

d) Los *ratios de Endeudamiento* para el año 2010 son:

d.1) Ratio de endeudamiento:

$$e = \frac{D}{C} = \frac{630.000}{670.000} = 0,94$$

d.2) Coeficiente de endeudamiento:

$$\text{Estructura de Endeudamiento} = \frac{\text{Pasivo no corriente}}{\text{Pasivo corriente}} = \frac{250.000}{380.000} = 0.66$$

d.3) Cobertura de los intereses

$$\text{Cobertura de } I = \frac{BAIT}{I} = \frac{490.000}{39.400} = 12,44$$

Los ratios de endeudamiento para los años 2009 y 2008, se resumen a continuación:

<i>Ratios de endeudamiento</i>	<i>2010</i>	<i>2009</i>	<i>2008</i>
Relación de endeudamiento	0,94	1,20	1,22
Estruct. de endeudamiento	0,66	0,71	0,83
Cobertura Intereses	12,44	11,54	11,56

La relación de endeudamiento está dentro de unos valores razonables con una distribución de recursos propios y ajenos en torno al 50%, con tendencia a disminuir. La estructura de endeudamiento es mala ya que destaca el excesivo peso de los recursos ajenos a corto plazo y la tendencia es a empeorar. Es una cuestión a la que se debe prestar la atención necesaria para tratar de corregir esta situación. En cuanto a la cobertura de los intereses es buena y con tendencia a aumentar por lo que no hay problemas en este aspecto.

e) *Los ratios de solvencia y de rotación de activos para el año 2010 son:*

e.1) Solvencia a largo plazo:

$$\text{Solvencia} = \frac{\text{Activo}}{\text{Pasivo Exigible}} = \frac{A}{D} = \frac{1.300.000}{630.000} = 2,06$$

e.2) Rotación de activos:

$$\text{Rotación activos} = \frac{\text{Ventas}}{\text{Activo}} = \frac{2.400.000}{1.300.000} = 1,85$$

Los valores de estos ratios para los años 2.009 y 2.008, se resumen a continuación:

<i>Solvencia y Rotación A.</i>	<i>2010</i>	<i>2009</i>	<i>2008</i>
Solvencia	2,06	1,83	1,82
Rotación del Activo	1,85	1,95	2,00

Se observa que el nivel de solvencia es bueno y con tendencia a aumentar por lo que no hay ningún problema en este aspecto; por el contrario, la rotación del activo es baja y con tendencia decreciente por lo que se deben analizar las causas para comprobar si el activo está sobredimensionado o si se podría aumentar la capacidad producción y ventas.

Nota: Para que las conclusiones que se han ido describiendo fueran plenamente válidas se debería disponer de los datos contables de más años (por ejemplo, de los cinco últimos) y también se deberían comparar con los ratios correspondientes a otras empresas de la competencia y con la media del sector. Aquí se trata únicamente de resolver un ejercicio en el que se aplican los ratios estudiados.

Ejercicio 2

Con la estructura financiera I se pagan unos intereses

$$I_1 = 200.000.000 \cdot 0,1 = 20 \text{ millones de euros.}$$

Con la estructura financiera II se pagan unos intereses

$$I_2 = 500.000.000 \cdot 0,1 = 50 \text{ millones de euros.}$$

Con la estructura financiera III se pagan unos intereses

$$I_3 = 800.000.000 \cdot 0,1 = 80 \text{ millones de euros.}$$

La rentabilidad financiera se obtiene, para cada valor del BAIT, con la siguiente expresión:

$$RF = i_c = \frac{(BAIT - i_d \cdot D) \cdot (1 - t)}{C} \quad \text{siendo } i_d \cdot D = I$$

- En el caso de la estructura I, los resultados son:

$$\text{Si } BAIT = 0 \Rightarrow RF = i_c = \frac{(0 - 20) \cdot 0,7}{800} = -0,0175 \text{ } (-1,75\%)$$

$$\text{Si } BAIT = 50 \Rightarrow RF = i_c = \frac{(50 - 20) \cdot 0,7}{800} = 0,02625 \text{ } (2,625\%)$$

$$\text{Si } BAIT = 100 \Rightarrow RF = i_c = \frac{(100 - 20) \cdot 0,7}{800} = 0,07 \text{ } (7\%)$$

$$\text{Si } BAIT = 150 \Rightarrow RF = i_c = \frac{(150 - 20) \cdot 0,7}{800} = 0,11375 \text{ } (11,375\%)$$

$$\text{Si } BAIT = 200 \Rightarrow RF = i_c = \frac{(200 - 20) \cdot 0,7}{800} = 0,1575 \text{ } (15,75\%)$$

- En el caso de la estructura II, se procede de la misma forma, ahora los intereses son $I_2 = 50$ millones de euros y los resultados son:

$$\text{Si } BAIT = 0 \Rightarrow RF = i_c = \frac{(0 - 50) \cdot 0,7}{500} = -0,07 \text{ } (-7\%)$$

De la misma forma se obtendrá la rentabilidad financiera para los restantes valores del BAIT

$$\text{Si } BAIT = 50 \Rightarrow RF = i_c = 0,00 \text{ } (0\%); \text{ Si } BAIT = 100 \Rightarrow RF = i_c = 0,07 \text{ } (7\%)$$

$$\text{Si } BAIT = 150 \Rightarrow RF = i_c = 0,14 \text{ } (14\%); \text{ Si } BAIT = 200 \Rightarrow RF = i_c = 0,21 \text{ } (21\%)$$

- En el caso de la estructura III, se procede de la misma forma, ahora los intereses son $I_3 = 80$ millones de euros y los resultados son:

$$\text{Si } BAIT = 0 \Rightarrow RF = i_c = \frac{(0 - 80) \cdot 0,7}{200} = -0,28 \text{ } (-28\%)$$

De la misma forma se obtendrá la rentabilidad financiera para los restantes valores del BAIT

Si $BAIT = 50 \Rightarrow RF = i_c = -0,105$ $(-10,5\%)$; Si $BAIT = 100 \Rightarrow RF = i_c = 0,07$ (7%)

Si $BAIT = 150 \Rightarrow RF = i_c = 0,245$ $(24,5\%)$; Si $BAIT = 200 \Rightarrow RF = i_c = 0,42$ (42%)

Los datos y estos resultados se pueden resumir en el siguiente cuadro:

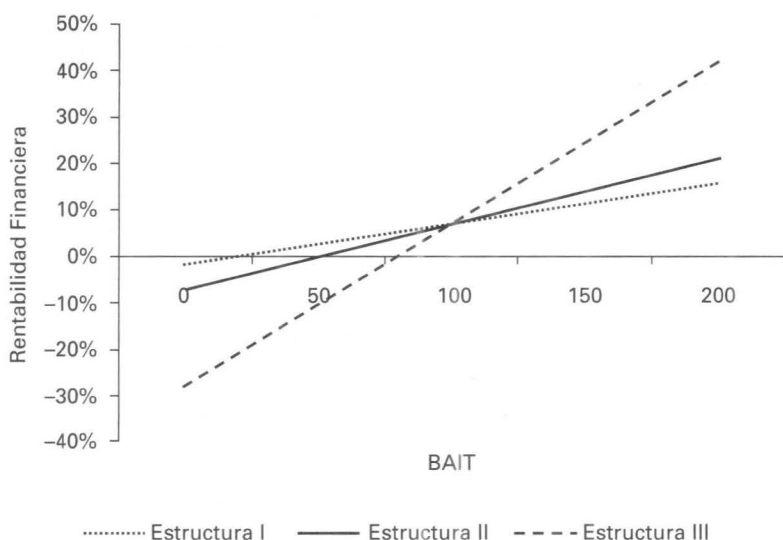
<i>Cifras en millones de euros</i>	<i>Estructura I</i>	<i>Estructura II</i>	<i>Estructura III</i>
Recursos Propios (C)	800	500	200
Recursos Ajenos (D)	200	500	800

Intereses = $0,1 \cdot D$	20	50	80
Ratio de endeudamiento (e)	0,25	1	4

<i>BAIT (Rentab. Económica)</i>	<i>Rentabilidades financieras</i>		
0 (0%)	-1,75%	-7%	-28%
50 (5%)	2,625%	0%	-10,5%
100 (10%)	7%	7%	7%
150 (15%)	11,375%	14%	24,5%
200 (20%)=	15,75%	21%	42%

En la columna del BAIT figura también la rentabilidad económica entre paréntesis. Como se recordará es $i_a = BAIT/A$ siendo $A = 1.000$ millones en las tres estructuras.

La representación gráfica de las rentabilidades financieras correspondientes a las tres estructuras es la siguiente:



Se observa que, en la estructura I cuyos recursos propios representan el 80%, la variación de i_c al variar el BAIT es poco acusada ya que su recorrido va desde $-1,75\%$ hasta el $+15,75\%$ (en total, el $17,5\%$). En la estructura II, en la que los recursos propios y ajenos se reparten al 50%, la variación es mayor y el recorrido de la variable va desde el -7% hasta el $+21\%$ (en total, el 28%). Finalmente, en la estructura III, en la que los recursos propios son el 20% y los ajenos el 80%, la variación es mayor y el recorrido de la variable va desde el -28% hasta el $+42\%$ (en total, el 70%).

En consecuencia, se comprueba que el efecto apalancamiento es muy alto en la estructura III, mediano en la II y pequeño en la I. Una variación en el BAIT modifica fuertemente la rentabilidad financiera en la estructura III por lo que, si la empresa tiene expectativa de beneficios elevados, el apalancamiento hará crecer i_c en una proporción mucho mayor. Pero si el BAIT es pequeño o nulo, ese mismo efecto apalancamiento actuará en sentido contrario y la rentabilidad financiera caerá mucho más intensamente haciendo crecer las pérdidas de los accionistas.

También se observa que las tres estructuras tienen la misma rentabilidad financiera para un BAIT de 100 millones de euros porque en este caso la rentabilidad económica y el coste de las deudas coinciden: $i_a = i_d = 10\%$ por lo que, la ecuación $i_c = [i_a + (i_a - i_d) \cdot e] \cdot (1 - t)$ se reduce a $i_c = i_a \cdot (1 - t)$. La rentabilidad financiera es en este caso: $i_c = 0,1 \cdot 0,7 = 0,07$ (7%).

Ejercicio 3

La acción tiene un PER de 25 lo que significa que los potenciales compradores, que pagan 25 euros por cada euro de beneficio, van a obtener una rentabilidad en tanto por ciento de:

$$R = \frac{1}{25} \cdot 100 = 4\%$$

Dado que la rentabilidad de los activos sin riesgo (el 4,5%) es mayor que la que ofrecen estas acciones (que es del 4%), a los inversores *no les interesa comprar* estas acciones porque tienen menor rentabilidad y mayor riesgo.

Ejercicio 4

Al despejar en la ecuación del ratio PER se obtiene el precio que debería pagarse por estas acciones de acuerdo con el PER estimado:

$$\text{Precio} = \text{PER} \cdot \text{BPA} = 12 \cdot 1,5 = 18 \text{ €}$$

Como el precio que está pagando el mercado en este momento es menor (16,50 €) *interesa comprar* porque las acciones deberían subir hasta esos 18 euros.

Ejercicio 5

Se han de calcular los coeficientes de variación de ambas clases de acciones:

$$CV_A = \frac{1,5}{12} = 0,125 \quad \text{y} \quad CV_B = \frac{2}{12} = 1,6$$

Se comparan ambos resultados y como $CV_A < CV_B$ las acciones del tipo A tienen menor riesgo que las de tipo B.

GLOSARIO DE TÉRMINOS

Apalancamiento financiero: Consiste en incrementar los recursos ajenos en la estructura financiera para amplificar el valor de la rentabilidad financiera para unos valores concretos de la rentabilidad económica y del coste de los recursos ajenos. El efecto es positivo cuando la rentabilidad económica es mayor que el coste promedio de los recursos ajenos y negativo en caso contrario.

Pay-out: Ratio que pone en relación el dividendo pagado respecto al beneficio obtenido.

PER: Ratio que indica el número de veces que el beneficio por acción está contenido en el precio. También es el número de años que se tardaría en recuperar el precio pagado al adquirir la acción con los beneficios que genera.

Ratio: Relación por cociente entre dos magnitudes; en el análisis financiero esas magnitudes son de carácter económico o financiero y se encuentran normalmente en los estados económico-financieros de la empresa.

Ratios de estructura: Son ratios que comparan la composición de la estructura económica de la empresa (del activo) con la composición de la estructura financiera (del pasivo) o del pasivo entre sí. También miden las condiciones para que la empresa pueda hacer frente a sus deudas, por lo que se pueden incluir dentro de estos los que miden la solvencia a largo plazo.

Ratios de liquidez: Son ratios que relacionan componentes del activo corriente con otras del pasivo corriente.

Ratios de rentabilidad: Son ratios que relacionan el beneficio de la empresa con otras magnitudes del balance con objeto de medir su rentabilidad.

Ratios de rotación: Son ratios que miden el número de veces que la magnitud que figura en el numerador contiene a la que figura en el denominador.

ISBN-13: 978-84-9961-009-2



9 788499 610092

www.cerasa.es