

Preguntas FESII. Superconductividad.

11. G-L y BCS

Hay dos teorías fundamentales para describir la superconductividad, son la teoría de Ginzburg-Landau, que tiene un enfoque fenomenológico, y la teoría BCS, con un enfoque microscópico.

11.a. Teoría de Ginzburg-Landau

Hemos de tener en cuenta que experimentalmente sabemos que la transición superconductor es de segundo orden. Es decir el parámetro de orden desaparece de manera continua. Este parámetro de orden, que aparece en la transición, viene impuesto de manera natural en la densidad de los electrones superconductores. Nótese que, para $T > T_c$ no existe superconductividad por lo que no existe condensación de electrones superconductores, sin embargo, para $T < T_c$, existen cargas que superconducen.

Elegimos como este parámetro de orden una función compleja general que varía espacialmente y que en un punto cualquiera r depende del valor del parámetro de orden en otros puntos r' . Esto indica que necesitaremos trabajar con el operador gradiente de esta función.

Por tanto, se puede obtener un desarrollo de la energía como función de potencias del parámetro de orden y de su gradiente. A partir de esta llegamos a que tenemos un rango del parámetro de orden para el cual la energía será inferior en el estado superconductor.

Minimizando la función de la energía libre en función de la fluctuación del parámetro de orden y del potencial vector llegamos a las ecuaciones de Ginzburg-Landau.

A partir de estas se obtiene la expresión general para la corriente superconductor en presencia de un campo magnético de potencial vector A .

La teoría de Ginzburg-Landau nos conduce a la definición de dos parámetros cruciales.

El primero de ellos es la longitud coherente ($\xi(T)$), que nos indica la longitud en la cual el parámetro de orden varía respecto a su valor de equilibrio.

El segundo es la longitud de penetración ($\lambda(T)$) del campo magnético, que nos indica la distancia en la cual el campo magnético podrá variar.

La relación entre los dos parámetros define el parámetro de Ginzburg-Landau: $k = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)}$

11.b. Teoría BCS:

Uno de los conceptos previos que se ha de tener claro es que los electrones son fermiones, por lo que obedecen a la estadística de Fermi-Dirac, el principio de exclusión de Pauli y están representados por funciones de onda antisimétricas. Además, los electrones están inmersos en un entorno que es la red cristalina formada por iones situados según una cierta simetría. Las vibraciones de los átomos de la red se pueden cuantizar (fonones), siendo la frecuencia de Debye la frecuencia máxima de oscilación, tomado el sólido como continuo. Los electrones en el sólido ocupan bandas permitidas de energía, separadas unas de otras por bandas de energía prohibidas; se mueven como si tuviesen una masa efectiva que depende de la pendiente de la banda. La resistividad viene determinada por las interacciones que sufren los electrones en los cristales y que hacen que su valor de k cambie.

En el estado superconductor sabemos que un material por debajo de determinada temperatura, densidad de corriente y campo magnético aplicado, conduce sin resistencia, los electrones de conducción no cambian su valor de k . Veamos la interacción responsable de que un metal conduzca por debajo de T_c sin resistencia eléctrica.

Un electrón de conducción deforma la red, atrayéndola, haciendo que vibre y emitiendo un fonón. Cuando esta vuelve a su posición de equilibrio, el electrón que la ha deformado se encuentra muy lejos.

Mientras la red se encuentra deformada, por sus cercanías pasan muchos otros electrones de conducción. Estos electrones se sienten más atraídos por la red, que si no estuviera deformada, de manera que un segundo electrón ve este fonón, lo absorbe y como consecuencia se acopla con el primer electrón, encontrándose “ligado” al primero, pudiendo estar físicamente muy alejados entre ellos.

Esta idea de que una interacción de corto alcance como es la interacción electrón-fonón, se puede convertir en una interacción de largo alcance electrón-electrón es la base de la teoría de la superconductividad.

Si se tienen **dos electrones** que interactúan como **una interacción atractiva neta**, ésta puede ser todo lo pequeña que se quiera, el **mar de Fermi de los electrones de conducción es inestable** y se produce un estado ligado **con valores k y espines opuestos**, llamado **Par de Cooper**.

Los electrones que interactúan vía fonones para formar los pares de Cooper, son los que están en una estrecha franja de la superficie de Fermi, de ancho de energía $\hbar\omega_D$.

La función de onda superconductor está formada por todos los pares de Cooper, y estos pares no actúan independientemente unos de otros.

En la teoría BCS, un parámetro crucial es Δ , que es el valor de la zanja de energía que acompaña la aparición del estado superconductor, y es proporcional a la temperatura crítica superconductor. Sería el análogo al parámetro de orden en la teoría G-L.

Cualquier estado excitado tendrá una energía que es al menos un valor Δ por encima de la energía del estado fundamental superconductor. Se necesita al menos una energía de 2Δ para romper un par de Cooper.

Además, también podemos definir la energía de condensación, que es la diferencia de energía entre el estado normal y el estado superconductor.

La teoría BCS, a pesar de su complejidad no deja de ser una teoría cualitativa. Existen desviaciones entre sus predicciones y los resultados experimentales.

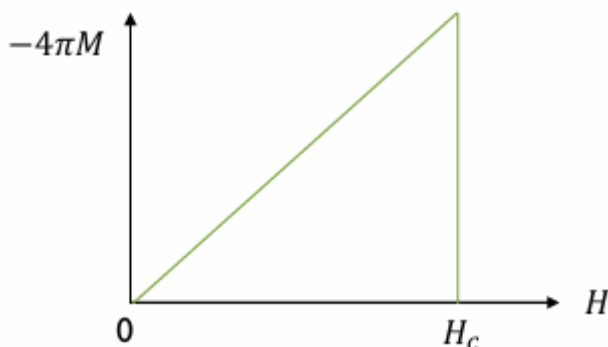
12. Efecto Meissner

Según el efecto Meissner, un superconductor es un diamagnético perfecto en presencia de un campo menor al campo crítico y a una temperatura por debajo de la temperatura crítica. En un diamagnético perfecto se cumple $\chi = -1$, siendo χ el valor de la susceptibilidad magnética cuya relación con el campo magnético aplicado viene dada por $\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$.

En el experimento de Meissner-Ochsenfeld se aplicó un campo magnético débil a un superconductor (Pb) por encima de T_c . Con el campo magnético aplicado, se fue disminuyendo la temperatura y se observó que por debajo de T_c , el campo era expulsado del interior del Pb, salvo en una estrecha franja superficial, algo insólito de un material que únicamente sea un conductor perfecto.

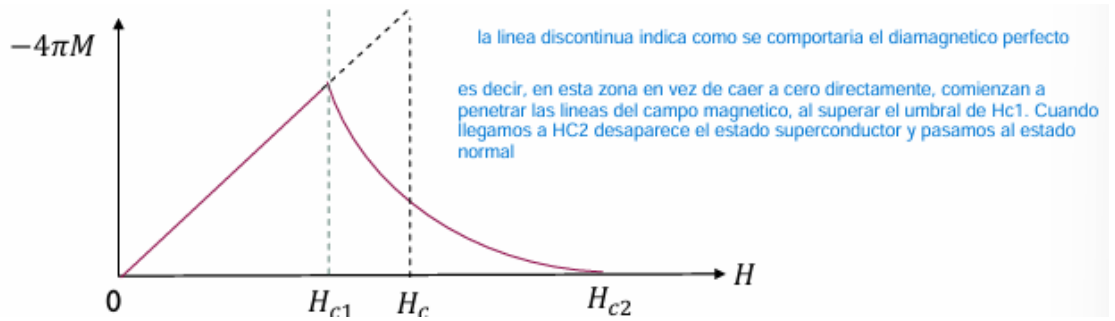
Basándonos en este efecto podemos encontrar dos tipos de superconductores:

- Superconductores de Tipo I: Aquellos que por debajo de cierto valor de campo magnético H_c , cumplen $\chi = -1$. El campo magnético es expulsado del superconductor. Los materiales que exhiben un efecto Meissner perfecto son elementos metálicos simples (no elementos de transición) y tienen valores de $\xi \sim 10^3 \text{ \AA}$, de $\lambda \sim 10^2 \text{ \AA}$ y tienen valor de T_c bajos. (Superconductores de Pippard)
Pese a esto, el efecto Meissner no es completo, pues existen zonas en el material en las que penetran líneas de campo magnético. La estructura que conforma estas líneas de campo dependerá de la dirección de aplicación del campo magnético y de la geometría de la muestra. Esto se conoce como **“Estado intermedio de un superconductor Tipo I”**.



Superconductores de Tipo II: Aquellos para los que existe un rango de valores del campo magnético aplicado donde no se tiene diamagnetismo perfecto sino que existen zonas donde el campo magnético puede penetrar en el material. La estructura de esta región es siempre la misma y no depende de la geometría del material. Este estado, propio de los SC Tipo II, se conoce con el nombre de **estado mezcla, estado de vórtices o estado Abrikosov**.

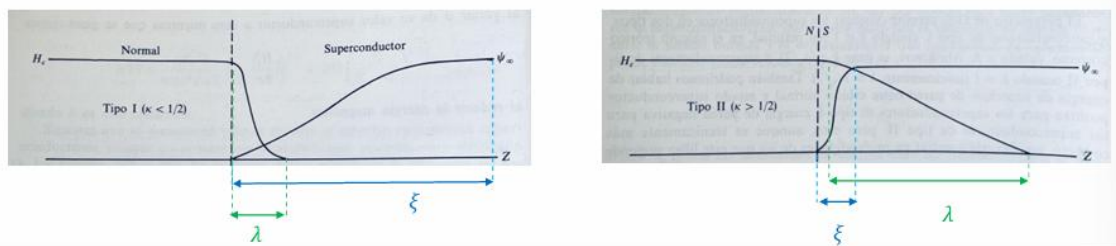
Los materiales que no exhiben un efecto Meissner perfecto son elementos de transición y aleaciones. Tienen valores de $\xi \sim 10^2 \text{ \AA}$ o incluso menores, de $\lambda \sim 10^3 \text{ \AA}$, y tienen valores de T_c muy superiores a los de Tipo I. (Superconductores de London)



13. Superconductores Tipo I y Tipo II

El parámetro de Ginzburg-Landau $K = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)}$ permite clasificar los superconductores en 2 tipos:

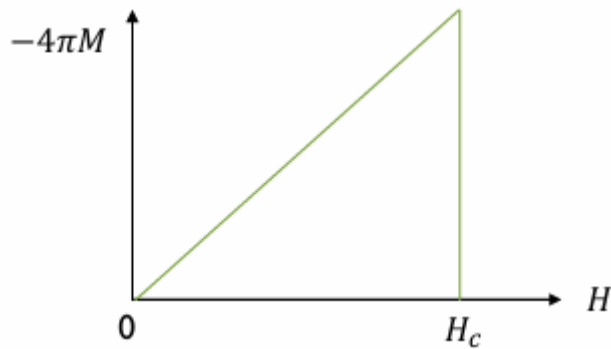
- ❖ Superconductores de tipo I, cuando $k \ll 1$ (en realidad el cálculo teórico correcto indica $k < 1/\sqrt{2}$) $\rightarrow \xi > \lambda$
- ❖ Superconductores de tipo II, cuando $k \gg 1$ (en realidad el cálculo teórico correcto indica $k > 1/\sqrt{2}$) $\rightarrow \xi < \lambda$



- Superconductores de Tipo I: Aquellos que por debajo de cierto valor de campo magnético H_c , y T_c cumplen $\chi = -1$. Si se enfría por debajo de su temperatura crítica, y se le aplica un campo magnético inferior al campo crítico, aparecen corrientes superconductoras en su superficie que apantallan y expulsan completamente el campo magnético del interior del material (efecto Meissner). Pese a esto, el efecto Meissner no es completo, pues existen zonas en el material en las que penetran líneas de campo magnético. La estructura que conforma estas líneas de campo dependerá de la dirección de aplicación del campo magnético y de la geometría de la muestra. Esto se conoce como **“Estado intermedio de un superconductor Tipo I”**, es decir, los SC de Tipo I presentan una región de valores de campo aplicado para la cual coexisten el estado SC y el estado normal. El origen de este estado intermedio es el campo desimanador del material.

Los materiales que exhiben un efecto Meissner perfecto son elementos metálicos simples (no elementos de transición) y tienen valores de $\xi \sim 10^3 \text{ \AA}$, de $\lambda \sim 10^2 \text{ \AA}$, tienen valores de T_c y H_c bajos, y tenemos un acoplo electrón-fonón-electrón débil. (Superconductores de Pippard, superconductores limpios).

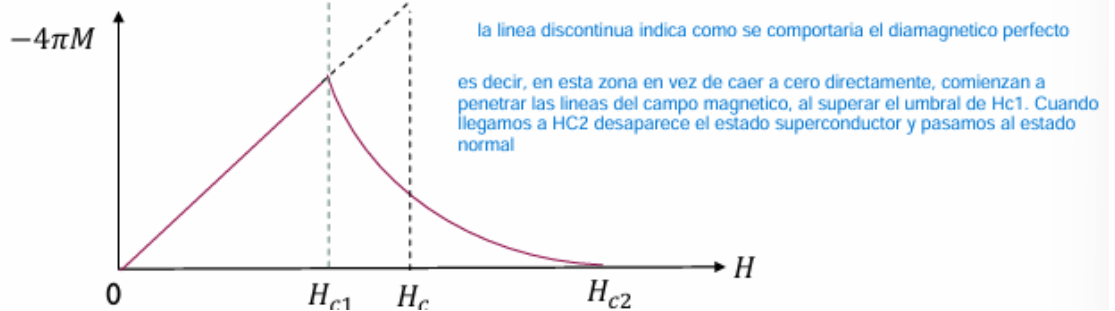
Se describen mediante la teoría BCS.



Superconductores de Tipo II: Aquellos para los que existe un rango de valores del campo magnético aplicado donde no se tiene diamagnetismo perfecto, sino que existe un cierto valor del campo aplicado (H_{c1}) a partir del cual empiezan a penetrar líneas de campo en el material y si se sigue aumentando llega un momento (H_{c2}) para el cual desaparece la superconductividad. La estructura de esta región es siempre la misma y no depende de la geometría del material. Este estado, propio de los SC Tipo II, se conoce con el nombre de **estado mezcla, estado de vórtices o estado Abrikosov**.

Los materiales que no exhiben un efecto Meissner perfecto son elementos de transición y aleaciones. Tienen valores de $\xi \sim 10^2 \text{ \AA}$ o incluso menores, de $\lambda \sim 10^3 \text{ \AA}$, tienen valores de T_c y H_c superiores a los de Tipo I, y tenemos un acoplamiento electrón-fonón-electrón fuerte. (Superconductores de London, superconductores sucios)

Se describen mediante la teoría E-M.



ESQUEMA GENERAL DE LAS TEORÍAS DE LA SUPERCONDUCTIVIDAD

RESUMEN

Superconductores Tipo I

- Campos críticos bajos
- Estado intermedio
- Longitudes coherentes grandes
- Temperaturas críticas bajas
- **Acople** electrón-fonón-electrón débil
- Teoría BCS
- Superconductores Limpios
- Superconductores de Pippard
- Elementos del sistema periódico como Sn, Al, In, Pb...

Superconductores Tipo II

- Campos críticos grandes
- Estado de vórtices o mezcla
- Longitudes coherentes pequeñas
- Temperaturas críticas mayores
- **Acople** electrón-fonón-electrón fuerte
- Teoría E-M
- Superconductores sucios
- Superconductores de London
- Elementos de transición del sistema periódico como V, Nb..., aleaciones y compuestos

14. Campos críticos en superconductores (clase 5)

Si tenemos un material en estado superconductor en presencia de un campo magnético externo, para poder visualizar las líneas de campo en el interior del material se puede utilizar la **técnica Bitter**. En esta se emplean partículas superconductoras, que serán repelidas por las zonas donde existe campo magnético local y por lo tanto acabarán dibujando la estructura de dominios superconductores.

Observamos diferencia de comportamiento respecto a esta técnica en los superconductores Tipo I y Tipo II relacionada con los campos críticos presentes en estos.

Para un **superconductor de Tipo I**, si se enfría por debajo de su temperatura crítica, y se le aplica un campo magnético inferior al campo crítico, aparecen corrientes superconductoras en sus superficie que apantallan y expulsan el campo magnético del interior del material (efecto Meissner).

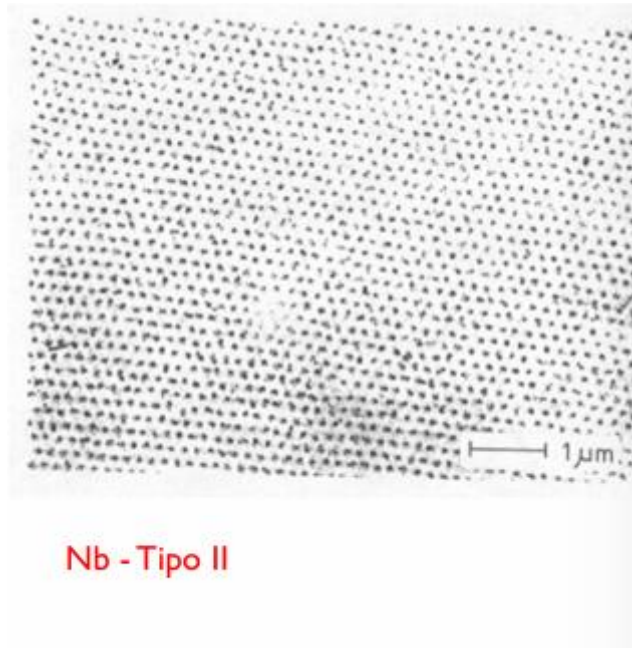


Sn - Tipo I

Fijándonos en la imagen obtenida con la técnica Bitter, podemos apreciar que el efecto Meissner no es completo, pues existen zonas en el material en las que penetran líneas de campo magnético. La estructura que conforma estas líneas de campo dependerá de la dirección de aplicación del campo magnético y de la geometría de la muestra. Esto se conoce como **“Estado intermedio de un superconductor Tipo I”**, es decir, los SC de Tipo I presentan una región de valores de campo aplicado para la cual coexisten el estado SC y el estado normal. El origen de este estado intermedio es el campo desimanador del material.

Para los **superconductores de Tipo II**, existe un cierto valor del campo aplicado (H_{c1}) a partir del cual empiezan a penetrar líneas de campo en el material y si se sigue aumentando llega un momento (H_{c2}) para el cual desaparece la superconductividad (con un pequeño matiz que se indicará más adelante). La estructura de esta región es siempre la misma y no depende de la geometría del material. Este estado, propio de los SC Tipo II, se conoce con el nombre de **estado mezcla, estado de vórtices o estado Abrikosov**.

Los campos críticos de los SC Tipo II son mucho más altos que en el caso de los SC Tipo I , lo que hace que sean de gran interés tecnológico.



Se define como **Vórtices** a las zonas del material donde penetran las líneas de campo (en un SC tipo II), y estos se disponen en configuraciones triangulares. Tienen la forma de filamentos con un flujo magnético en su interior igual al flujo elemental o fluxón $\rightarrow \phi_0 = hc/(2e)$. La diferencia de energías libres entre el estado Meissner y el estado mezcla es exclusivamente la energía de los vórtices.

También se puede definir el “Campo crítico termodinámico” H_c , definido puramente en términos de la expulsión completa (ideal) de campo en un SC, a partir de la diferencia entre la energía libre en las fases normal y superconductor en ausencia de campo aplicado.

Respecto a las transiciones de fase, los SC tipo I en presencia de un campo aplicado (salvo en el caso de láminas muy delgadas) presentan transición de primer orden al estado normal, se tiene histéresis y el fenómeno de sobreenfriamiento (que consiste en que la muestra permanece en estado normal al ir disminuyendo el campo magnético aplicado hasta bien debajo de su valor de campo crítico termodinámico H_c , hasta que se alcanza un valor de orden que sería H_{c2} , para un SC de tipo I). ($H_{c2} < H_c$)

Los SC tipo II en presencia de un campo aplicado tienen transiciones al estado normal de segundo orden, exactamente igual que si no tuviesen campo magnético aplicado. ($H_{c2} > H_c$).

Podemos definir un tercer campo crítico H_{c3} , conocido como Campo crítico de la superficie. Por encima del valor H_{c2} sigue existiendo superconductividad en una pequeña zona de la superficie, del orden de la longitud coherente del material. Esta última zona superconductor es suprimida cuando se aplica un campo igual o superior a H_{c3} , paralelo a la superficie del material.

15. No hay

16. Efecto isotópico

El efecto isotópico aparece en el contexto de la teoría BCS.

Se ha demostrado experimentalmente que los iones de la red juegan un papel fundamental en la superconductividad. El valor de la temperatura crítica está directamente relacionado con la masa del material de la manera $T_c \sim M^{-\alpha}$. Esto se conoce como efecto isotópico.

Teniendo en cuenta que $N(0)V \ll 1$, podemos escribir

$$k_B T_c = 1.14 \hbar \omega_D e^{-\frac{1}{N(0)V}}$$

constante de la red

La frecuencia de Debye se puede escribir como: $\omega_D \sim \left(\frac{K}{M}\right)^{1/2} \Rightarrow T_c \sim M^{-1/2}$

recordamos que Delta es $1.76 k_B T$ y previamente lo hemos relacionado con $2k_B T \exp(-1/N(0)V)$ y me he empanado

Sin embargo, experimentalmente nos desviamos del valor $\alpha = 1/2$ obtenido mediante la teoría BCS.

Toda la teoría BCS y todas las ecuaciones están hechas con grandes simplificaciones: la superficie de Fermi siempre se ha tomado como una esfera perfecta, la interacción electrón-fonón se ha simplificado enormemente, etc. Por lo tanto, las desviaciones experimentales de ese valor de $0.5 = \alpha$ están justificadas.

17. Teoría del Acoplo fuerte

Entendemos como teoría del acoplo fuerte a la extensión de la teoría BCS a las situaciones en las que el acoplo electrón-fonón es fuerte, que se da en la mayoría de los superconductores. Especialmente se usa para SC de tipo II.

Destacamos que no hay ninguna modificación de los rasgos principales de la teoría BCS, lo que la teoría E-M hace es extender el rango de aplicación y completar la teoría BCS

La técnica que hay que tratar para manejar un problema de muchos cuerpos, con gran cantidad de interacciones es la técnica de las funciones de Green.

En esta teoría se obtienen dos ecuaciones integrales no lineales acopladas, conocidas con el nombre de “ecuaciones de Eliashberg”, de las cuales se puede deducir toda la termodinámica. La parte que nos interesa de estas ecuaciones es la función conocida como **Densidad espectral electrón-fonón: $\alpha^2 F(\mathbf{v})$** . Esta es una relación de dispersión de los fonones, en la que cada modo fonónico lleva el peso correspondiente a la interacción electrón-fonón-electrón para ese modo.

Hemos de tener en cuenta que no todas las vibraciones de la red pueden encontrar electrones adecuados para que se dé un acoplo que conduzca a la creación de pares de Cooper.

Entonces, $F(\mathbf{v})$ de la densidad espectral electrón-fonón representa la distribución de frecuencias de las vibraciones de la red, y nos dice **cuáles son los fonones que pueden interactuar entre dos electrones.**

El término $\alpha(\omega)$ nos informa de **la intensidad del acoplo electrón-fonón-electrón para cada modo.**

Otro parámetro que juega un papel importante en la teoría de acoplo fuerte es μ^* , que está relacionado con las correcciones a las energías de las cuasipartículas debidas a interacciones puramente coulombianas.

También es importante el **parámetro λ** relacionado con el movimiento del electrón en la red que a su paso la polariza y es acompañado por una nube de fonones.

La teoría de acoplo fuerte nos da una ley universal referente a la T_c y a la frecuencia óptima de los fonones ω_{op} que se acoplan para formar los pares de Cooper, definida por:
$$\hbar\omega_{\text{op}} = 7k_B T_c.$$

Lo que podemos concluir de esta teoría es que para conseguir los mayores valores de T_c debemos tener todos los fonones posibles alrededor de $7k_B T_c$. Además, cuanto más intensa sea la interacción electrón-fonón-electrón, mayor será el valor de T_c . El límite de esta interacción sería la estabilidad de la propia red cristalina.

Experimentalmente se obtiene que los fonones más efectivos para las T_c de los SC de Acoplo Fuerte están alrededor de 10 meV.

18. Esquema general de las teorías de la superconductividad (clase 8)

Lo primero que hay que hacer es comprobar que la teoría fenomenológica G-L y la teoría microscópica BCS, son compatibles.

Gor'kov hizo uso de las funciones de Green para reinterpretar el significado del parámetro BCS, Δ (*zanja de energía prohibida*), haciendo que pueda variar espacialmente (debido a la aplicación de campo magnético). Esta resulta ser una función compleja que se anula de una manera continua para T_c . Su significado físico pasa a reinterpretarse como el de parámetro de orden de la transición superconductor. Para temperaturas próximas a T_c tendremos: $\Delta(r) \simeq \psi(r)$.

Esta teoría es solo válida cerca de T_c pero introduce equivalencias fundamentales entre las teorías G-L y BCS. A esta teoría se lo conoce con las siglas GLAG.

Posteriormente se encontró una teoría sin limitaciones tanto en cuanto al rango de campo magnético aplicado como de temperaturas. Esta teoría requería que el recorrido libre medio de los electrones en el estado normal fuese muy superior a la longitud coherente. Es decir, se necesitan Superconductor Limpio (metales muy puros-Superconductores Tipo I).

Posteriormente se obtuvo resultados teóricos en el marco de la teoría GLAG sin restricciones para los llamados Superconductores sucios (aleaciones- Superconductores Tipo II), en los que el recorrido libre medio es mucho menor que la longitud coherente.

Esta longitud coherente tiene un significado físico diferente al explicado en secciones anteriores. Nos referiremos a ella como longitud coherente intrínseca, al ser un parámetro inherente del material, y es la distancia dentro de la que un par de Cooper mantiene su identidad o el tamaño de un par de Cooper, y la distancia a la cual se mantiene la coherencia de la fase de la función de onda del par. Esta no varía con la temperatura, al contrario que la de G-L.

$$\frac{1}{\xi_p} = \frac{1}{\xi_0} + \frac{1}{\alpha l}$$

ξ_p : longitud coherente de Pippard
 ξ_0 : longitud coherente intrínseca
 α : constante próxima a 1
 l : recorrido libre medio

Pippard estimó de una manera muy sencilla el orden de magnitud de este parámetro, basándose en el principio de incertidumbre de Heisenberg.

Podremos considerar 3 tipos de superconductores:

El primero es cuando la longitud coherente intrínseca es muy grande. En este caso la longitud de penetración λ es distinta de λ_L (longitud de penetración de la teoría G-L).

En el segundo la longitud coherente intrínseca es muy pequeña. Este grupo es el de los superconductores que responden a la teoría de G-L de forma clara, entonces, en ellos $\lambda = \lambda_L$.

El tercero se da cuando el recorrido libre medio es el que gobierna. En este caso la longitud coherente de Pippard es aproximadamente igual al recorrido libre medio.

ESQUEMA GENERAL DE LAS TEORÍAS DE LA SUPERCONDUCTIVIDAD

RESUMEN

Superconductores Tipo I

- Campos críticos bajos
- Estado intermedio
- Longitudes coherentes grandes
- Temperaturas críticas bajas
- **Acoplo** electrón-fonón-electrón débil
- Teoría BCS
- Superconductores Limpios
- Superconductores de Pippard
- Elementos del sistema periódico como Sn, Al, In, Pb...

Superconductores Tipo II

- Campos críticos grandes
- Estado de vórtices o mezcla
- Longitudes coherentes pequeñas
- Temperaturas críticas mayores
- **Acoplo** electrón-fonón-electrón fuerte
- Teoría E-M
- Superconductores sucios
- Superconductores de London
- Elementos de transición del sistema periódico como V, Nb., aleaciones y compuestos

19. Efecto Josephson y sus aplicaciones

Este efecto consiste en un efecto túnel de pares de Cooper entre superconductores. La sugerencia de Josephson es que puede existir efecto túnel entre dos SC que se encuentren separados por una barrera aislante donde la corriente sea debida exclusivamente a pares de Cooper, sin que se tenga una diferencia de potencial a través de la barrera

La deducción de Feynmann para este efecto consiste en suponer un superconductor separado en dos partes por un aislante lo suficientemente estrecho como para que la función de onda superconductor a un lado de la barrera penetre algo al otro lado. Sean ψ_1 y ψ_2 las funciones de onda superconductoras a los lados de la barrera (1) y (2), se puede decir que el túnel de pares del lado (2) al (1) aumenta la amplitud de ψ_1 . Supongamos que el ritmo de crecimiento de ψ_1 es proporcional a ψ_2 , entonces, se puede escribir el ritmo de cambio de ψ_1 como $A\psi_2$, donde A es característica de la barrera que da información de la probabilidad de transferencia de pares del lado (2) al lado (1).

Con esta llegamos a que la corriente de pares de Cooper que atraviesa una barrera aislante entre dos superconductores viene dada por $j = j_0 \sin(\phi_2 - \phi_1)$.

Las barreras en este efecto son de menor espesor que en el efecto túnel, siendo del orden o menores que la longitud coherente intrínseca. El aislante actúa como un mal superconductor, las funciones de onda de ambos lados se pueden solapar, existiendo una diferencia de fase a ambos lados de la barrera. Es decir, se establece una corriente continua a través de la barrera.

El mínimo de energía se alcanza cuando las fases se igualan (no hay corriente). Aplicando una pequeña corriente, siempre menor que I_0 , las fases dejan de ser iguales y, si esta diferencia no varía con el tiempo, se tendrá a través de la barrera una corriente constante sin caída de potencial.

No es necesario que haya, como tal, un aislante actuando como barrera. Basta con un estrechamiento en el SC lo suficientemente estrecho como para ser una unión débil.

Si hacemos pasar una corriente mayor que I_0 , aparece una diferencia de potencial y hay que tener en cuenta que al mismo tiempo que este efecto túnel (Josephson) de pares de Cooper tenemos la contribución del efecto túnel normal de los electrones individuales.

Una diferencia de potencial constante aplicada a una barrera Josephson, produce una corriente alterna de pares de Cooper (una supercorriente).

Veamos ahora algunas de las aplicaciones de este efecto.

Una de ellas son los **SQUID** (Superconducting Quantum Interference Device). Estos están formados por un anillo SC, que tiene 2 uniones Josephson colocadas simétricamente.

Tendremos máximos de la corriente total en el SQUID cuando el valor del campo magnético sea tal que pasan por el anillo un número entero de fluxones, produciéndose una **interferencia cuántica superconductor macroscópica**.

Podemos utilizar los SQUID como magnetómetros, y para ello tenemos que poder conocer la variación de corriente máxima en el SQUID como una función del flujo del campo magnético externo.

También es de interés para aplicaciones prácticas el efecto de la **radiación electromagnética** de frecuencia alta (microondas e infrarrojo lejano) sobre un dispositivo de tipo Josephson.

Si tenemos una unión a la que se le aplica una diferencia de potencial constante sabemos que aparece una supercorriente alterna AC. Si ahora se hace incidir sobre la unión radiación electromagnética de frecuencia ω_0 , se sumarán las señales alternas resultando en una modulación de la frecuencia de la corriente en la unión. Entonces, aparecen escalones en la curva característica de la unión (I, V). Por tanto, para aumentos de voltaje, no aumenta la corriente, estando separados estos escalones por diferencias de potencial $V = \hbar\omega_0 / (2e)$.

Otras aplicaciones de los SQUID es como detectores astronómicos y como detectores de campos eléctricos débiles. Esto último tiene aplicaciones en medicina, para la medida de las corrientes eléctricas que acompañan a los latidos del corazón, obteniendo electrocardiogramas.

20. Emisión termoiónica (física de superficies clase 2)

Los **electrones termoiónicos** son electrones que se emiten desde la superficie de un material cuando este se calienta lo suficiente. Generalmente, se usa un filamento metálico, como tungsteno, que se calienta a altas temperaturas. Este fenómeno se conoce como **emisión termoiónica** y ocurre porque el calor proporciona a los electrones la energía suficiente para superar la **función de trabajo del material** y escapar al espacio circundante. Estos electrones que escapan pueden ser utilizados en diversos dispositivos. **Es decir, los electrones termoiónicos permiten convertir energía térmica en corriente eléctrica.**

Algunos **ejemplos de aplicaciones** son en un tubo de rayos catódicos, válvulas termoiónicas, fuentes de electrones en microscopios electrónicos, y motores espaciales de efecto termoiónico.

El ritmo o frecuencia de emisión de los electrones termoiónicos depende exponencialmente de la función de trabajo. Para la superficie uniforme de un metal esta se define como la diferencia de energía potencial de un electrón entre el nivel del vacío y el nivel de Fermi.

El flujo de carga eléctrica viene dado por la ecuación de Richardson-Laue-Dushman para la emisión termoiónica:

$$J_e = \left(\frac{\tau^2 m e}{2\pi^2 \hbar^3} \right) \exp(-W/\tau)$$

En esta podemos observar que a medida que T aumenta ($\tau = k_B T$), la densidad de corriente también aumenta exponencialmente. Además, materiales con menor función de trabajo W emiten electrones más fácilmente.

La ecuación de Richardson-Laue-Dushman se obtiene combinando:

1. La distribución de Fermi-Dirac.
2. La densidad de estados electrónicos en un metal y la transparencia de barrera cuántica.
3. La condición de que solo los electrones con energía mayor a $E_F + W$ pueden escapar.
4. La integración sobre todas las energías posibles.

(ESTA PREGUNTA SE SOLAPA CON LA SIGUIENTE)

21. Ecuación de Richardson-Laue-Dushman

Basicamente la pregunta anterior + la demostración a partir de la diapo 6 de la clase 2 de física de superficies (no pego al demostración aquí, leer directamente del power point)

No procede, pero para nada. sudando

22. Estados superficiales y doblado de bandas.

En la superficie libre de un semiconductor existen estados electrónicos ligados a la superficie con energías en el intervalo prohibido de la misma entre las bandas de valencia y de conducción del semiconductor másico.

Un buen conocimiento de la naturaleza de los estados superficiales se puede obtener considerando las funciones de onda en la aproximación de enlace o de dos componentes, en una sola dimensión.

En el cristal, la energía potencial tiene la forma periódica usual, y Bloch demostró que las soluciones de la ecuación de Schrödinger en un potencial periódico deben ser de la forma:

$$\psi_k(r) = u_k(r)\exp(ikr)$$

$u_k(r)$ tiene el periodo de la red cristalina $u_k(r) = u_k(r + T)$

En el vacío, la función de onda de un estado superficial ligado debe disminuir exponencialmente.

Una consideración importante que restringe los valores del vector de onda k , es que si el estado es ligado no puede existir flujo de corriente en la dirección x , normal a la superficie.

Finalmente llegamos a:

$$\psi_{int} = \exp(qx) \left[C \left(\frac{1}{2} G \right) \exp\left(\frac{iGx}{2}\right) + C \left(-\frac{1}{2} G \right) \exp\left(-\frac{iGx}{2}\right) \right]$$

El k_x correspondiente a un estado superficial no tiene continuo de valores, sino que está limitado a estados discretos asociados con los límites de la **zona de Brillouin**.

Estos estados superficiales pueden estar ocupados o vacantes. Esto significa que los estados modifican la concentración de equilibrio local de los electrones y huecos en forma de un desplazamiento de potencial químico respecto a los bordes de la banda. Dado que el potencial químico es independiente de la posición en un sistema en equilibrio, las bandas de energía deben estar desplazadas o curvadas.

La curvatura de la banda de conducción y de la banda de valencia cerca de la superficie de un semiconductor puede dar origen a una región de la superficie intensamente conductora.

La redistribución de cargas eléctricas en la intercara con otro material que causa la curvatura de las bandas en la superficie de un semiconductor se produce por diversos efectos electrostáticos y físicos, a parte de por la presencia de estados de superficie. Otras causas son el efecto de la barrera de Schottky, el efecto de un dieléctrico o un campo externo, o por diferencias de dopaje.

En este caso los estados de superficie son niveles de energía dentro de la banda prohibida que aparecen en la intercara de un semiconductor con otro material (como un metal, un dieléctrico o el vacío). Pueden ser causados por: Enlaces atómicos no saturados en la superficie, defectos estructurales o impurezas, e interacciones con átomos adsorbidos o cargas externas.

23. Magnetorresistencia y efecto Hall cuántico entero y fraccionario en 2D. (física de superficies clase 3)

La magnetorresistencia en sistemas bidimensionales (2D) es un fenómeno que aparece en materiales donde los electrones están confinados en una capa delgada y su transporte se ve afectado por campos magnéticos externos.

En sistemas 2D, la magnetorresistencia puede clasificarse en dos grandes categorías:

a) Magnetorresistencia clásica

En materiales 2D, los electrones se mueven en un plano y experimentan una fuerza de Lorentz cuando se aplica un campo magnético perpendicular (B), lo que curva sus trayectorias. Esto reduce la movilidad de los electrones, aumentando la resistencia transversal y generando el efecto Hall. En este régimen, la magnetorresistencia suele seguir una ley aproximadamente cuadrática a bajas intensidades de campo magnético:
 $R(B) \propto B^2$

b) Magnetorresistencia cuántica

En materiales 2D a bajas temperaturas y altos campos magnéticos, los electrones quedan restringidos a niveles de Landau (estructuras discretas en la energía), lo que da lugar a efectos cuánticos como la magnetorresistencia oscilatoria. Esto se conoce como **efecto Hall cuántico**, donde la resistencia longitudinal (R_{xx}) oscila y la resistencia Hall (R_{xy}) muestra cuantización en valores discretos que dependen únicamente de constantes fundamentales de la naturaleza h/e^2 . En algunos sistemas, la magnetorresistencia muestra un comportamiento lineal con B en lugar de cuadrático, especialmente en materiales con estructura de Dirac, como el grafeno y el bismuto.

Si la concentración superficial de electrones (proporcional al voltaje de compuerta) se ajusta a ciertos valores específicos, el nivel de Fermi caerá dentro de un nivel de Landau. Cuando estas condiciones se cumplen, el tiempo de colisión de los electrones aumenta significativamente. El estado de la materia será un estado de Fermi degenerado, y las cuasipartículas serán electrones normales.

Este se conoce específicamente como efecto hall cuántico entero. El Efecto Hall Cuántico Fraccionario (FQHE) es una extensión del Efecto Hall Cuántico Entero (IQHE). A diferencia del IQHE, donde la conductancia Hall está cuantizada en múltiplos enteros de e^2/h , en el FQHE la cuantización ocurre en valores fraccionarios, lo que sugiere la existencia de nuevos estados cuánticos de la materia.

Característica	IQHE (Entero)	FQHE (Fraccionario)
Conductancia Hall (σ_H)	$\nu \frac{e^2}{h}$ con ν entero (1, 2, 3...)	$\nu \frac{e^2}{h}$ con ν fraccionario (1/3, 2/5, 3/7...)
Explicación	Niveles de Landau llenos	Interacción fuerte entre electrones
Estado de la materia	Estado de Fermi degenerado	Estado correlacionado (líquido de Laughlin)
Cuasipartículas	Electrones normales	Cuasipartículas con carga fraccionaria

En el IQHE, los electrones llenan niveles de Landau de forma independiente. Pero en el FQHE, los electrones interactúan fuertemente y forman un estado correlacionado

colectivo, descrito por la función de onda de Laughlin (líquido de Laughlin). Este estado de Laughlin predice la existencia de cuasipartículas con carga fraccionaria $e^* = e/m$. Estas cuasipartículas han sido observadas experimentalmente mediante experimentos de efecto túnel.

24. Reflexion Andreev (física de superficies clase 3)

El efecto Andreev es un fenómeno cuántico que ocurre en la interfaz entre un metal normal (no superconductores) y un superconductor. Describe cómo los electrones pueden ser reflejados o transmitidos a través de esta interfaz en formas inusuales debido a las propiedades cuánticas de los superconductores.

De manera que, cuando un electrón con energía menor que la zanja superconductora Δ intenta penetrar en un superconductor, no puede hacerlo directamente porque dentro del superconductor los estados disponibles son pares de Cooper, y un solo electrón no puede existir como una cuasipartícula libre en el superconductor para energías $E < \Delta$.

Entonces, para conservar la carga y el momento, el electrón incidente en la interfaz forma un par de Cooper dentro del superconductor, y en respuesta se refleja un hueco en la región normal, con carga positiva (+e) y dirección opuesta al electrón incidente.

Es importante tener en cuenta que no se pierde energía, ya que la transferencia ocurre dentro de la zanja superconductora Δ .

En la teoría de Bogoliubov-de Gennes (BdG), las ecuaciones que describen la superconductividad muestran que un electrón con espín \uparrow y número de onda k_F genera un par de Cooper en el superconductor, y un hueco con espín \downarrow y número de onda $-k_F$ reflejado en la región normal.

El coeficiente de reflexión de Andreev depende de la energía E del electrón incidente y de la zanja superconductora Δ . Cuando $E \ll \Delta$, el coeficiente de reflexión de Andreev tiende a uno, lo que significa que toda la carga incidente se convierte en pares de Cooper en el superconductor.

Cuando $E > \Delta$, la probabilidad de reflexión de Andreev disminuye y los electrones pueden transmitirse directamente al superconductor como cuasipartículas excitadas.

25. Singularidades de Van Hove

Los estados electrónicos cuantizados de los sistemas unidimensionales se pueden interpretar, partiendo del concepto de banda en materiales 3D, como la aparición de subbandas unidimensionales discretizadas sobre este.

La densidad total de estados electrónicos $D(\varepsilon)$ es la suma de las densidades de estados correspondientes a las subbandas individuales.

Las singularidades de Van Hove son puntos específicos en la densidad de estados (DOS) de un material donde la densidad de estados diverge de manera logarítmica o en una forma de pico. Para ello la estructura de bandas del material ha de permitir bajo ciertas condiciones que el número de estados electrónicos disponibles se incremente o disminuya de manera abrupta en un punto particular de la energía.

Las singularidades de Van Hove ocurren en puntos críticos de la estructura de bandas tales como máximos, mínimos o puntos de inflexión en la relación de dispersión de energía $E(k)$ de los electrones. En el espacio recíproco, estos puntos corresponden a regiones donde las superficies de Fermi (en el caso de metales) se tocan o donde se producen transiciones abruptas en la estructura de bandas.

La forma de esta singularidad depende del tipo de punto crítico en la banda, por ejemplo, para un punto de máximo o mínimo de banda, se da una divergencia logarítmica.

Las singularidades de Van Hove tienen un impacto significativo en las propiedades ópticas y eléctricas de los materiales. En materiales conductores o superconductores estas singularidades pueden influir en propiedades como la conductividad y la transición a superconductividad. En materiales magnéticos pueden afectar a la aparición de transiciones de fase y en el comportamiento magnético.

En el caso particular de un nanotubo de carbono semiconductor, las singularidades de Van Hove se pueden observar mediante la espectroscopía túnel de barrido. Se observan picos en la conductancia diferencial, que es proporcional a la densidad de estados, en voltajes de sesgo correspondientes a las energías de estas singularidades.

Utilizando una colección de nanotubos de carbono y luz excitante, se observan picos cuando la luz emitida y la absorbida coinciden simultáneamente con las energías entre la primera y la segunda singularidad de Van Hove, respectivamente.

26. Interacciones de Coulomb y acoplamientos de red en 1D. Líquido de Luttinger.

Para un metal estrictamente 1D solo hay una subbanda (degenerada en espín) ocupada. La superficie de Fermi de un metal 1D consiste en solo dos puntos, en $+k_F$ y $-k_F$.

En sistemas 1D, las interacciones de Coulomb entre electrones son mucho más relevantes que en dimensiones superiores debido a la fuerte restricción geométrica. Estas interacciones causan dispersión entre electrones cercanos a la energía de Fermi.

En el caso de una dimensión la conservación de energía y momento es equivalente, ya que para valores pequeños de ε , la energía es localmente lineal con el cambio en el momento $\Delta k = k - k_F$.

La conservación de la energía requiere que el factor de reducción cumpla $1/\tau_{\{ee\}} \approx (1/\tau_0)(\varepsilon/\varepsilon_F)$ y, de acuerdo con el principio de incertidumbre: $\delta\varepsilon \approx \hbar/\tau_{\{ee\}}$.

Dado que la incertidumbre es lineal en ε , no hay garantía de que $\delta\varepsilon$ sea más pequeña, cuando $\varepsilon \rightarrow 0$. Por lo tanto, la suposición fundamental de la teoría del líquido de Fermi, de que existen cuasipartículas débilmente interactivas cuando $\varepsilon \rightarrow 0$ no está garantizada en 1D. Por ello, se cree que el estado base del gas de electrones 1D no es un líquido de Fermi, sino un líquido de Luttinger.

Es decir, en 3D, los electrones forman un "líquido de Fermi": una colección de cuasipartículas bien definidas que se comportan casi como electrones libres, pero con interacciones débiles entre ellos. En 1D, en cambio, las interacciones no pueden ignorarse, y lo que se forma no son cuasipartículas individuales, sino una especie de "fluido colectivo" de excitaciones colectivas de carga y espín. Es decir, contamos con electrones fuertemente correlacionados.

La teoría se construye usando bosonización, un método donde en vez de tratar con electrones, se describen las fluctuaciones de densidad como campos bosónicos. El Hamiltoniano es cuadrático en esos campos, siendo resoluble.

Además, un líquido de Luttinger presenta fenómenos como la separación espín-carga y leyes de potencia en conductancia.

A pesar de lo comentado, la imagen del electrón independiente sigue siendo una aproximación útil para el gas de electrones 1D. Ha sido exitosa al describir la mayoría, pero no todas, de las experiencias sobre sistemas 1D reales.

27. Cuantización de la conductancia y fórmula de Landauer

Un canal unidimensional con transmisión perfecta tiene una conductancia finita cuyo valor se conoce como el cuanto de conductancia $C_Q = 2e^2/h$, y su inverso se denomina el cuanto de resistencia R_Q .

Si el canal no es perfectamente conductor, la conductancia total es el cuanto de conductancia multiplicado por la probabilidad de transmisión del electrón $\mathfrak{T}(\epsilon_F)$ a través del canal. Entonces, la conductancia vendrá dada por la fórmula de Landauer, que relaciona directamente la resistencia de un sistema con las propiedades de transmisión del canal.

$$C(\epsilon_F) = (2e^2/h) \mathfrak{T}(\epsilon_F) \quad \text{Fórmula de Landauer}$$

Para un sistema cuasi-1D con múltiples canales, sumamos las contribuciones de cada canal, ya que las conductancias en paralelo se suman.

A temperaturas o voltajes finitos, se debe tener en cuenta la distribución de energías de Fermi-Dirac f de los electrones en las partes izquierda y derecha, de manera que la corriente neta es simplemente la diferencia entre las corrientes que se mueven hacia la izquierda y hacia la derecha, integradas sobre todas las energías.

La resistencia del dispositivo es la suma de la resistencia de contacto cuantizada, y de la resistencia debida a la dispersión desde las barreras en el canal. Este último término es cero para un conductor perfecto.

28. Túnel resonante en sistemas 1D (adición incoherente y localización)

(Aquí dijo algo de que el desarrollo para llegar a la transmitancia tiene que estar)

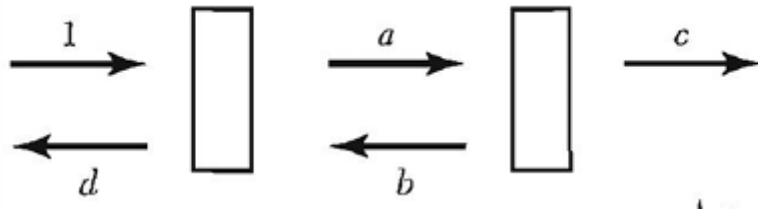
Supongamos que tenemos dos barreras en serie separadas por una distancia L . Para calcular la probabilidad de transmisión (transporte electrónico a través de las barreras) necesitamos conocer la amplitud de transmisión (régimen cuántico) o bien la probabilidad (régimen clásico).

Analicémoslo en los diferentes regímenes.

Régimen cuántico

Llamamos t_i a los coeficientes de transmisión a través de las barreras y r_i a los de reflexión:

$$t_j = |t_j|e^{i\varphi_{rj}} \quad ; \quad r_j = |r_j|e^{i\varphi_{rj}}$$



Para una onda incidente desde la izquierda cuya amplitud es la de 1, el resto de las amplitudes vienen definidas por:

$$a = t_1 + r_1 b \quad ; \quad b = ar_2 e^{i\varphi} \quad ; \quad c = at_2 e^{i\varphi/2}$$

Combinando estas ecuaciones para resolver la amplitud transmitida se obtiene:

$$\rightarrow c = \frac{t_1 t_2 e^{i\varphi/2}}{1 - r_1 r_2 e^{i\varphi}}$$

De manera que la transmisión a través de la doble barrera es:

$$\mathfrak{T} = |c|^2 = \frac{|t_1|^2 |t_2|^2}{1 + |r_1|^2 |r_2|^2 - 2|r_1||r_2|\cos(\varphi^*)}$$

$\varphi^* = 2kL + \varphi^{r1} + \varphi^{r2}$

fase de acumulación en el viaje de ida y vuelta que incluye los cambios de fase asociados con las reflexiones en las barreras. ■

La condición de resonancia se produce cuando $\varphi^* = 2\pi n$, y se corresponde a las energías de los estados electrónicos cuasi-ligados confinados entre las dos barreras.

La transmisión en resonancia a través de una estructura de doble barrera simétrica es 1, y diremos que se produce túnel resonante.

Para el caso de barreras opacas se utilizará la forma de Breit-Wigner para una resonancia, que describe la probabilidad como una función de la energía.

Hemos derivado la condición de túnel resonante para un caso unidimensional, pero es un resultado general.

Régimen clásico

(Si ahora tratamos el electrón clásicamente, sumamos probabilidades en lugar de amplitudes)

Hacer un tratamiento clásico del electrón es válido si el electrón pierde el registro de su fase entre las barreras.

Esto es válido si el electrón pierde de manera efectiva el registro de su fase entre las barreras debido, por ejemplo, a la dispersión inelástica con fonones.

Esto corresponde a reemplazar

$$\mathfrak{S} = \frac{|t_1|^2 |t_2|^2}{1 + |r_1|^2 |r_2|^2 - 2|r_1||r_2|\cos(\varphi^*)} \quad \text{por} \quad \begin{cases} |a|^2 = |t_1|^2 + |r_1|^2 |b|^2 \\ |b|^2 = |r_2|^2 |a|^2 \\ |c|^2 = |t_2|^2 |a|^2 \end{cases}$$

$$\mathfrak{S} = |c|^2 = \frac{|t_1|^2 |t_2|^2}{1 - |r_1|^2 |r_2|^2}$$

Si recordamos la ec: $R = \frac{h}{2e^2 \mathfrak{S}} = \frac{h}{2e^2} \frac{\mathfrak{S} + (1 - \mathfrak{S})}{\mathfrak{S}} = \frac{h}{2e^2} + \frac{h}{2e^2} \frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{S}}$

Y teniendo en cuenta que la resistencia es simplemente la suma de la resistencia de contacto cuantizada y las resistencias intrínsecas de las barreras individuales \rightarrow Ley de Ohm

válida si los efectos de interferencia pueden ser despreciados

Teniendo en cuenta que la resistencia es simplemente la suma de la resistencia de contacto cuantizada y las resistencias intrínsecas de las barreras individuales. Este principio sigue la Ley de Ohm, en el caso en que los efectos de interferencia cuántica sean despreciables.

Si los efectos de interferencia no se desprecian, entonces, promediamos sobre todas las fases posibles, lo que equivale a un promedio sobre diferentes energías.

La resistencia promediada crece exponencialmente con la longitud de la muestra, en lugar de linealmente como en un conductor óhmico. Este comportamiento es resultado de la localización. Debido a la interferencia cuántica entre los estados dispersados por el desorden, los estados se localizan en una escala de tamaño $\xi \sim \ell_e$, donde ξ es la longitud de localización.

29. Niveles de energía cuantizados en sistemas 0D.

Solo hay esto JAJAJAJAJAJAJAJAJ (loca)

ESTRUCTURA ELECTRÓNICA EN SISTEMAS 0D

Niveles de energía cuantizados

Un sistema de electrones completamente confinado en las tres dimensiones tendrá estados electrónicos y de carga discretos, al igual que los átomos y las moléculas.

A menudo se les llama **átomos artificiales** o **puntos cuánticos** para reflejar la importancia de los fenómenos de cuantización en sus propiedades.

Ejemplo sencillo: electrón en un pozo de potencial esférico → Debido a la **simetría esférica**, el hamiltoniano se separa en partes angular y radial, lo que da lugar a los siguientes **autoestados y autoenergías**:

$$\varepsilon_{n,l,m} = \varepsilon_{l,m} \quad ; \quad \psi(r, \theta, \phi) = Y_{l,m}(\theta, \phi) R_{n,l}(r)$$

armónicos esféricos *funciones de onda radiales*

Los niveles de energía y las funciones de onda radiales dependen de los detalles del **potencial confinado** particular

Para un pozo esférico infinito, donde $V = 0$ para $r < R$ y $V = \infty$ para $r \geq R$:

$$\varepsilon_{n,l} = \hbar^2 \beta_{n,l}^2 / 2m^* R^2$$

$\beta_{n,l} \rightarrow$ cero de orden l de $j_l(x)$

$$R_{n,l}(r) = j_l(\beta_{n,l} r/R), \quad r < R$$

$\beta_{0,0} = \pi(1S), \beta_{0,1} = 4.5(1P), \beta_{0,2} = 5.8(1D), \beta_{1,0} = 2\pi(2S), \beta_{1,1} = 7.7(2P)$
--

función de Bessel esférica de orden l

30. Nanocristales Semiconductores.

Un nanocristal semiconductor puede, con buena aproximación, ser descrito por el modelo del electrón en un pozo de potencial esférico. Es decir, tanto los estados electrónicos en la banda de conducción como los estados de hueco en la banda de valencia están cuantizados.

Un ejemplo es una nanopartícula de CdSe. Con este se puede ver que el estado electrónico $1S$ aumenta en energía al disminuir el radio del nanocristal R (disminuyendo para huecos). En consecuencia, se tiene un ancho de banda ajustable con el tamaño, pudiendo modificarse el umbral de absorción/emisión notablemente con respecto del material masivo (del orden de 1 eV). Por tanto, se tiene un control sobre las propiedades ópticas.

Un semiconductor masivo y un nanocristal tienen la misma absorción total por unidad de volumen cuando se integra sobre todas las frecuencias. Sin embargo, esta absorción se distribuye de manera muy diferente. El espectro de absorción de un material macroscópico semiconductor es continuo, pero en un nanocristal consiste en una serie de transiciones discretas con una intensidad de absorción muy alta en las frecuencias de transición. Esto tiene aplicación en el desarrollo de láseres.

31. Puntos metálicos y estados discretos de carga en 0D.

Son puntos metálicos esféricos, como los clústeres de metales alcalinos creados en un haz atómico.

Recordamos que los electrones en la banda de conducción ocupan niveles de energía cuantizados. Esta cuantización afecta a las propiedades eléctricas y ópticas, e incluso pueden influir en la estabilidad del punto.

Los pequeños clústeres pueden ser analizados mediante espectrometría de masas para determinar el número de átomos en el clúster.

Para puntos metálicos más grandes o de forma irregular, la estructura de capas se destruye.

Si bien los detalles del espectro de niveles son difíciles de predecir, el espaciamiento promedio de los niveles en la energía de Fermi se puede estimar a partir de la expresión para el número de orbitales por rango de energía unitario en la energía de Fermi. Por ejemplo, para una nanopartícula esférica de Au con $R=2\text{nm}$, el espaciamiento promedio de los niveles es mucho más pequeño que el espaciamiento entre los niveles más bajos en la banda de conducción del nanocrystal de CdSe.

Respecto a las propiedades ópticas, para un pequeño punto metálico suelen estar dominadas por su resonancia plasmónica superficial.

Además, los procesos ópticos débiles en nanoestructuras cercanas a la superficie de la nanopartícula se hacen medibles debido a los campos eléctricos localmente altos.

Estados discretos de carga:

Si un punto cuántico está relativamente aislado eléctricamente de su entorno, tiene un conjunto de estados de carga bien definidos. Cada estado de carga sucesivo corresponde a la adición de un electrón más al punto cuántico. Debido a la repulsión de Coulomb entre electrones, la diferencia de energía entre los estados de carga sucesivos puede ser muy grande. El potencial electroquímico resultante al añadir el $(N + 1)$ -ésimo electrón a un punto cuántico que contiene N electrones dependerá de la energía de carga (energía de interacción de Coulomb entre 2 electrones cualesquiera del punto) y de la tasa a la que un voltaje V_g aplicado a un metal cercano, comúnmente denominado puerta, desplaza el potencial electrostático ϕ del punto cuántico.

Si el punto cuántico está en contacto eléctrico débil con un reservorio metálico, los electrones tunelarán hacia el punto hasta que el potencial electroquímico para agregar otro electrón supere el potencial electroquímico del reservorio.

Metales o dieléctricos cercanos pueden apantallar la interacción de Coulomb y reducir la energía de carga. Por ejemplo, si suponemos que tenemos un punto cuántico esférico de radio R rodeado por una cáscara metálica esférica, esta cáscara apantalla la interacción de Coulomb entre los electrones en el punto cuántico. Además, las fluctuaciones térmicas en la carga del punto cuántico pueden ser fuertemente suprimidas.

La energía de adición en un punto cuántico metálico está dominada por la energía de carga, mientras que en un punto cuántico semiconductor la energía de carga y el espaciamiento entre niveles son de importancia comparable.

32. Transporte electrónico en sistemas 0D. Oscilaciones de Coulomb.

El transporte electrónico en 0D ocurre a través del punto cuántico, conectado a contactos (llamados fuente y drenador) mediante pequeñas regiones llamadas barreras túnel. En el transporte 0D se produce la cuantización de niveles de energía, ya que, como los electrones están confinados, solo pueden ocupar ciertos niveles discretos. El transporte ocurre solo si uno de esos niveles se alinea con el nivel químico de los contactos.

Además, añadir un solo electrón a un punto cuántico cuesta una energía de carga U . Si el voltaje aplicado no es suficiente para superar esta energía, el transporte se bloquea, denominándose esto como bloqueo de Coulomb. Más específicamente, se produce cuando los niveles de Fermi de los electrodos se encuentran entre los potenciales electroquímicos de los estados de carga N y $N+1$. Esto se ve como zonas de corriente cero en un gráfico corriente-voltaje. Entonces, la corriente solo puede fluir cuando $\mu(N+1)$ se reduce hasta situarse entre los niveles de Fermi de los electrodos izquierdo y derecho. En este caso, un electrón puede saltar al punto cuántico desde el electrodo izquierdo y salir hacia el electrodo derecho, permitiendo el flujo de corriente.

Este proceso se repite con el aumento del voltaje V_g para cada nuevo estado de carga. Esto da lugar a las llamadas oscilaciones de Coulomb en la conductancia en función del voltaje V_g , siendo estas un resultado de la cuantización de la carga.

Un dispositivo que muestra oscilaciones de Coulomb se conoce como transistor de un solo electrón (SET, *Single Electron Transistor*), ya que se enciende y apaga periódicamente a medida que cambia la ocupación del punto cuántico, en una cantidad correspondiente a la carga del electrón.

Voltajes oscilantes con una frecuencia f aplicados a las compuertas de un sistema de puntos cuánticos diseñado adecuadamente pueden transportar un solo electrón a través del punto por cada ciclo de la oscilación.

Es importante destacar que las posiciones de los picos de Coulomb en el caso 0D están determinadas tanto por el espaciamiento entre niveles como por la energía de carga de Coulomb.

También observamos en el transporte 0D el fenómeno de túnel resonante, pues si la energía del electrón coincide con un nivel del punto cuántico, puede atravesar el sistema por efecto túnel. La corriente presenta picos cuando eso sucede.

Además, especialmente a bajas temperaturas, se producen efectos de espín y Kondo cuando hay un electrón impar y el punto cuántico tiene espín no nulo.

33. Aislantes de Mott y efecto Kondo.

Un aislante de Mott cuenta con una banda medio llena, y pese a esto es un aislante porque las interacciones coulombianas prohíben la doble ocupación de los sitios de la red por electrones, pese a ser permitida por el principio de exclusión de Pauli.

El efecto Kondo es un fenómeno cuántico que ocurre cuando un electrón localizado interactúa con los electrones de conducción de un metal. Aparece en:

- ❖ En metales con impurezas magnéticas. En un metal puede haber átomos con un electrón no apareado. A bajas temperaturas, los electrones del metal "detectan" el espín de la impureza y comienzan a interactuar con él de manera coherente. Los electrones de conducción tienden a formar un estado conjunto con la impureza, apantallando su espín, como si intentaran neutralizarlo. Se produce entonces la formación de un estado ligado (singlete). Esta interacción provoca dispersión adicional de los electrones de conducción, lo que aumenta la resistencia al bajar la temperatura (algo contraintuitivo, ya que normalmente la resistencia baja al enfriar un metal).

- ❖ También aparece en un punto cuántico (estructuras 0D), que puede comportarse como una impureza magnética artificial si tiene un número impar de electrones, es decir, un espín no compensado. Este espín fijo interactúa con los electrones que vienen de los contactos metálicos (fuente y drenador), de manera que "intentan" intercambiar espín a través del acoplamiento túnel. Esto genera un estado correlacionado donde muchos electrones de los contactos "cooperan" para apantallar el espín del punto cuántico. El resultado es una resonancia en la densidad de estados en el punto cuántico justo en el nivel de Fermi. Además se formará un singlete de espín. Esto ocurre por debajo de una temperatura conocida como la temperatura de Kondo. Entonces, en lugar de bloquear la corriente el efecto Kondo permite más flujo. A baja temperatura, la conductancia del punto cuántico aumenta, y la resistencia disminuye

- ❖ También se da en materiales fuertemente correlacionados (como los superconductores pesados).

34. Propiedades vibracionales y térmicas en 0D.

Vamos a trabajar bajo la simplificación de que las deformaciones solo ocurrirán a lo largo de la dirección del esfuerzo y la magnitud será independiente de la dirección del eje.

Modos Vibracionales Cuantizados:

Las frecuencias vibracionales se vuelven discretas en un sólido 1D o 0D. Veamos los modos vibracionales cuantizados usando el ejemplo de las vibraciones alrededor de la circunferencia de un cilindro delgado de radio R y grosor $h \ll R$.

Uno de estos modos es el Modo acústico longitudinal cuantizado, donde las frecuencias permitidas se pueden encontrar aplicando condiciones de contorno periódicas alrededor de la circunferencia del cilindro. Otro ejemplo es el modo de respiración radial. En este el radio del cilindro se expande y contrae uniformemente, produciendo tensión y compresión circunferenciales.

La ley de Hooke $K=YV/R^2$, nos permite relacionar el módulo de Young (Y) con el radio (R) y volumen (V) del cilindro. A partir de esta se puede encontrar la frecuencia vibratoria.

Una técnica ampliamente utilizada para estudiar la estructura vibracional de objetos a escala nanométrica es la espectroscopia Raman.

Vibraciones transversales:

En estructuras delgadas, los **modos transversales** de longitud de onda larga tienen una relación de dispersión modificada que no está restringida a sistemas a nanoescala.

Capacidad calorífica y transporte térmico:

Los modos en las direcciones confinadas estarán térmicamente excitados a temperatura ambiente. Las propiedades térmicas de la red en nanoestructuras serán similares a sus contrapartes en materiales masivos. Las excitaciones vibracionales de frecuencia ω en las direcciones confinadas se bloquearán cuando $T < \hbar\omega/k_B$.