EDELVIVES FANFEST

¡AY! QUE ME PARTO

EN TRES

EN QUINCE

DE RISA

EN 2

LOL

INCLUYE LICENCIA DIGITAL

MATEMÁTICAS 6

TERCER CICLO
PRIMARIA

EDELVIVES

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

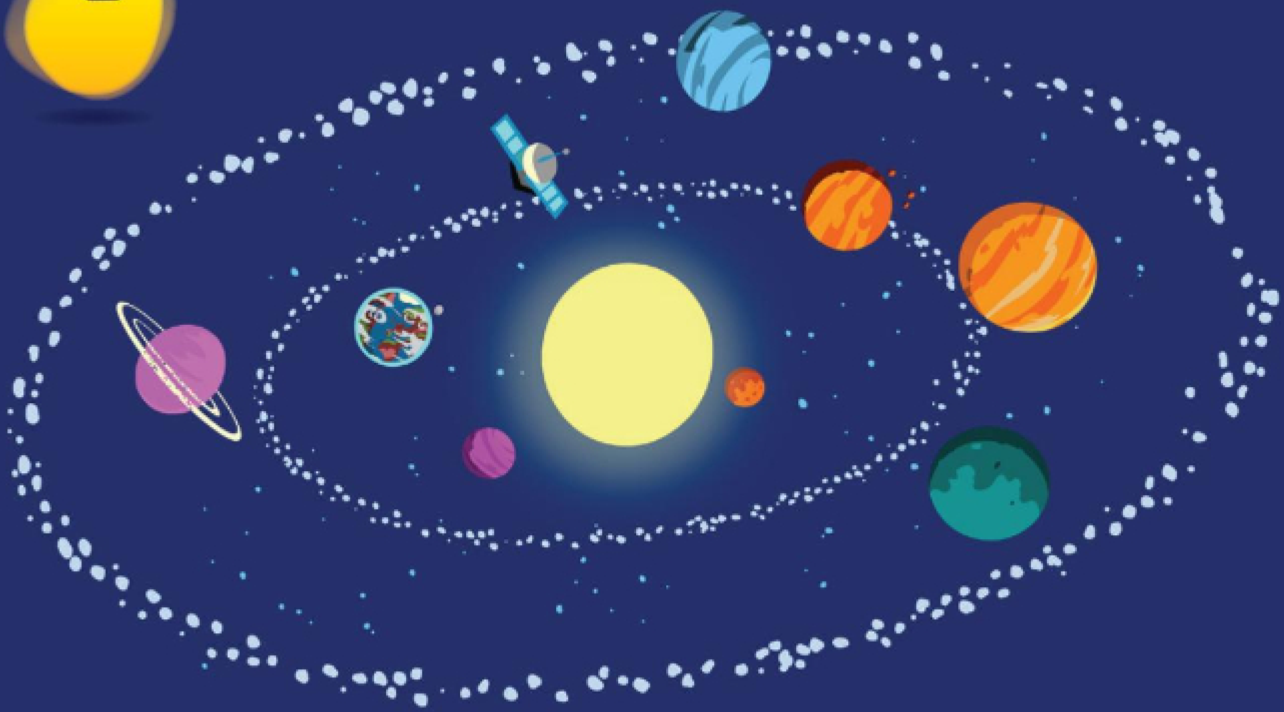
Pág.	Nº	Situación	ODS	Juego de activación			Saberes básicos	
4	1	UNA ENTRE CIEN MIL MILLONES	4 Educación de calidad	4 Busca las diferencias	¿QUÉ SABEMOS?	¿POR DÓNDE EMPEZAMOS?	8 Conocer los números de más de seis cifras	10 Sumar y restar
22	2	DIVIDE Y VENCERÁS	9 Industria, innovación e infraestructura	22 Sombras y siluetas			26 Reconocer múltiplos y divisores	
40	3	A UNA DÉCIMA DEL ORO	5 Igualdad de género	40 Puzle			44 Conocer las fracciones	46 Comparar, ordenar y representar fracciones
64	4	EN LA EXACTA PROPORCIÓN	1 Fin de la pobreza	64 Mensaje cifrado	¿QUÉ SABEMOS?	¿POR DÓNDE EMPEZAMOS?	68 Reconocer magnitudes proporcionales	
86	5	TAN IGUALES, TAN DIFERENTES	8 Trabajo decente y crecimiento económico	86 Localiza los intrusos			90 Conocer el sistema de coordenadas cartesianas	92 Reconocer y generar traslaciones
108	6	ES HORA DE DAR UN GIRO	11 Ciudades y comunidades sostenibles	108 Palillos			112 Medir ángulos	116 Realizar operaciones con ángulos
132	7	EL MEJOR BRIK	12 Producción y consumo responsables	132 ¿Quién es quién?	¿QUÉ SABEMOS?	¿POR DÓNDE EMPEZAMOS?	136 Medir volúmenes y capacidades	140 Conocer los poliedros
160	8	UN TRÉBOL DE CUATRO HOJAS	15 Vida de ecosistemas terrestres	160 Puzle			164 Recoger y organizar datos estadísticos	
182	9	VIRUS Y BACTERIAS	3 Salud y bienestar	182 Sombras y siluetas			186 Encontrar patrones	188 Programar secuencias

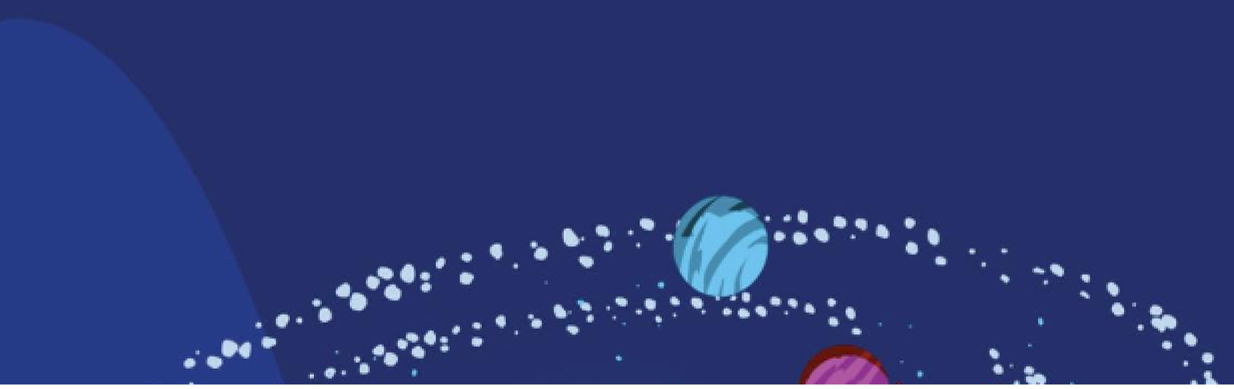
SABERES BÁSICOS			RESOLVER PROBLEMAS		TAREA FINAL
12 Multiplicar y dividir	14 Calcular potencias	16 Realizar operaciones combinadas	18 Reconocer la pregunta y los datos y comprobar el resultado	¿QUÉ HEMOS APRENDIDO?	21 Un monográfico sobre el sistema solar
28 Conocer los criterios de divisibilidad	32 Encontrar múltiplos y divisores comunes		36 Completar el enunciado de un problema a partir de la solución		39 Las reglas del juego
48 Realizar operaciones con fracciones	52 Conocer los números decimales 54 Sumar y restar números decimales	56 Multiplicar y dividir números decimales	60 Buscar información en folletos		63 Una historia del atletismo femenino
70 Resolver problemas de proporcionalidad directa	74 Calcular porcentajes	78 Utilizar escalas	82 Resolver un problema a partir de una imagen	¿QUÉ HEMOS APRENDIDO?	85 Un menú solidario
94 Reconocer y generar simetrías	98 Reconocer y generar giros	100 Reconocer y generar figuras semejantes	104 Inventar un enunciado a partir de varias preguntas		107 Diseño de interiores
120 Medir el tiempo	124 Realizar operaciones con tiempos		128 Resolver un problema a partir de un gráfico		131 Tu reloj solar
144 Conocer los prismas	148 Conocer las pirámides	152 Conocer los cuerpos redondos	156 Inventar y resolver un problema a partir de una expresión matemática	¿QUÉ HEMOS APRENDIDO?	159 Diseño de briks
168 Representar datos estadísticos	172 Calcular la media, la moda, la mediana y el rango	174 Calcular probabilidades	178 Resolver un problema a partir de un gráfico		181 Un juego de mesa con dos dados
190 Programar bucles	192 Programar condiciones	194 Programar con variables	196 Consultar documentación y seleccionar la información relevante		199 Simulación de la propagación vírica

Repasa lo que has aprendido y resuelve nuevos desafíos y otras situaciones de aprendizaje consultando tu libro de SABERES BÁSICOS.

1 UNA ENTRE CIEN MIL MILLONES

El Sol es una de las cien mil millones de estrellas de la Vía Láctea. Se trata, sin embargo, de una estrella muy especial, pues uno de los cuerpos que gira a su alrededor es nuestro planeta: la Tierra. No existen dos estrellas iguales. Aquí tienes representados dos sistemas estelares. ¿Eres capaz de encontrar las 8 diferencias?





CONOCER LOS NÚMEROS DE MÁS DE SEIS CIFRAS

Nuestro **sistema de numeración** es **posicional** y **decimal:** por un lado, el valor de cada cifra depende de la posición que ocupe y, por otro, diez unidades de cualquier orden forman una unidad del orden inmediatamente superior.

1 **D** = 10 **U**

1 **C** = 10 **D** = 100 **U**

1 **UM** = 10 **C** = 100 **D** = 1 000 **U**

1 **DM** = 10 **UM** = 10 000 **U**

1 **CM** = 100 **UM** = 100 000 **U**

1 **UMM** = 1 000 **UM** = 1 000 000 **U**

Durante el primer trimestre del año 2022, la población española desempleada alcanzó la cifra de 2 941 876 personas.

UMM	CM	DM	UM	C	D	U
2	9	4	1	8	7	6

$$2\,941\,876 = 2 \times 1\,000\,000 + 9 \times 100\,000 + 4 \times 10\,000 + 1 \times 1\,000 + 8 \times 100 + 7 \times 10 + 6$$

El número 2 941 876 se lee *dos millones novecientos cuarenta y un mil ochocientos setenta y seis.*

Para **comparar** dos o más números, se observan sus cifras una a una, de izquierda a derecha, hasta encontrar una que sea mayor que la otra.

El número mayor se **representa** a la derecha en la recta numérica, y el menor, a la izquierda.

Un país recibió 6 125 457 turistas un año y 6 128 745 al año siguiente.

UMM	CM	DM	UM	C	D	U
6	1	2	5	4	5	7
6	1	2	8	7	4	5

5 < 8

Como 5 < 8, entonces 6 12**5** 457 < 6 12**8** 745. Por tanto, recibió más turistas el segundo año.

Una cooperativa agrícola ha producido 17 356 845 l de aceite en su última campaña. Redondea esa cantidad a la unidad de millón y a la decena de millón.

- **A la unidad de millón.**

17 **3**56 845 se encuentra entre las unidades de millón **17** 000 000 y **18** 000 000.

Puesto que la cifra de orden inferior es **3,** y 3 < 5, la aproximación por redondeo es 17 000 000. Se trata de una aproximación por defecto.

- **A la decena de millón.**

El número **17** 356 845 se encuentra entre las decenas de millón **1**0 000 000 y **2**0 000 000.

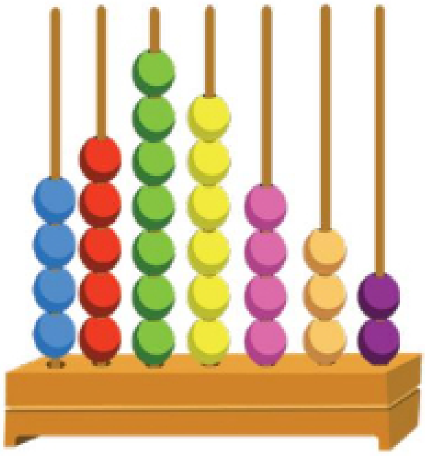
Al ser la cifra de orden inferior **7,** y dado que 7 > 5, la aproximación por redondeo es 20 000 000. Es, pues, una aproximación por exceso.

La forma más habitual de **aproximar** un número es el **redondeo.** Para redondear un número, se examina la cifra de orden inferior a la que se quiere aproximar.

- Si es **menor que 5,** se deja la cifra considerada. Esta es una **aproximación por defecto,** dado que es menor que el número.
- Si es **mayor o igual que 5,** se añade una unidad a la cifra considerada. Se trata, en este caso, de una **aproximación por exceso,** pues es mayor que el número.

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Observa los ejemplos y escribe en tu cuaderno los números que corresponden a las siguientes descomposiciones.



4 DMM + 5 UMM + 7 CM + 6 DM + 4 UM + 3 C + 2 U = 45 764 302

20 000 000 + 800 000 + 9 000 + 100 + 2 = 20 809 102

a. 3 DMM + 5 CM + 1 UM + 4 C + 2 D =

b. 2 UMM + 6 DM + 8 UM + 3 D =

c. 4 000 000 + 60 000 + 7 000 + 80 + 5 =

d. 7 000 000 + 600 000 + 10 000 + 2 000 + 500 =

2 Escribe en tu cuaderno el valor de la cifra 5 en estos números.

a. 975 619. La cifra 5 vale unidades.

b. 5 023 967. La cifra 5 vale unidades.

c. 6 450 713. La cifra 5 vale unidades.

3 Copiad estos números en vuestros cuadernos y escribide los signos > o < según corresponda.

COOPERATIVO
Folio giratorio

a. 3 456 723 3 456 832

b. 14 699 312 14 699 321

c. 1 543 287 896 456

d. 2 698 035 2 698 135

4 Escribe dos números mayores que 37 900 000 y menores que trescientos ochenta millones.

5 ¿Cuáles son los tres números mayores de cuantos se pueden formar con estas bolas?

RUTINA
Problema-solución

Los planetas giran alrededor del Sol a cientos de millones de kilómetros de este. Averigua las distancias medias de los planetas al Sol y represéntalas en la recta numérica. ¿Qué planeta es el más próximo al Sol? ¿Cuál el más alejado? ¿Qué lugar ocupa la Tierra?

6 Copia y completa la tabla en tu cuaderno.

	APROXIMACIÓN POR REDONDEO			
	A las centenas de millar	¿Por defecto o por exceso?	A las unidades de millón	¿Por defecto o por exceso?
4 783 951				
25 308 245				
9 800 364				

SUMAR Y RESTAR

Dos publicaciones de una misma editorial tienen 1 256 478 y 4 578 292 lectores diarios, respectivamente. ¿Cuántos lectores tiene al día la editorial? ¿Cuántos más tiene una publicación que otra?

$$\begin{array}{r l}
1\,2^{1}\,5^{1}\,6\,4^{1}\,7^{1}\,8 & \leftarrow \text{Sumando} \\
+\,4\,5\,7\,8\,2\,9\,2 & \leftarrow \text{Sumando} \\
\hline
5\,8\,3\,4\,7\,7\,0 & \leftarrow \text{Suma}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r l}
4\,5\,7\,\cancel{8}^{7}\,2^{12}\,\cancel{9}^{8}\,2^{12} & \leftarrow \text{Minuendo} \\
-\,1\,2\,5\,6\,4\,7\,8 & \leftarrow \text{Sustraendo} \\
\hline
3\,3\,2\,1\,8\,1\,4 & \leftarrow \text{Diferencia}
\end{array}$$

Las dos publicaciones suman 5 834 770 lectores. La segunda tiene 3 321 814 lectores más que la primera.

Prueba de la resta

Si en una resta se suman el sustraendo y la diferencia, se obtiene el minuendo:

$$\begin{array}{r}
1\,2\,5\,6\,4\,7\,8 \\
+\,3\,3\,2\,1\,8\,1\,4 \\
\hline
4\,5\,7\,8\,2\,9\,2
\end{array}$$

La suma y la resta son **operaciones inversas:**

$234 + 127 = 351$

$351 - 234 = 127$

$351 - 127 = 234$

PROPIEDADES DE LA SUMA

- La suma cumple la **propiedad conmutativa,** porque el orden en el que se suman los números no cambia el resultado.

$$a + b = b + a$$

$$\underbrace{1\,365 + 7\,865}_{9\,230} = \underbrace{7\,865 + 1\,365}_{9\,230}$$

- La suma de tres o más números cumple la **propiedad asociativa,** pues el orden en que se agrupan los sumandos no modifica el resultado.

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$\underbrace{440 + \underbrace{(356 + 124)}_{480}}_{920} = \underbrace{\underbrace{(440 + 356)}_{796} + 124}_{920}$$

PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LA RESTA

Si se suma o se resta un mismo número al minuendo y al sustraendo de una resta, el resultado no varía.

$$\begin{array}{r}
23\,687 \\
-\,14\,704 \\
\hline
8\,983
\end{array}
\begin{array}{c}
\rightarrow +25 \rightarrow \\
\rightarrow +25 \rightarrow \\
\\
\end{array}
\begin{array}{r}
23\,712 \\
-\,14\,729 \\
\hline
8\,983
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
23\,687 \\
-\,14\,704 \\
\hline
8\,983
\end{array}
\begin{array}{c}
\rightarrow -25 \rightarrow \\
\rightarrow -25 \rightarrow \\
\\
\end{array}
\begin{array}{r}
23\,662 \\
-\,14\,679 \\
\hline
8\,983
\end{array}$$

CÁLCULO MENTAL

- **Estimar sumas.**

  367 + 123

  Se redondean los números a la centena y se suma.

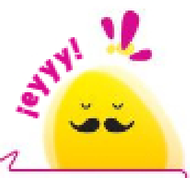
  400 + 100 = 500

- **Estimar restas.**

  647 – 68

  Se redondean los números a la decena y se resta.

  650 – 70 = 580



Estimar es hallar el resultado de una operación de forma aproximada.

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Completa en tu cuaderno estas operaciones con el número que falta.

a. 361 477 – ___ = 201 653

b. ___ + 4 912 765 = 8 765 211

c. ___ – 667 324 = 430 506

d. 2 308 543 + 5 761 098 = ___

2 Completa en tu cuaderno las siguientes operaciones utilizando las propiedades de la suma. Después comprueba los resultados.

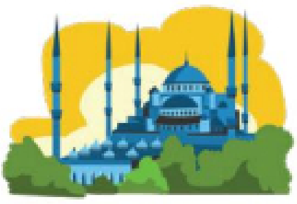
a. 4 532 + ___ = 6 743 + 4 532

b. 654 + (___ + 775) = (___ + 281) + 775

c. ___ + (1 264 + ___) = (___ + 1 264) + 4 538 = 7 633

d. 125 806 + ___ = 342 997 = ___ + 125 806

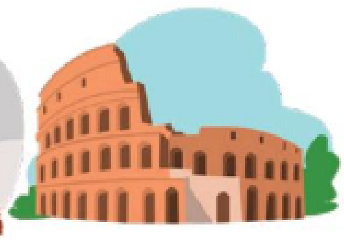
3 Observa el número de habitantes de estas ciudades europeas y responde a las preguntas.



Estambul
15 190 000 habitantes

Madrid
3 223 000 habitantes

Londres
8 982 000 habitantes



Roma
2 857 000 habitantes

a. ¿Cuál es la ciudad más poblada? ¿Y la menos poblada?

b. ¿Cuántos habitantes tiene Estambul más que Londres?

c. ¿Cuántos habitantes tiene Madrid menos que Londres?

d. ¿Supera Estambul a la suma de los habitantes de Madrid, Londres y Roma?

COOPERATIVO
Lápices al centro

4 En la península ibérica se han contabilizado 1 300 ejemplares de lince ibérico, de los cuales 575 se ubican en Andalucía y 164, en Extremadura.

a. Estima cuántos ejemplares hay en Andalucía más que en Extremadura.

b. Si trasladan a otros emplazamientos 60 ejemplares de cada una de estas regiones, ¿cuántos ejemplares habrá en Andalucía más que en Extremadura?

c. ¿Qué conclusiones extraes de los resultados anteriores?

mola

A veces, este tipo de comparaciones nos ayuda a hacernos una idea más exacta de cómo es el sistema solar que las cifras en sí.

5 Averigua el diámetro del Sol y el de cada uno de los planetas del sistema solar. Si se alineasen todos los planetas, ¿cuántos kilómetros sumarían sus diámetros? ¿Alcanzaría esta cifra el diámetro del Sol? ¿En cuántos kilómetros sería superior o inferior el diámetro del Sol a dicha cifra?

MULTIPLICAR Y DIVIDIR

¿Recuerdas cuál es el elemento neutro de la multiplicación?

Sara compró una casa de 80 m² por 206 960 €. Después de haber vivido en ella durante varios años, decidió venderla por un valor de 3 500 € el metro cuadrado. ¿Por cuánto vendió la casa? ¿Cuál era el valor del metro cuadrado cuando la compró?

$$\begin{array}{r} 3\,5\,0\,0 \\ \times \quad 8\,0 \\ \hline 0\,0\,0\,0 \\ 2\,8\,0\,0\,0 \\ \hline 2\,8\,0\,0\,0\,0 \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 2\,0\,6\,9\,6\,0 & 8\,0 \\ \cline{2-2} \,4\,6\,9 & 2\,5\,8\,7 \\ \,6\,9\,6 & \\ \,5\,6\,0 & \\ \,0\,0 & \end{array}$$

Vendió la casa por 280 000 € y la compró por 2 587 € el metro cuadrado.

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN

La multiplicación de dos números cumple la **propiedad conmutativa,** porque el orden en el que se multiplican los factores no altera el producto.

$$\mathbf{a \times b = b \times a}$$

$$\underbrace{683 \times 541}_{\mathbf{369\,503}} = \underbrace{541 \times 683}_{\mathbf{369\,503}}$$

La multiplicación de tres o más números cumple la **propiedad asociativa,** ya que el orden en que se agrupan los factores no cambia el resultado.

$$\mathbf{(a \times b) \times c = a \times (b \times c)}$$

$$(\underbrace{24 \times 56}) \times 13 = 24 \times (\underbrace{56 \times 13})$$

$$\underbrace{1\,344 \times 13}_{\mathbf{17\,472}} \qquad \underbrace{24 \times 728}_{\mathbf{17\,472}}$$

La multiplicación cumple la **propiedad distributiva respecto a la suma y a la resta,** pues el producto de un número por una suma o una resta es igual a la suma o a la resta de los productos de dicho número por cada uno de los términos de la suma o la resta.

$$\mathbf{a \times (b + c) = a \times b + a \times c}$$

$$57 \times (\underbrace{128 + 96}) = \underbrace{57 \times 128} + \underbrace{57 \times 96}$$

$$\underbrace{57 \times 224}_{\mathbf{12\,768}} = \underbrace{7\,296 + 5\,472}_{\mathbf{12\,768}}$$

$$\mathbf{a \times (b - c) = a \times b - a \times c}$$

$$57 \times (\underbrace{128 - 96}) = \underbrace{57 \times 128} - \underbrace{57 \times 96}$$

$$\underbrace{57 \times 32}_{\mathbf{1\,824}} = \underbrace{7\,296 - 5\,472}_{\mathbf{1\,824}}$$

PRUEBA DE LA DIVISIÓN

La prueba de la división permite comprobar si está bien hecha.

divisor × cociente + resto = dividendo

$$\begin{array}{rl|ll} \text{dividendo} \rightarrow & \boxed{3\,6\,8\,5\,4\,1} & \boxed{2\,6\,5} & \leftarrow \text{divisor} \\ \cline{3-3} & 1\,0\,3\,5 & \boxed{1\,3\,9\,0} & \leftarrow \text{cociente} \\ & \,2\,4\,0\,4 & & \\ & \,0\,1\,9\,1 & & \\ \text{resto} \rightarrow & \boxed{1\,9\,1} & & \end{array}$$

La división de 368 541 entre 265, cuyo cociente es 1 390 y que tiene por resto 191, es correcta, ya que:
265 × 1 390 + 191 = 368 350 + 191 = 368 541

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Escribe estas multiplicaciones en vertical en tu cuaderno y calcula los productos.

a. 962×841 **c.** 875×406 **e.** $3\,286 \times 408$

b. 504×733 **d.** $1\,035 \times 623$ **f.** $9\,021 \times 542$

Utiliza la calculadora para comprobar los resultados.

2 Realiza las operaciones y comprueba que las igualdades se cumplen. Indica, en cada caso, que propiedad se está aplicando.

a. $779 \times 1\,254 = 1\,254 \times 779$

b. $653 \times (3\,421 + 5\,632) = 653 \times 3\,421 + 653 \times 5\,632$

c. $403 \times (587 \times 126) = (403 \times 587) \times 126$

d. $7\,504 \times (953 - 401) = 7\,504 \times 953 - 7\,504 \times 401$

3 Calcula en tu cuaderno las siguientes divisiones.

a. $4\,839 : 72$ **c.** $75\,497 : 17$ **e.** $160\,461 : 283$

b. $12\,063 : 46$ **d.** $29\,145 : 145$ **f.** $39\,072 : 5$

4 Indica el nombre de los elementos de las divisiones de la actividad anterior y comprueba los resultados aplicando la prueba de la división. Clasifica las divisiones en exactas o enteras.

Una división es **exacta** cuando el resto es 0 y es **entera** cuando el resto es diferente de 0.

5 Un terreno se divide en 365 parcelas, en cada una de las cuales se han plantados 180 manzanos. ¿Cuántos manzanos hay en todo el terreno?

6 Enrique ha ido a comer con su familia a un restaurante especializado en pasta. Tienen muchas opciones para elegir, ya que la carta cuenta con 12 tipos de pasta y 15 variedades de salsa y se admite cualquier combinación. ¿Cuántos platos distintos se pueden componer con todas las pastas y las salsas?

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

7 Beatriz quiere comprar un coche que cuesta 20 163 €. Para adquirirlo, puede dar una entrada de 4 647 € y pagar el resto en 36 cuotas de igual cuantía. ¿Cuánto tiene que pagar por cada cuota?

8 Roberto quiere repartir 46 lápices en partes iguales en 6 estuches. ¿Cuántos lápices ha de poner en cada estuche? ¿Cuántos sobran? ¿Cómo podría repartir la mitad de lápices en la mitad de estuches?

9 Una fuente vierte 3 400 l de agua en 5 h. ¿Cuántas horas tardará en llenar un depósito de 15 640 l de capacidad?

10 Una manera de comparar cantidades muy grandes, como las masas o los diámetros de los planetas, consiste en dividirlas entre sí, para determinar cuántas veces es más grande una cantidad que la otra. Utiliza este método para calcular cuántas veces es más grande y masivo el Sol que cada uno de los planetas del sistema solar.

Si se multiplica o divide el dividendo y el divisor de una división por un mismo número, ¿qué pasa con el cociente y con el resto?

CALCULAR POTENCIAS

Una **potencia** es una forma abreviada de expresar un producto de factores iguales.

base — exponente

$$\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\textbf{4 veces}} = 5^4 = 625$$

El factor que se repite es la **base,** y el número de veces que se repite, el **exponente.**

El número 5^4 se lee «cinco elevado a cuatro».

Las potencias de exponente 2 se llaman **cuadrados,** y las de exponente 3, **cubos:**

3^2 se lee «tres al cuadrado».

2^3 se lee «dos al cubo».

Un edificio tiene 3 plantas y en cada una de ellas hay 3 viviendas con 3 ventanas que dan a la calle. En el alféizar de cada ventana hay 3 macetas, cada una de las cuales contiene 3 flores. ¿Cuántas flores hay en total en el edificio?

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243$$

En total hay 243 flores en el edificio.

POTENCIAS DE BASE 10

¿A qué es igual cualquier potencia de base 0 cuyo exponente sea un número natural?

El resultado de una **potencia de base 10** es igual a la unidad seguida de tantos ceros como indique el exponente.

$10^1 = \mathbf{10}$ $\quad 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = \mathbf{1\,000}$ $\quad 10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = \mathbf{100\,000}$

Las **potencias de base 10** ayudan a expresar cantidades muy grandes de forma abreviada.

El número de seguidores y seguidoras de una conocida deportista en una red social supera los 478 000 000. De forma abreviada se podría decir que esta deportista tiene más de 478×10^6 seguidores y seguidoras:

$$478\,000\,000 = 478 \times 1\,000\,000 = 478 \times 10^6$$

CÁLCULO MENTAL

- **Comparar productos con potencias de base 10.**

$$15 \times 10^6 < 16 \times 10^6$$
$$15\,000\,000 < 16\,000\,000$$

$$15 \times 10^7 > 16 \times 10^6$$
$$150\,000\,000 > 16\,000\,000$$

Un **billón** es un millón de millones, y un **trillón,** un millón de billones.

Un millón = 10^6 unidades Un billón = 10^{12} unidades Un trillón = 10^{18} unidades

Cualquier número puede descomponerse en una suma de potencias de 10:

$$\mathbf{5\,437\,289} \begin{cases} 5\,000\,000 + 400\,000 + 30\,000 + 7\,000 + 200 + 80 + 9 \\ 5 \times 1\,000\,000 + 4 \times 100\,000 + 3 \times 10\,000 + 7 \times 1\,000 + 2 \times 100 + \\ + 8 \times 10 + 9 \\ 5 \times 10^6 \times 4 \times 10^5 + 3 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 8 \times 10 + 9 \times 10^0 \end{cases}$$

Toda potencia que tenga por base un número cualquiera y cuyo **exponente sea 0** es igual a 1.

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Copia la tabla en tu cuaderno y complétala.

Potencia	Producto	Lectura	Resultado
4^5			
	$8 \times 8 \times 8 \times 8$		
			1 331
		cinco elevado a seis	

2 Escribe todos los números cuyos cuadrados estén comprendidos entre 100 y 200.

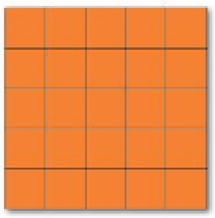
3 Completa en tu cuaderno las siguientes igualdades.

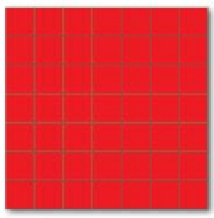
a. $8 = \square^3$ **d.** $36 = \square^2$ **g.** $\square = 9^3$

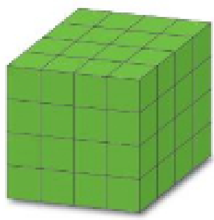
b. $81 = \square^4$ **e.** $\square = 8^2$ **h.** $121 = 11^\square$

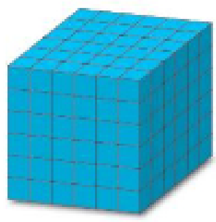
c. $27 = 3^\square$ **f.** $125 = \square^3$ **i.** $1 = 5^\square$

4 Escribe en forma de potencia el número de cuadrados o cubos que hay en cada caso y calcula el resultado.

a. 

b. 

c. 

d. 

5 Expresa estas cantidades utilizando potencias de base 10.

a. El triceratops vivió hace 70 millones de años.

b. La velocidad de la luz en el vacío es de casi 300 000 000 m/s.

c. La distancia media entre la Tierra y el Sol es de 150 000 000 km, aproximadamente.

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

6 Escribe, en cada caso, la operación en forma de potencia y resuelve.

a. Una librería ha recibido un pedido de 7 cajas en cada una de las cuales hay 7 paquetes con 7 libros. ¿Cuántos libros han llegado al establecimiento?

b. De un almacén han salido 8 camiones con 8 contenedores cada uno. Los contenedores tienen 8 compartimentos con una capacidad de 8 l de leche. ¿Cuántos litros de leche ha despachado en total el almacén?

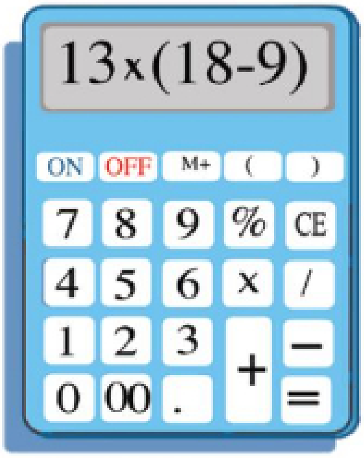
7 Elabora una lista en la que recojas las masas de los diferentes planetas del sistema solar expresadas en kilogramos. Escribe los resultados en potencias de base 10 y en cifras y en letras.

Las potencias de base 10 te pueden ayudar a expresar cantidades muy grandes en tu monográfico.

REALIZAR OPERACIONES COMBINADAS

Al realizar **operaciones combinadas** con sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y potencias, hay que respetar la **jerarquía de las operaciones** y resolver las operaciones en este orden:

SI HAY PARÉNTESIS



1. Operaciones entre paréntesis.

$$\mathbf{13 \times (18 - 9) + 16 : (4^2 - 2^3) + 3 \times 3^2}$$

$$13 \times 9 + 16 : (16 - 8) + 3 \times 3^2$$

2. Potencias.

$$13 \times 9 + 16 : 8 + 3 \times 3^2$$

3. Multiplicaciones y divisiones.

$$13 \times 9 + 16 : 8 + 3 \times 9$$

4. Sumas y restas.

$$117 + 2 + 27$$

$$146$$

SI NO HAY PARÉNTESIS

1. Potencias.

$$\mathbf{13 \times 18 - 9 + 16 : 4^2 - 2^3 + 3 \times 3^2}$$

2. Multiplicaciones y divisiones.

$$13 \times 18 - 9 + 16 : 16 - 8 + 3 \times 9$$

3. Sumas y restas.

$$234 - 9 + 1 - 8 + 27$$

$$245$$

Luis tiene 12 años, y su hermana Begoña, 4 años más que él. Su padre tiene el triple de edad que Begoña, y su madre, 6 años menos que su padre.
¿Cuál es la edad de la madre de Luis?

Luis	Begoña	Padre de Luis	Madre de Luis
12	12 + **4** 16	**3** × (12 + 4) 3 × 16 48	3 × (12 + 4) – **6** 3 × 16 – 6 48 – 6 42

¿Es lo mismo el doble del cuadrado de 5 que el cuadrado del doble de 5?

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Calcula las siguientes operaciones combinadas.

a. $435 : 3 + 12 \times 46 - 251$

b. $(710 - 476) : 13 + 34 \times 2$

c. $3^2 + 4 \times 14 + (126 - 26) : 5^2$

d. $2 \times 4^3 - 9^2 + (28 + 7) \times 4$

2 Observa el ejemplo y expresa cada enunciado como una operación combinada. Después, calcula el resultado.

> A 186 se le resta la suma de 62 y 49: $186 - (62 + 49) = 186 - 111 = 75$

a. A 7 se le resta 2 y luego se le suma 5.

b. Se multiplica 16 por la suma de 15 y 28.

c. Se divide 81 por la diferencia de 7 y 4.

d. Al doble de 7 se le suma 6.

e. A la mitad de 256 se le resta 35.

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

3 Olivia tenía 36 cromos de fútbol y compró 3 sobres de 12 cromos cada uno. Si repartió todos los cromos a partes iguales entre sus 3 hermanos, ¿cuántos le dio a cada uno?

4 Lourdes va con su familia a una obra de teatro. Ha sacado 4 entradas infantiles, a 6 € cada una, y 6 entradas para adultos. Ha entregado 200 € y le han devuelto 68 €. ¿Cuánto cuesta la entrada para adultos?

5 Leed con atención cada uno de estos enunciados y escribid, en cada caso, la operación que permite responder a la pregunta en una sola expresión. A continuación, resolved las operaciones.

COOPERATIVO
Mejor entre todos

a. Un camión que puede transportar un máximo de 18 500 kg de mercancía ha sido cargado con 87 cajas de 60 kg cada una y 35 cajas de 105 kg. ¿Cuántos kilos más admite aún el camión?

b. En una fábrica se envasan cada hora 650 l de zumo de piña y 420 l de zumo de naranja. ¿Cuántos briks de 2 l se pueden rellenar durante 6 h de trabajo?

c. Javier tenía 15 672 fotografías guardadas en su ordenador portátil. El lunes borró 347 y el martes descargó otras 623 que tenía archivadas en su teléfono móvil. El miércoles decidió grabar las fotografías que quedaban en el portátil en diferentes memorias externas. Si en cada una almacenó 525 fotografías, ¿cuántos dispositivos de este tipo necesitó para archivar todo el material que tenía en su portátil?

6 La Tierra tarda aproximadamente 365 días y 6 horas en completar su órbita, de 930 millones de kilómetros. Escribe la operación que permite calcular la distancia que recorre la Tierra en 1 hora y halla dicha distancia con la calculadora.

¡Puedes expresar las cantidades grandes como potencias de base 10!

¿QUÉ HEMOS APRENDIDO?

1 El siguiente es el resumen de los contenidos que has visto en esta situación de aprendizaje. Cópialo en tu cuaderno y añade un ejemplo de cada contenido. Si hay algo más que hayas aprendido, añádelo al resumen.

Nuestro **sistema de numeración** es **posicional y decimal:** por un lado, el valor de una cifra depende de la posición que ocupe y, por otro, diez unidades de cualquier orden forman una unidad del orden inmediatamente superior.

Para **comparar** dos o más números, se observan sus cifras una a una, de izquierda a derecha, hasta encontrar una que sea mayor que la otra.

Para **redondear** un número, se examina la cifra de orden inferior a la que se quiere aproximar:

- Si es **menor que 5,** se deja la cifra.
- Si es **mayor o igual que 5,** se añade una unidad a la cifra.

Una **potencia** es una forma abreviada de expresar un producto de factores iguales.

El factor que se repite es la **base,** y el número de veces que se repite, el **exponente.**

El resultado de una **potencia de base 10** es igual a la unidad seguida de tantos ceros como indique el exponente:

$10^1 = 10 \qquad 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$

La **suma** cumple la **propiedad conmutativa,** porque el orden en que se suman los números no cambia el resultado.

La suma cumple la **propiedad asociativa,** pues el orden en que se agrupan los sumandos no modifica el resultado.

Si se suma o se resta un mismo número al **minuendo** y al **sustraendo** de una resta, el resultado no varía.

La **multiplicación** cumple la **propiedad conmutativa,** porque el orden en el que se multiplican los factores no altera el producto.

La multiplicación cumple la **propiedad asociativa,** pues el orden en que se agrupan los factores no cambia el resultado.

La **multiplicación** cumple la **propiedad distributiva** respecto a la suma y a la resta:

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

Para calcular operaciones combinadas, se resuelven primero los **paréntesis,** luego las **potencias,** seguidamente las **multiplicaciones** y **divisiones** y, por último, las **sumas** y **restas.**

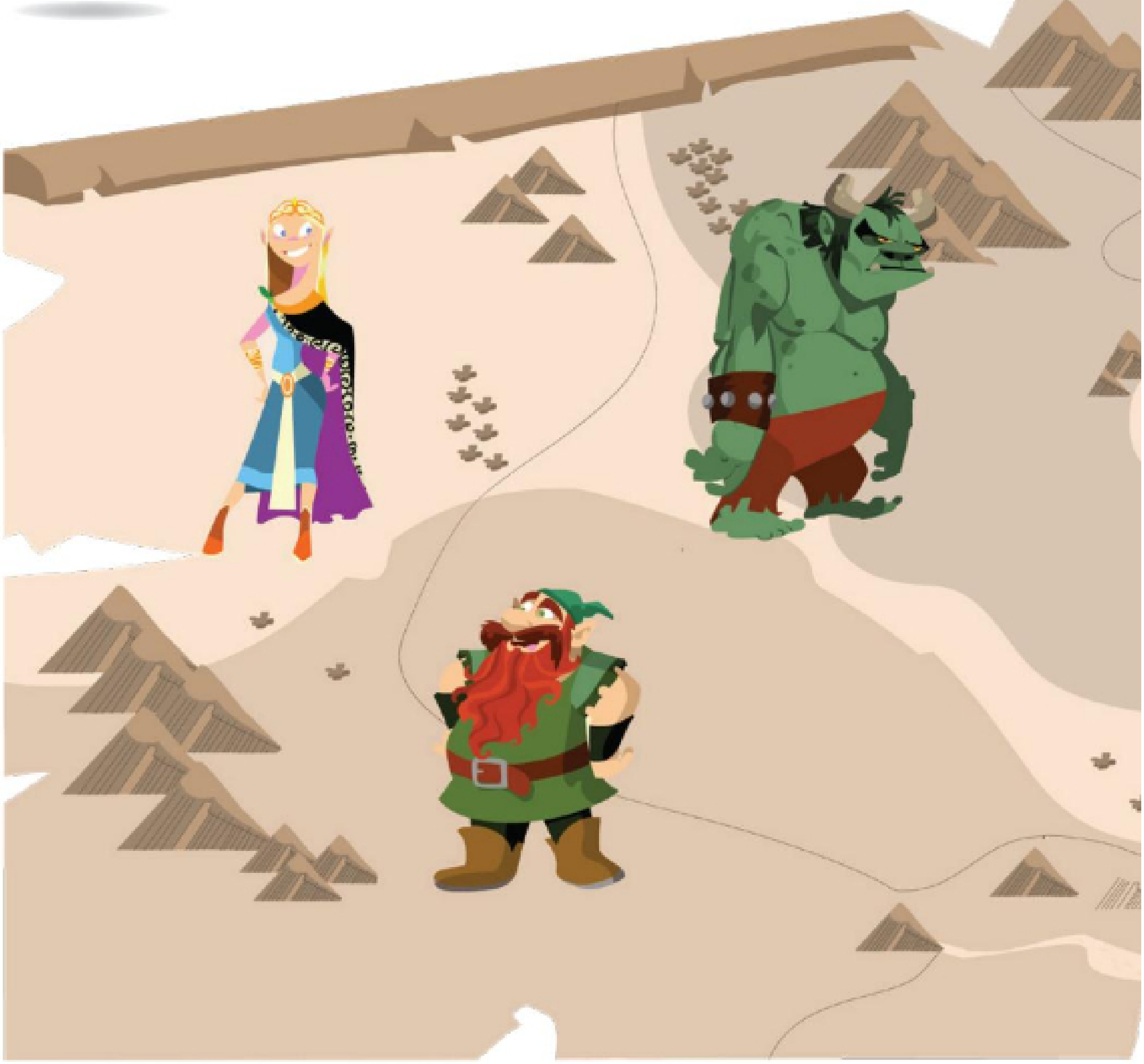
2 Poned en común el resultado de la actividad anterior. Puedes añadir a tus definiciones y ejemplos los que haya incluido otra persona en su resumen y que tú no hayas tenido en cuenta.

COOPERATIVO
El número

Repasa lo que has aprendido y revisa tu kanban por última vez para asegurarte de que tienes todo lo que necesitas para completar la tarea.

2 DIVIDE Y VENCERÁS

¡Oh no! Estos personajes se han escapado de sus cartas. ¿Puedes devolver a cada uno al lugar que le corresponde?



RECONOCER MÚLTIPLOS Y DIVISORES

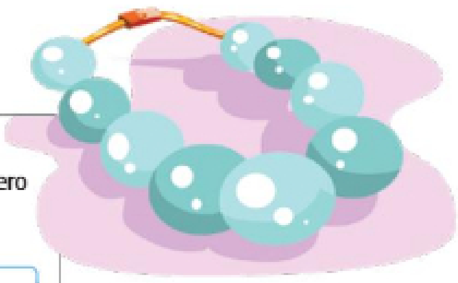
MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

Los **múltiplos** de un número son los productos que resultan de multiplicarlo por cualquier otro número natural.

Así, los seis primeros múltiplos de 12 son 12, 24, 36, 48, 60 y 72.

$12 \times 1 = 12$ $\quad 12 \times 2 = 24$ $\quad 12 \times 3 = 36$

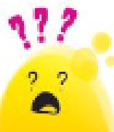
$12 \times 4 = 48$ $\quad 12 \times 5 = 60$ $\quad 12 \times 6 = 72$



Rocío está preparando pulseras de perlas para venderlas en su joyería. Cada una se forma con 9 perlas. ¿Cuántas perlas necesitará según el número de pulseras que fabrique?

Pulseras	1	2	3	4	5	6	…
Perlas	9	18	27	36	45	54	…

Las perlas que necesitará Rocío son múltiplos de 9. Por tanto, necesitará 9, 18, 27, 36, 45, 54… perlas.



El número 1 es divisor de todos los números.

DIVISORES DE UN NÚMERO

Los **divisores** de un número son aquellos números que lo dividen de forma exacta.

$$\begin{array}{r|l} 75 & 5 \\ \cline{2-2} 25 & 15 \\ 0 & \end{array}$$

5 es divisor de 75 porque la división de 75 entre 5 es exacta. Podemos decir también que 75 es múltiplo de 5 y que 75 es divisible por 5.

$$\begin{array}{r|l} 89 & 5 \\ \cline{2-2} 39 & 17 \\ 4 & \end{array}$$

5 no es divisor de 89 porque la división de 89 entre 5 no es exacta.

Podemos expresar que la división $a : b$ es exacta de tres modos distintos.

- *a* es múltiplo de *b*.
- *a* es divisible por *b*.
- *b* es divisor de *a*.

Miguel ha repartido 20 pinchos de tortilla a partes iguales entre sus amistades sin que le haya sobrado ni faltado ninguno. ¿Cuántos amigos y amigas puede tener Miguel?

El número posible de amigos de Miguel ha de dividir 20 de forma exacta, es decir, ha de ser un divisor de 20. Así, pues, Miguel puede tener 1, 2, 4, 5, 10 o 20 amigos.

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Encuentra, en cada caso, los números que se indica.

a. Los seis primeros múltiplos de 7.

b. Los múltiplos de 3 comprendidos entre 20 y 30.

c. Los cinco primeros múltiplos de 8.

d. Los múltiplos de 11 menores que 60.

2 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Razona tu respuesta.

a. 81 es múltiplo de 3.

b. 68 es divisible por 2.

c. 4 es divisor de 70.

d. 55 es múltiplo de 9.

e. Cualquier número es múltiplo de sí mismo.

f. Todo número tiene infinitos múltiplos.

g. Cualquier número es divisor de sí mismo.

h. Todo número tiene infinitos divisores.

3 Escribe en tu cuaderno *múltiplo* o *divisor* según corresponda.

a. 5 es ____ de 35.	**d.** 27 es ____ de 9.
b. 7 es ____ de 28.	**e.** 4 es ____ de 100.
c. 2 es ____ de 46.	**f.** 90 es ____ de 6.

4 Escribe en tu cuaderno…

a. Los múltiplos de 2 y de 7 que son menores que 80.

b. Los divisores de 60 que no son divisores de 12.

c. Un número entre 80 y 100 que tiene a 4 y 6 como divisores.

d. Un múltiplo de 9 mayor que 30 no divisible por 4 ni por 6.

5 Lucía compra zumos en paquetes de 6 briks. ¿Puede adquirir 72 zumos? ¿Y 92?

6 Luis ha cocinado 40 albóndigas. ¿Puede repartirlas a partes iguales entre 8 comensales sin que sobre ninguna? ¿Y entre 10?

7 Miriam colecciona gomas de borrar. Tiene menos de 60. Al agruparlas de 7 en 7, le sobran 3, mientras que si las agrupa de 8 en 8, son 4 las que le sobran. ¿Cuántas gomas de borrar tiene?

8 Lo primero que hay que hacer a la hora de crear un juego de cartas es decidir cuántas cartas forman la baraja y cuántos jugadores y jugadoras participarán en la partida. Decide ambas cantidades para tu juego.

Ten en cuenta que las cartas han de repartirse a partes iguales entre quienes participen y que no puede sobrar ninguna.

CONOCER LOS CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Los **criterios de divisibilidad** permiten determinar si un número es divisor de otro analizando sus cifras, sin necesidad de realizar la división.

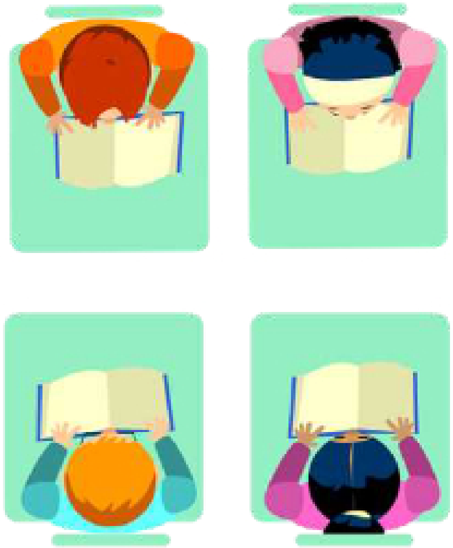
Un número es **divisible por 2** si su última cifra es **0** o un número par: **2, 4, 6, 8.**	38**6** es divisible por 2, porque su última cifra es par. 4 56**7** no es divisible por 2, dado que su última cifra no es par.
Un número es **divisible por 3** si la suma de sus cifras es **múltiplo de 3.**	1 215 es divisible por 3, porque la suma de sus cifras, 1 + 2 + 1 + 5 = **9,** es múltiplo de 3. 54 802 no es múltiplo de 3, porque la suma de sus cifras, 5 + 4 + 8 + 2 = **19,** no es múltiplo de 3.
Un número es **divisible por 4** si sus dos últimas cifras son **00** o un **múltiplo de 4.**	15 2**24** es divisible por 4, puesto que 24 es múltiplo de 4. 6 2**00** es divisible por 4, al acabar en 00. 9**35** no es divisible por 4, porque 35 no es múltiplo de 4.
Un número es **divisible por 5** si su última cifra es **0** o **5.**	3 96**0** es divisible por 5, pues termina en 0. 3 47**5** es divisible por 5, dado que termina en 5. 12 78**2** no es divisible por 5, al no ser su última cifra ni 0 ni 5.
Un número es **divisible por 9** si la suma de sus cifras es **múltiplo de 9.**	2 385 es divisible por 9, porque la suma de sus cifras, 2 + 3 + 8 + 5 = **18,** es múltiplo de 9. 40 541 no es divisible por 9, porque la suma de sus cifras, 4 + 5 + 4 + 1 = **14,** no es múltiplo de 9.
Un número es **divisible por 10** si su última cifra es **0.**	6 12**0** es divisible por 10, pues termina en 0. 1 00**1** no es divisible por 10, porque no termina en 0.
Un número es **divisible por 11** si la diferencia entre las sumas de las cifras en posiciones pares y en posiciones impares es **0** o **múltiplo de 11.**	3 784 es divisible por 11, porque 3 + 8 – (7 + 4) = = 11 – 11 = **0.** 209 es divisible por 11, ya que 2 + 9 – 0 = **11** es múltiplo de 11. 12 403 no es divisible por 11, pues 1 + 4 + 3 – – (2 + 0) = 8 – 2 = **6** no es múltiplo de 11.

Un número, *a*, es divisible por otro número, *b*, cuando es divisible por todos los divisores de *b*.

Así, un número es **divisible por 6** si lo es por 2 y por 3 a la vez. Análogamente, un número es **divisible por 12** si lo es por 2, por 3 y por 4 a la vez.

Si un número, *a*, no es divisible por otro número, *b*, tampoco lo es por los múltiplos de *b*.

ENCONTRAR TODOS LOS DIVISORES DE UN NÚMERO



Se quiere agrupar a los 20 estudiantes de una clase de 6.º de Primaria para hacer un trabajo en grupo. ¿De cuántos miembros pueden ser los grupos de modo que todos tengan el mismo número de integrantes sin que sobre ninguno?

Para que no sobre nadie, el número de personas incluidas en cada grupo ha de ser un divisor de 20. Al aplicar los criterios de divisibilidad, se comprueba que 20 es divisible por 2, 4, 5 y 10. También es divisible por 1 y por 20, pero estos divisores se descartan, ya que corresponderían a 20 grupos de 1 miembro y a un único grupo de 20 miembros, respectivamente. Por tanto, los grupos pueden ser de 2, 4, 5 o 10 alumnos y alumnas.

Para encontrar todos los divisores de un número, conviene aplicar los criterios de divisibilidad en orden creciente y emparejar los divisores del número con los cocientes correspondientes.

Si la división $a : b$ es exacta y de cociente c, entonces b y c son divisores de a.

	Divisores de 30			
Criterio de divisibilidad	1	2	3	5
Cociente	30	15	10	6

Divisores de 30: **1, 2, 3, 5, 6, 10, 15** y **30.**

NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

Un número es **primo** si solo tiene dos divisores: 1 y él mismo.

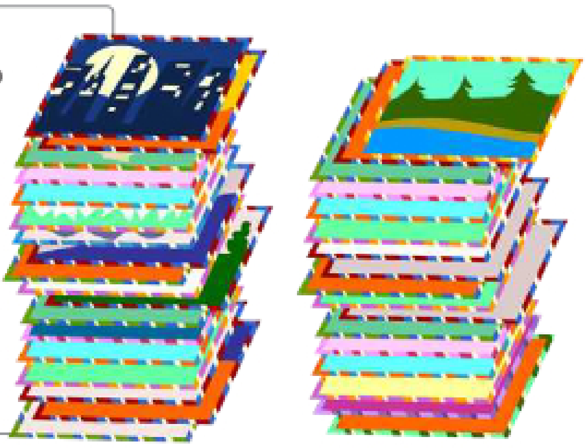
Un número es **compuesto** si tiene más de dos divisores.

¿Es primo o compuesto el número 1?

Clara y Mario tienen 18 y 17 postales, respectivamente, y quieren agruparlas en montones de manera que en cada uno haya el mismo número de postales y no sobre ninguna. ¿Cuántas postales puede poner Clara en cada montón? ¿Y Mario?

El número de postales que puede poner Clara en cada montón ha de ser divisor de 18. Así, Clara puede hacer 6 tipos de montones, con 1, 2, 3, 6, 9 o 18 postales en cada montón. Por tanto, 18 es un número compuesto.

Mario, en cambio, solo puede hacer un montón de 17 postales o 17 montones con una postal en cada uno. En consecuencia, 17 es un número primo.



PRACTICAR Y AVANZAR

1 Sigue el ejemplo y completa la tabla en tu cuaderno aplicando los criterios de divisibilidad.

	CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD		
	Divisible por 2	**Divisible por 3**	**Divisible por 5**
34 725	No	Sí	Sí
27 234			
156 890			
78 105			

2 Observa los números del cuadro e indica, en cada caso, a qué números se refiere cada enunciado.

1 530 | 8 250 | 26 092 | 3 960 | 550

a. Divisibles por 9.

b. Divisibles por 10.

c. Divisibles por 11.

3 Completa en tu cuaderno los huecos con las cifras adecuadas para que los siguientes números cumplan el criterio de divisibilidad indicado.

RUTINA Problema-solución

a. 560☐ es divisible por 2.

b. 97☐ es divisible por 3.

c. 492☐ es divisible por 5.

d. 145☐6 es divisible por 6.

e. 8243☐ es divisible por 10.

f. 2☐8531 es divisible por 11.

4 Identifica, en cada caso, un número que cumpla la condición indicada.

a. Un número de tres cifras divisible por 6.

b. Un número menor que 100 divisible por 9.

c. Un número entre 20 y 30 divisible por 3 y por 4.

d. Un número de cuatro cifras divisible por 5.

e. Un múltiplo de 2 y de 11 mayor que 100.

f. Un número de tres cifras divisible por 2, 3 y 5.

5 Escribe en tu cuaderno todos los divisores de cada número y explica cómo los has identificado.

a. 24

b. 36

c. 56

d. 60

6 Halla, en cada caso, todos los divisores del número indicado y decide si se trata de un número primo o de uno compuesto.

a. 23

b. 47

c. 35

d. 49

e. 37

f. 52

g. 42

h. 66

7 El método conocido como criba de Eratóstenes permite determinar todos los números primos menores que 100. Para ver cómo funciona, copia la tabla de la derecha en tu cuaderno y sigue estos pasos:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1. Rodea el número 2 como número primo y tacha todos sus múltiplos.
2. Encuentra el número que no esté tachado más próximo; en este caso, el 3. Se trata del siguiente número primo. Rodéalo y tacha todos sus múltiplos.
3. Busca el siguiente número que esté sin tachar, que ahora es el 5. Se trata del número primo que sigue a los anteriores. Rodéalo y tacha todos sus múltiplos.
4. Repite el procedimiento con el siguiente número que aparezca sin tachar hasta llegar al final. Todos los números que no estén tachados son primos.

COOPERATIVO
Folio giratorio

8 Luis quiere repartir 40 galletas en bolsitas que tengan el mismo número de unidades sin que sobre ninguna. ¿Cuántas galletas puede poner en cada bolsita?

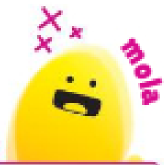
9 En una biblioteca quieren empaquetar 27 libros en lotes iguales de modo que no sobre ningún ejemplar. ¿Cuántos libros pueden tener los lotes?

10 La colección de dedales de Felipe tiene entre 100 y 130 piezas. ¿De cuántos dedales consta exactamente si se trata de un número divisible por 2, por 3 y por 5?

11 ¿Cuántas personas han de sumarse a los 123 participantes que se han inscrito en un campeonato de juegos de mesa para poder distribuirlos en equipos de 10 personas? ¿Cuántos equipos se podrán formar?

12 El dueño de un comercio de ropa de segunda mano quiere saber el número exacto de prendas que guarda en su almacén. Para ello, consulta a Luisa, la encargada, que le responde con un acertijo: «Hay más de 400 prendas y menos de 450, y todas ellas se pueden distribuir en cajas de 12 o de 20 unidades sin que sobre ninguna». Ayuda al dueño de la tienda a adivinar cuántas prendas tiene.

13 Utiliza los criterios de divisibilidad para crear una jerarquía entre tus cartas. Las más poderosas pueden ser aquellas cuyos números sean divisores de los números de las demás. En ese caso, ¡los números primos corresponden a cartas invencibles!

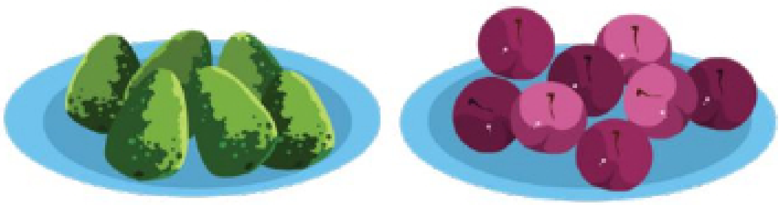


Ordena las cartas jerárquicamente según su poder y decide qué pasa cuando en una mano coinciden dos cartas de diferente jerarquía y, al contrario, cuando son de la misma jerarquía.

ENCONTRAR MÚLTIPLOS Y DIVISORES COMUNES

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

Juan Carlos compra en el mercado aguacates y ciruelas. Los aguacates se ofrecen en bandejas de 6, y las ciruelas, en bandejas de 8. Hoy ha comprado tantos aguacates como ciruelas. ¿Cuántas frutas de cada tipo ha adquirido si es el menor número posible?



El número de aguacates que ha comprado es necesariamente un múltiplo de 6, y el número de ciruelas, un múltiplo de 8.

- Múltiplos de 6: 6, 12, 18, **24,** 30, 36, 42, **48**…
- Múltiplos de 8: 8, 16, **24,** 32, 40, **48,** 56, 64…

Como ha comprado tantos aguacates como ciruelas, el número de frutas de cada tipo es un múltiplo común de ambos números.

- Múltiplos comunes de 6 y 8: 24, 48…

El menor número de frutas posible corresponde al múltiplo común más pequeño; es decir, 24.

- Juan Carlos ha comprado 24 aguacates y 24 ciruelas.

Se dice que 24 es el mínimo común múltiplo de 6 y 8, y se escribe m.c.m. (6, 8) = 24.

El **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de dos o más números es el menor múltiplo que tienen en común dichos números.

Calcula el mínimo común múltiplo de 10, 12 y 15.

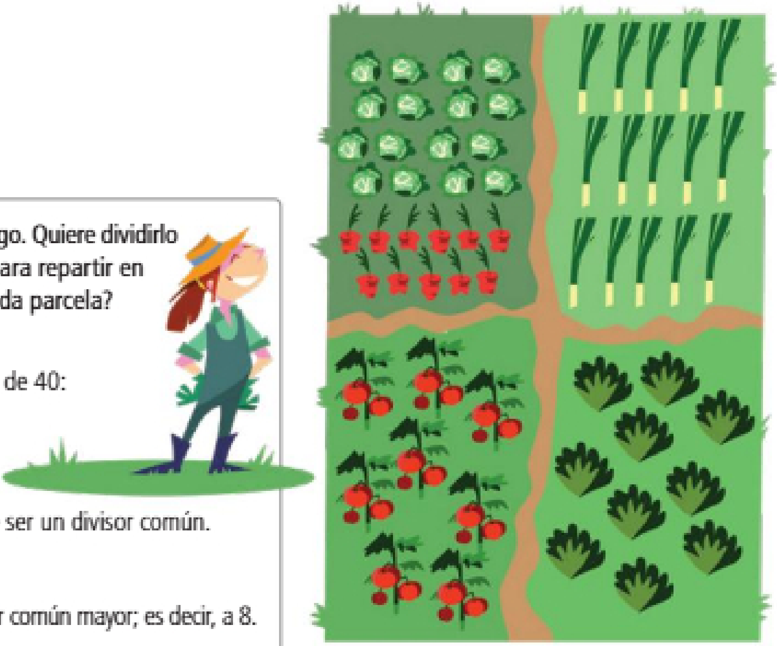
Se hallan los primeros múltiplos de cada número:

- Múltiplos de 10: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, **120,** 130…
- Múltiplos de 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, **120,** 132…
- Múltiplos de 15: 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, **120,** 135…

Se elige el menor de los múltiplos comunes a los tres números. En este caso: m.c.m. (10, 12, 15) = 120

Si un número, *a*, es múltiplo de otro número, *b*, ¿cuál es el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de ambos?

MÁXIMO COMÚN DIVISOR



Andrea tiene un huerto de 24 m de ancho por 40 m de largo. Quiere dividirlo en parcelas cuadradas iguales lo más grandes posible para repartir en ellas sus plantas. ¿Cuántos metros medirá el lado de cada parcela?

El lado de la parcela ha de dividir exactamente el ancho y el largo del huerto; es decir, ha de ser un divisor de 24 y de 40:

- Divisores de 24: **1, 2,** 3, **4,** 6, **8,** 12 y 24.
- Divisores de 40: **1, 2, 4,** 5, **8,** 10, 20 y 40.

Como las parcelas tienen que ser cuadradas, su lado debe ser un divisor común.

- Divisores comunes de 24 y 40: 1, 2, 4 y 8.

El lado de la parcela más grande posible corresponde al divisor común mayor; es decir, a 8.

- El lado de la parcela medirá 8 m.

Se dice que 8 es el máximo común divisor de 24 y 40, y se escribe m.c.d. (24, 40) = 8.

El **máximo común divisor (m.c.d.)** de dos o más números es el mayor divisor que tienen en común dichos números.

Calcula el máximo común divisor de 10, 12 y 15.

Se hallan todos los divisores de cada uno de los números.

- Divisores de 10: **1,** 2, 5 y 10.
- Divisores de 12: **1,** 2, 3, 4, 6 y 12.
- Divisores de 15: **1,** 3, 5 y 15.

Se elige el mayor de los divisores que tienen en común los tres números. En este caso: m.c.d. (10, 12, 15) = 1

Si un número, *a*, es divisor de otro número, *b*, ¿cuál es el máximo común divisor (m.c.d.) de ambos números?

Los números cuyo máximo común divisor es igual a 1 son **primos entre sí.**

PRODUCTO DEL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO Y EL MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El producto del mínimo común múltiplo (m.c.m.) y el máximo común divisor (m.c.d.) de dos números es igual al producto de ambos números.

m.c.m. (**a, b**) × m.c.d. (**a, b**) = **a × b**

Por ejemplo:

m.c.m. (6, 9) = 18
m.c.d. (6, 9) = 3

18 × 3 = 54
6 × 9 = 54

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Calcula el mínimo común múltiplo de los siguientes números.

a. 4 y 9 **c.** 6, 10 y 12 **e.** 3, 6 y 11 **g.** 100 y 150
b. 6 y 16 **d.** 5, 6 y 8 **f.** 32 y 120 **h.** 60 y 72

2 Encuentra el máximo común divisor de estos números.

a. 48 y 60 **c.** 12, 18 y 24 **e.** 30, 45 y 54 **g.** 120 y 180
b. 25 y 35 **d.** 75 y 100 **f.** 50 y 70 **h.** 23 y 50

3 Dividíos en parejas y hallad los siguientes números.

COOPERATIVO
Trabajo por parejas

a. Dos números cuyo mínimo común múltiplo sea 100.
b. Dos números cuyo máximo común divisor sea 5.
c. Tres números cuyo mínimo común múltiplo sea 360.
d. Tres números cuyo máximo común divisor sea 4.
e. Dos números cuyo mínimo común múltiplo sea 900 y cuyo máximo común divisor sea 3.

4 El producto de dos números, *a* y *b*, es $a \times b = 225$, y el mínimo común múltiplo es m.c.m. (a, b) = 900. Aplica la propiedad del producto del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor para averiguar el máximo común divisor de ambos números.

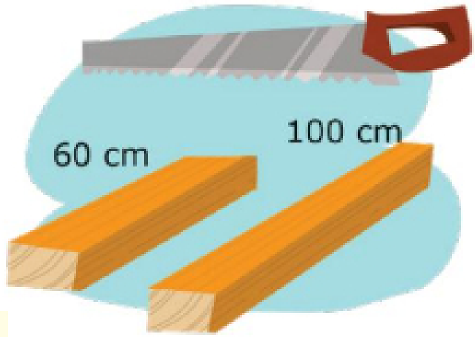
5 Pablo quiere repartir 28 flores rojas y 20 blancas en floreros, de manera que en cada florero haya flores del mismo tipo y que todos los floreros tengan el mismo número de flores, sin que sobre ninguna. Si Pablo quiere que los floreros contengan el mayor número de flores posible, ¿cuántas flores puede poner como máximo en cada florero?

6 De una estación de Madrid salen tres trenes a las 8 h de la mañana con destino a Sevilla, Málaga y Valencia, respectivamente.
Los que van a Sevilla salen cada 2 h; los que se dirigen a Málaga, cada 3 h, y los que parten hacia Valencia, cada 4 h. ¿Cuánto tiempo pasa hasta que vuelven a salir los tres a la misma hora? ¿A qué hora vuelven a coincidir los tres trenes?

RUTINA
Círculo de puntos de vista

7 Patricia y su familia han adornado el árbol de Navidad con bombillas rojas, verdes y amarillas. Las rojas se encienden cada 12 s; las verdes, cada 16 s, y las amarillas, cada 8 s. ¿Cada cuántos segundos se encienden los tres tipos de bombillas a la vez?

8 Andrés quiere dividir dos listones de madera de 60 cm y 100 cm, respectivamente, en trozos iguales del mayor tamaño posible. ¿Qué longitud han de tener los trozos resultantes?



9 Víctor lleva a revisar su coche al taller periódicamente. Le cambian el aceite cada 6 000 km, el filtro del aire cada 10 000 km y las pastillas de freno cada 20 000 km. ¿Cuántos kilómetros habrá de hacer el vehículo para que coincidan los tres cambios por primera vez?

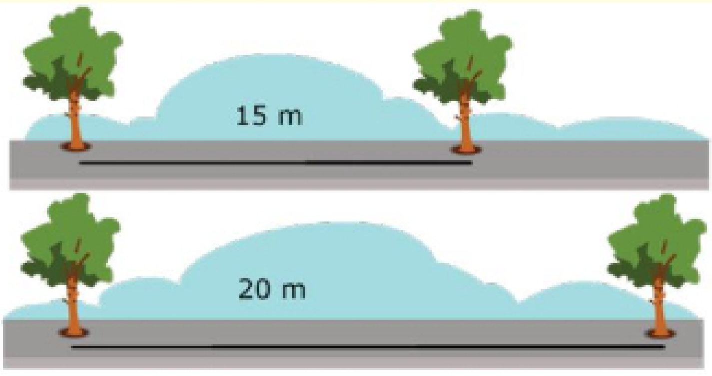
10 La clase de 6.º A tiene 28 estudiantes, y la de 6.º B, 32. Se quieren distribuir en equipos con el mismo número de personas, de manera que no falte ni sobre ningún estudiante de ninguna de las clases y no se mezclen las clases. ¿Cuántos estudiantes tienen los grupos más grandes que se pueden formar?

11 Tres aviones de línea regular salen del aeropuerto cada 4 días, cada 6 días y cada 8 días. ¿Cada cuántos días saldrán los tres aviones a la vez?

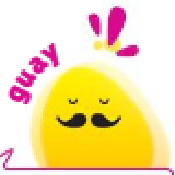
12 Sara tiene un reloj de pared que suena cada 60 min, otro de mesa que suena cada 90 min y un tercer reloj de pulsera que suena cada 120 min. A las 10:00 h de la mañana han sonado los tres relojes a la vez. ¿A qué hora volverán a sonar juntos de nuevo?

13 Un comerciante dispone de 40 kg de sal y 45 kg de harina y quiere distribuir ambos productos en paquetes que contengan la misma cantidad de sal o de harina de modo que esta cantidad sea, además, la mayor posible. Halla los kilos de sal y los de harina que ha de contener cada paquete.

14 En una de las aceras de una calle han plantado un árbol cada 15 m, mientras que en la otra lo han plantado cada 20 m. ¿Cada cuántos metros es posible encontrar un árbol frente a otro?



15 En una mano pueden coincidir varias cartas tales que ninguna tenga un número que sea divisor de los otros. También es posible estar en posesión de varias cartas que tengan divisores comunes. ¿Qué les sucede a las cartas en estas manos? Crea una regla para estos casos que involucre al máximo común divisor de las cartas.



Para elaborar las reglas del juego, deberás prever todas las situaciones que pueden darse y crear una regla para cada caso.

¿QUÉ HEMOS APRENDIDO?

Repasa todo lo que has aprendido hasta ahora. Insiste especialmente en aquellos contenidos en los que tengas dificultades.

1 Aquí tienes los principales contenidos de esta situación de aprendizaje. Cópialos en tu cuaderno y añade ejemplos de la vida cotidiana en los que se puedan aplicar.

Los **múltiplos** de un número son los productos que resultan de multiplicarlo por cualquier otro número natural.

Los **divisores** de un número son aquellos números que lo dividen de forma exacta.

Los **criterios de divisibilidad** permiten determinar si un número es divisible por otro analizando sus cifras:

- Un número es **divisible por 2** si su última cifra es **0** o un número par: **2, 4, 6, 8.**
- Un número es **divisible por 3** si la suma de sus cifras es **múltiplo de 3.**
- Un número es **divisible por 4** si sus dos últimas cifras son **00** o un **múltiplo de 4.**
- Un número es **divisible por 5** si su última cifra es **0** o **5.**
- Un número es **divisible por 9** si la suma de sus cifras es **múltiplo de 9.**
- Un número es **divisible por 10** si su última cifra es **0.**
- Un número es **divisible por 11** si la diferencia entre las sumas de las cifras en posiciones pares y en posiciones impares es **0** o **múltiplo de 11.**

Un número es **primo** si solo tiene dos divisores: 1 y él mismo.

Un número es **compuesto** si tiene más de dos divisores.

El **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de dos o más números es el menor múltiplo que tienen en común dichos números.

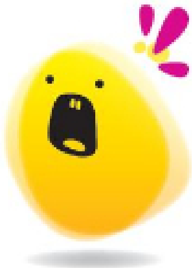
El **máximo común divisor (m.c.d.)** de dos o más números es el mayor divisor que tienen en común dichos números.

2 Poned en común las distintas situaciones de vuestro día a día en las que podéis aplicar los conocimientos que habéis adquirido en esta situación de aprendizaje. Seguramente habéis dado con muchas más situaciones de las que imaginabais.

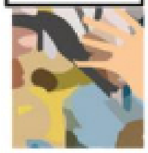
COOPERATIVO
Lápices al centro

3 A UNA DÉCIMA DEL ORO

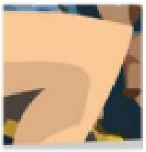
Esta atleta compite para superarse a sí misma. Haz tú lo mismo y completa el puzle colocando las piezas en el lugar correcto.



a



d



g

c

f

e

b

h

El deporte, además de ser beneficioso para la salud física y psicológica, mejora la autoestima y la autoconfianza, lo que resulta imprescindible para cosechar el éxito en cualquier actividad. Emprende un viaje por las principales modalidades del atletismo femenino y elabora una presentación con los logros y plusmarcas de las atletas más icónicas. Su perseverancia y espíritu de superación han servido de ejemplo e inspiración a millones de personas.

CONOCER LAS FRACCIONES

FRACCIONES PROPIAS E IMPROPIAS

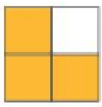
Una fracción es **propia** cuando el numerador es menor que el denominador e **impropia** cuando es mayor. Las fracciones propias son menores que 1, y las fracciones impropias son mayores que 1.

Recuerda que una **fracción**, $\frac{a}{b}$, indica que se toman *a* partes de un conjunto que está dividido en *b* partes iguales. En una fracción:

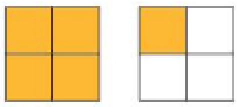
- *a* es el **numerador.**
- *b* es el **denominador.**

Andrea y Manuel van a comprar pechuga de pavo a la charcutería. Andrea pide tres cuartos de kilo, mientras que Manuel se lleva un kilo y cuarto. ¿Qué fracción representa la cantidad de pavo que adquiere cada uno?

Andrea pide $\frac{3}{4}$. Es una fracción propia.



Manuel se lleva $\frac{5}{4}$. Es una fracción impropia.

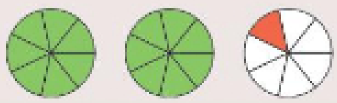


Cuando el numerador de una fracción es igual al denominador, la fracción es igual a 1.

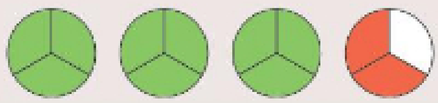
NÚMEROS MIXTOS

Las fracciones impropias pueden expresarse como un número natural y una fracción; es lo que se conoce como **número mixto.**

$$\frac{15}{7} \rightarrow \begin{array}{l|l} 15 & 7 \\ \cline{2-2} 1 & 2 \end{array} \rightarrow \frac{15}{7} = 2\,\frac{1}{7}$$



$$3\,\frac{2}{3} \rightarrow 3\,\frac{2}{3} = \frac{3 \times 3 + 2}{3} = \frac{11}{7}$$



FRACCIONES EQUIVALENTES

Dos **fracciones** son **equivalentes** si representan la misma cantidad.

Para obtener fracciones equivalentes a una dada, hay que dividir o multiplicar numerador y denominador por un mismo número. En el primer caso, hablamos de **simplificar** y, en el segundo, de **amplificar.**

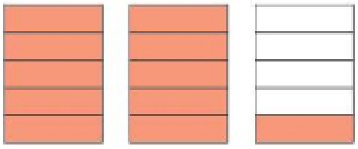
$$\frac{15}{20} = \frac{15 : 5}{20 : 5} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \qquad \frac{15}{20} = \frac{15 \times 2}{20 \times 2} = \frac{30}{40} \rightarrow \frac{15}{20} = \frac{30}{40}$$

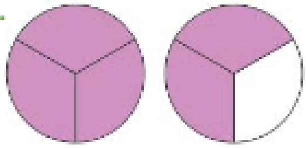
Dos fracciones, $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, son equivalentes si los productos en cruz de sus términos son iguales:

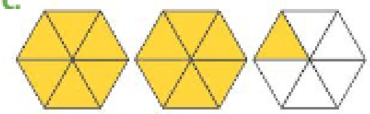
$$a \times d = b \times c$$

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Escribe en tu cuaderno la fracción que representa, en cada caso, la parte coloreada, así como el número mixto correspondiente.

a. 

b. 

c. 

2 Expresa las fracciones en forma de número mixto, y viceversa.

a. $\frac{29}{6}$ **c.** $\frac{31}{7}$ **e.** $\frac{23}{5}$ **g.** $\frac{49}{8}$ **i.** $\frac{27}{4}$

b. $2\frac{1}{9}$ **d.** $5\frac{3}{4}$ **f.** $3\frac{2}{5}$ **h.** $2\frac{4}{7}$ **j.** $1\frac{5}{8}$

3 Comprueba si las siguientes fracciones son equivalentes calculando los productos en cruz.

a. $\frac{3}{5}$ y $\frac{18}{30}$ **b.** $\frac{1}{4}$ y $\frac{8}{31}$ **c.** $\frac{45}{54}$ y $\frac{5}{6}$ **d.** $\frac{36}{56}$ y $\frac{12}{20}$ **e.** $\frac{12}{18}$ y $\frac{4}{6}$

4 Formad parejas y escribid en vuestro cuaderno dos fracciones equivalentes a cada una de las que se indican: un integrante de la pareja anota una fracción equivalente por simplificación, y el otro, una por amplificación.

COOPERATIVO
Folio giratorio por parejas

a. $\frac{16}{12} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ **b.** $\frac{8}{28} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ **c.** $\frac{75}{30} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ **d.** $\frac{14}{21} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

5 Sigue el ejemplo y encuentra, en cada caso, la fracción irreducible.

$$\frac{30}{42} \rightarrow \text{m.c.d. } (30, 42) = 6 \rightarrow \frac{30}{42} = \frac{30 : 6}{42 : 6} = \frac{5}{7}$$

a. $\frac{48}{60}$ **b.** $\frac{50}{40}$ **c.** $\frac{20}{28}$ **d.** $\frac{27}{36}$ **e.** $\frac{12}{42}$

Una fracción irreducible es aquella que no se puede simplificar, por ejemplo $\frac{3}{4}$.

6 En algunas disciplinas de atletismo participan muchas atletas, por lo que las pruebas se desarrollan en series en las que interviene un número reducido de ellas. Escribe, en cada modalidad, la fracción irreducible que representa las atletas que compiten en cada serie con respecto al total.

Disciplina	Atletas que participan en la prueba	Atletas que compiten en la serie	Fracción del total
100 m lisos	63	7	
Salto de longitud	43	8	
Jabalina	46	15	
Triple salto	42	8	

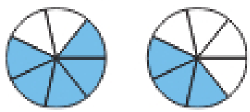
Busca información sobre las disciplinas atléticas que se celebran en pista. Estas modalidades representan solo una pequeña fracción del total de competiciones. ¿Cuál es esta fracción?

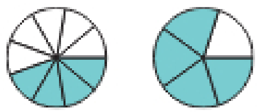
COMPARAR, ORDENAR Y REPRESENTAR FRACCIONES

COMPARACIÓN Y ORDENACIÓN

Para comparar fracciones, hay que examinar los denominadores y los numeradores.

Fracciones con el mismo denominador	Fracciones con el mismo numerador
Es mayor la fracción de mayor numerador: $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$	Es mayor la fracción de menor denominador: $\frac{4}{9} < \frac{4}{5}$





Fracciones con distintos denominadores y numeradores

En este caso, hay que buscar fracciones equivalentes con el mismo denominador (conviene que sea el m.c.m. de ambos denominadores). Será mayor la fracción cuya fracción equivalente tenga el numerador mayor:

$$\frac{7}{8} > \frac{5}{12} \qquad \text{m.c.m. } (8,\ 12) = 24$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} = \frac{21}{24}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \times 2}{12 \times 2} = \frac{10}{24}$$

$$\frac{21}{24} > \frac{10}{24} \rightarrow \frac{7}{8} > \frac{5}{12}$$

Lucas y Pablo se disponen a pintar una pared. Lucas tiene pintura para terminar dos quintas partes de la pared, y Pablo dispone de pintura para media pared. ¿Quién tiene más pintura?

Con la pintura que tienen, Lucas puede pintar $\frac{2}{5}$ de la pared, y Pablo, $\frac{1}{2}$.

El mínimo común múltiplo de los denominadores es m.c.m. (5, 2) = 10. Así:

Lucas: $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}$

Pablo: $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$

$$\frac{4}{10} < \frac{5}{10} \rightarrow \frac{2}{5} < \frac{1}{2}$$

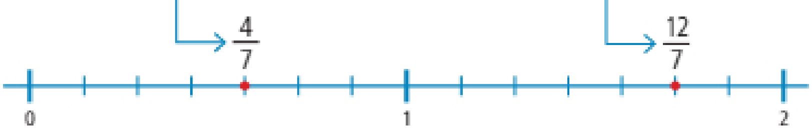
Pablo tiene más pintura que Lucas.

REPRESENTACIÓN DE FRACCIONESS EN LA RECTA NUMÉRICA

Para **representar fracciones** en la recta numérica, se dividen las unidades en tantas partes iguales como indica el denominador y se toman las que señala el numerador.

Para representar una **fracción propia,** basta con dividir una unidad en partes iguales.

Para representar **una fracción impropia,** hay que dividir más de una unidad en partes iguales.



Es mayor la fracción que está más a la derecha: $\frac{4}{7} < \frac{12}{7}$

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Ordenad en vuestro cuaderno las fracciones de menor a mayor.

a. $\frac{3}{11}, \frac{8}{11}, \frac{5}{11}, \frac{6}{11}$ **b.** $\frac{7}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}$ **c.** $\frac{5}{4}, \frac{5}{12}, \frac{5}{3}, \frac{5}{9}$ **d.** $\frac{2}{7}, \frac{2}{3}, \frac{2}{11}, \frac{2}{5}$

RUTINA
Pensar entre dos

2 Copia en tu cuaderno y completa las fracciones para que las comparaciones sean correctas.

a. $\frac{\square}{8} > \frac{\square}{8} > \frac{5}{8}$ **b.** $\frac{\square}{4} < \frac{5}{4}$ **c.** $\frac{4}{\square} > \frac{4}{5} > \frac{4}{\square}$ **d.** $\frac{7}{9} < \frac{\square}{9}$

3 Copia y compara estas parejas de fracciones en tu cuaderno y escribe el signo que corresponda.

a. $\frac{5}{6} \square \frac{3}{10}$ **b.** $\frac{6}{7} \square \frac{4}{5}$ **c.** $\frac{2}{9} \square \frac{3}{8}$ **d.** $\frac{7}{5} \square \frac{8}{6}$

4 Observa el ejemplo y encuentra, en cada caso, una fracción comprendida entre las dos dadas.

$$\frac{4}{7} < \frac{\square}{\square} < \frac{5}{8} \rightarrow \frac{4}{7} = \frac{32}{56} < \frac{\square}{56} < \frac{5}{8} = \frac{35}{56} \rightarrow \frac{32}{56} < \frac{33}{56} < \frac{35}{56} \rightarrow \frac{4}{7} < \frac{33}{56} < \frac{5}{8}$$

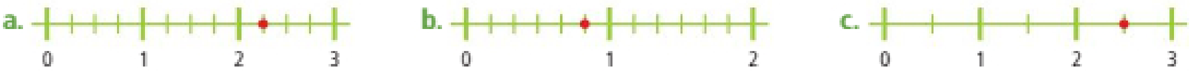
m.c.m. (7, 8) = 56

a. $\frac{3}{10} < \frac{\square}{\square} < \frac{5}{8}$ **b.** $\frac{1}{6} < \frac{\square}{\square} < \frac{2}{5}$ **c.** $\frac{11}{9} < \frac{\square}{\square} < \frac{13}{4}$ **d.** $\frac{6}{11} < \frac{\square}{\square} < \frac{8}{13}$

5 Representa en una recta numérica en tu cuaderno estas fracciones.

a. $\frac{4}{9}$ **b.** $\frac{13}{6}$ **c.** $\frac{3}{10}$ **d.** $\frac{7}{5}$ **e.** $\frac{11}{3}$

6 Escribe en tu cuaderno la fracción representada en cada recta.



7 Ricardo guarda chocolatinas en una caja. Si $\frac{1}{6}$ son de chocolate con leche; $\frac{2}{5}$, de chocolate con almendras; $\frac{3}{10}$, de chocolate blanco, y el resto, de chocolate negro, ¿de qué variedad hay más cantidad?

8 Ordena estos dorsales y represéntalos en la recta numérica.

Revisa tu kanban y decide, a partir de lo que has visto en estas páginas, si tienes que añadir alguna tarea que no hubieras considerado.

REALIZAR OPERACIONES CON FRACCIONES

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

Para **sumar o restar fracciones de igual denominador,** se suman o restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

$$\frac{4}{10} + \frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{4 + 7 - 3}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

Cuando realices operaciones con fracciones, recuerda expresar el resultado en forma de fracción irreducible.

Para **sumar o restar fracciones de distinto denominador,** se transforman en fracciones equivalentes con denominador común, para luego sumar o restar los numeradores y dejar el mismo denominador.

$$\frac{2}{3} - \frac{5}{9} + \frac{6}{5} = \frac{30}{45} - \frac{25}{45} + \frac{54}{45} = \frac{30 - 25 + 54}{45} = \frac{59}{45}$$

m.c.m. (3, 9 y 5) = 45

Laura y Marcelo coleccionan sellos. Marcelo decide regalarle a Laura un tercio de su colección un día y al siguiente una sexta parte. ¿Con qué fracción de su colección se queda finalmente Marcelo?

Marcelo regala a Laura $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ de sus sellos.

m.c.m. (3, 6) = 6

Marcelo se queda con $\frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ del total de su colección.

Cualquier número natural se puede escribir como una fracción de denominador 1:

$$a = \frac{a}{1}$$

Así, la unidad puede expresarse en forma fraccionaria mediante la fracción $\frac{1}{1}$.

Jesús ha plantado $\frac{1}{5}$ de la superficie de su jardín con tulipanes, $\frac{2}{7}$ con petunias y $\frac{1}{2}$ con rosales. ¿Qué fracción del jardín ha plantado? ¿Qué parte le queda por plantar?

Jesús ha plantado $\frac{1}{5} + \frac{2}{7} + \frac{1}{2} = \frac{14}{70} + \frac{20}{70} + \frac{35}{70} = \frac{69}{70}$ del jardín.

m.c.m. (5, 7, 2) = 70

Le queda por plantar $\frac{1}{1} - \frac{69}{70} = \frac{70}{70} - \frac{69}{70} = \frac{1}{70}$ del total.

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

Para **multiplicar fracciones,** se multiplican los numeradores y los denominadores entre sí.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{10}{3} = \frac{2 \times 10}{5 \times 3} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

Para calcular la **fracción de un número,** se multiplica el número por el numerador de la fracción y el resultado se divide entre el denominador.

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$$

Un depósito de 15 000 l de capacidad contiene agua en sus $\frac{5}{6}$ partes. ¿Cuántos litros de agua hay en el depósito?

$$\frac{5}{6} \times 15\,000 = \frac{5 \times 15\,000}{6} = 12\,000 \text{ l}$$

Para **dividir dos fracciones,** se multiplican el numerador de la primera por el denominador de la segunda y, después, el denominador de la primera por el numerador de la segunda. El resultado de ambas multiplicaciones es el numerador y el denominador, respectivamente, de la nueva fracción.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Irene tiene 4 kg y medio de nueces y quiere repartirlas en bolsitas de un cuarto de kilo cada una. ¿Cuántas bolsas puede preparar?

La cantidad de nueces que tiene Irene se puede expresar como un número mixto y como una fracción impropia:

$$4 \text{ kg y medio} \rightarrow 4\frac{1}{2} = \frac{9}{2} \text{ kg}$$

Para calcular el número de bolsitas que puede preparar, hay que dividir la cantidad de nueces que tiene, $\frac{9}{2}$ kg, entre la cantidad que cabe en cada bolsita, $\frac{1}{4}$ kg. De este modo:

$$\frac{9}{2} : \frac{1}{4} = \frac{9 \times 4}{2 \times 1} = \frac{36}{2} = 18$$

Irene puede preparar 18 bolsitas.

La división es la **operación inversa** de la multiplicación. Por ese motivo, dividir dos fracciones equivale a multiplicar la primera por la inversa de la segunda:

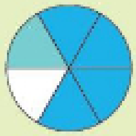
$$\frac{9}{7} : \frac{3}{4} = \frac{9}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{9 \times 4}{7 \times 3} = \frac{36}{21} = \frac{12}{7}$$

La fracción inversa de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$.

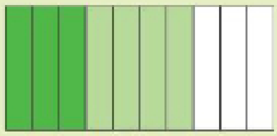
PRACTICAR Y AVANZAR

1 Calcula estas sumas y restas de fracciones con el mismo denominador. A continuación, representa las operaciones gráficamente y comprueba los resultados siguiendo el ejemplo.

$$\frac{1}{6}+\frac{4}{6}=\frac{5}{6}$$



$$\frac{7}{10}-\frac{4}{10}=\frac{3}{10}$$



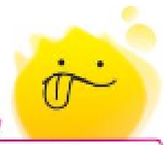
a. $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}$ **b.** $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$ **c.** $\frac{4}{7}-\frac{2}{7}$ **d.** $\frac{7}{9}-\frac{6}{9}$ **e.** $\frac{4}{12}+\frac{3}{12}-\frac{2}{12}$

2 Calcula las sumas y restas propuestas con fracciones de distinto denominador.

a. $\frac{7}{8}+\frac{3}{4}+\frac{5}{12}$ **b.** $\frac{14}{9}-\frac{3}{2}+\frac{2}{4}$ **c.** $\frac{4}{10}+\frac{3}{5}-\frac{2}{6}$ **d.** $\frac{9}{2}-\frac{5}{3}+1$

3 Calcula de dos formas distintas el resultado de las siguientes multiplicaciones de fracciones: en primer lugar, opera antes de simplificar el resultado; en segundo lugar, simplifica las fracciones y después opera con ellas. Comprueba que se obtiene el mismo resultado.

a. $\frac{16}{8}\times\frac{24}{8}$ **b.** $\frac{10}{75}\times\frac{30}{4}$ **c.** $\frac{24}{45}\times\frac{9}{6}$ **d.** $\frac{60}{12}\times\frac{9}{3}\times\frac{4}{2}$



¿Cuál de las dos opciones te resulta más sencilla?

4 Calcula estas divisiones de fracciones.

a. $\frac{42}{5}:\frac{2}{3}$ **b.** $\frac{6}{11}:\frac{3}{4}$ **c.** $\frac{7}{15}:\frac{13}{3}$ **d.** $\frac{17}{4}:\frac{5}{8}$

5 Completa la tabla en tu cuaderno.

	200	1 600	20 400
$\frac{3}{4}$ de			
$\frac{2}{5}$ de		640	
$\frac{5}{8}$ de			

6 Calculad las siguientes operaciones con fracciones paso a paso y respetando la jerarquía de operaciones. Después comparad los resultados con los de vuestro compañero o compañera.

COOPERATIVO
Trabajo por parejas

a. $\frac{37}{9}-\frac{2}{7}\times\frac{5}{6}$

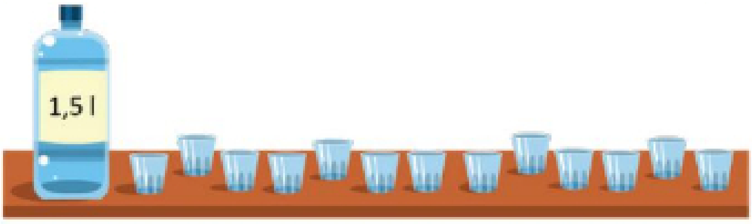
b. $\frac{4}{15}:\left(\frac{10}{3}-\frac{3}{2}\right)$

c. $\frac{8}{9}\times\frac{6}{5}+\frac{13}{2}$

d. $\left(\frac{17}{12}-\frac{4}{3}\right):\left(\frac{5}{4}+\frac{3}{16}\right)$

7. Saúl tiene 150 botones de diferentes colores en su mercería: una quinta parte de ellos son de color negro; dos terceras partes, de color blanco, y el resto, de color azul. ¿Qué fracción de botones del total es de color azul? ¿Cuántos botones hay de cada color?

8. ¿Cuántos vasos de un cuarto de litro se pueden llenar con el agua contenida en una botella de 1 litro y medio de capacidad?



9. Se han repartido 5 litros y medio de horchata en 8 vasos iguales. ¿Qué fracción de litro hay en cada vaso?

10. Cinco sextas partes de las pizzas que se han preparado a lo largo de la mañana en la pizzería de Esteban llevan cebolla. Dos séptimas partes de las que llevan cebolla contienen también champiñones. ¿Qué fracción del total de pizzas llevan cebolla y champiñones?

11. Una tienda ofrece comida casera al peso. Gabriel ha comprado la mitad de una tarta de queso cuya masa es de tres cuartos de kilo. ¿Qué fracción de kilo de tarta se ha llevado Gabriel? ¿Qué fracción de kilo de tarta ha quedado sin vender?

12. Gema ha pasado un tercio de sus vacaciones en la playa y dos quintas partes en la montaña. El resto se ha quedado descansando en casa. ¿Qué fracción de sus vacaciones ha permanecido en casa? Si tenía 30 días de vacaciones, ¿cuántos días ha disfrutado de la playa?

13. Julia y Daniel han abierto una caja de galletas y se han comido tres cuartas partes de las que había. Si han quedado 10 galletas en la caja, ¿cuántas contenía inicialmente?

14. Los 105 alumnos y alumnas que estudian 6.º de Primaria en un colegio han ido de excursión. Una quinta parte de ellos ha recibido una ayuda, por lo que solo ha tenido que pagar 10 €, mientras que al resto ha pagado 15 €. ¿Cuánto han tenido que pagar entre todos por la excursión?

15. El comité olímpico de un determinado país ha seleccionado a 1 260 atletas femeninas para competir en los Juegos Olímpicos de París 2024. Una séptima parte de ellas compite en gimnasia rítmica; dos quintas partes, en pruebas de pista; una cuarta parte, en artes marciales, y una tercera parte del resto, en natación. ¿Qué fracción del total de atletas compite en pruebas de natación? ¿Cuántas atletas forman el equipo olímpico femenino de natación?

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

CONOCER LOS NÚMEROS DECIMALES

LECTURA Y ESCRITURA DE NÚMEROS DECIMALES

Un **número decimal** representa una cantidad que no está compuesta por unidades enteras. Está formado por una **parte entera** y una **parte decimal**, separadas por una coma.

PARTE ENTERA				PARTE DECIMAL		
C	D	U		d	c	m
	4	5	,	6	7	2

La **décima (d)**, la **centésima (c)** y la **milésima (m)** son cada una de las partes que resultan de dividir la unidad en 10, 100 y 1 000 partes iguales, respectivamente:

- $1\ \mathbf{d} = \frac{1}{10}\ \mathbf{U} = 0{,}1$
- $1\ \mathbf{c} = \frac{1}{100}\ \mathbf{U} = 0{,}01$
- $1\ \mathbf{m} = \frac{1}{1\,000}\ \mathbf{U} = 0{,}001$

RELACIÓN ENTRE FRACCIONES Y NÚMEROS DECIMALES

Toda **fracción decimal** puede expresarse en forma de número decimal con una cantidad finita de cifras decimales, y viceversa.

Una fracción decimal es aquella que tiene por denominador una potencia de base 10.

$\frac{24}{100} \rightarrow 24\ \mathbf{c} \rightarrow$

D	U		d	c	m
	0	,	2	4	

Dos ceros en el denominador → Dos cifras decimales

D	U		d	c	m
	0	,	0	7	5

$\rightarrow 75\ \mathbf{m} \rightarrow \frac{75}{1000}$

Tres cifras decimales → Tres ceros en el denominador

$\frac{589}{10} \rightarrow 589\ \mathbf{d} \rightarrow$

D	U		d	c	m
5	8	,	9		

Un cero en el denominador → Una cifra decimal

D	U		d	c	m
4	3	,	6	7	

$\rightarrow 4\,367\ \mathbf{c} \rightarrow \frac{4\,367}{100}$

Dos cifras decimales → Dos ceros en el denominador

COMPARACIÓN Y ORDENACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

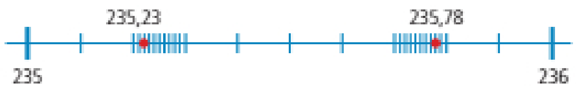
Un **número decimal** es **mayor que** otro cuando su parte entera, sus décimas, sus centésimas o sus milésimas, por ese orden, son mayores que las del otro número.

REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

A la hora de **representar números decimales** en la recta numérica, se dividen las unidades en 10 partes iguales para señalar las décimas; estas, a su vez, en 10 partes iguales para las centésimas, y estas, por último, en otras 10 partes iguales para las milésimas.

Juan y Miriam recorren 235,78 m y 235,23 m, respectivamente, para ir desde su casa hasta el colegio. ¿Cuál de los dos vive más lejos del colegio? Redondea las cantidades a las decimas y represéntalas en la recta numérica.

Juan vive más lejos que Miriam porque 235,78 > 235,23. Las distancias redondeadas a las décimas son 235,8 m, en el caso de Juan, y 235,2 m, en el de Miriam.



PRACTICAR Y AVANZAR

1 Descompón los siguientes números decimales y escribe cómo se leen.

a. 45,76 **c.** 456,1 **e.** 1 809,27

b. 2,987 **d.** 26,7045 **f.** 34 600,5

El número decimal 45,672 se puede leer de varias formas. Por ejemplo:

- Cuarenta y cinco coma seiscientos setenta y dos.
- Cuarenta y cinco unidades y seiscientas setenta y dos milésimas.
- Cuarenta y cinco unidades, seis décimas, siete centésimas y dos milésimas.

2 Indica, en cada caso, dos números con la misma parte entera que el que se proporciona, de modo que se cumplan las desigualdades.

a. ☐ < 576,32 < ☐ **c.** ☐ < ☐ < 23,78

b. 5,6 < ☐ < ☐ **d.** ☐ < 12,675 < ☐

3 Copia la tabla en tu cuaderno y complétala.

Fracción decimal		$\frac{1\,156}{10}$		$\frac{49}{10}$	$\frac{25}{1\,000}$	
Número decimal	3,472		0,8			32,89

4 Aproxima por redondeo los siguientes números decimales.

a. 7,83 a las décimas. **d.** 165,514 2 a las milésimas.

b. 17,54 a las unidades. **e.** 75,89 a las décimas.

c. 0,647 a las centésimas. **f.** 1,472 a las centésimas.

Recuerda en qué consiste la aproximación por redondeo de números naturales y aplica ese procedimiento para aproximar números decimales.

5 Representa en tu cuaderno sobre una recta numérica los números decimales propuestos siguiendo el ejemplo.

Representación de 12,7

a. 9,3 **b.** 15,5 **c.** 4,6 **d.** 27,1

6 Las masas de tres quesos son 3,125 kg, 3,725 kg y 3,8 kg, respectivamente. Ordénalas de menor a mayor y aproxímalas por redondeo a las centésimas.

7 A continuación, se muestran las marcas que han obtenido diez atletas en la prueba de clasificación olímpica para salto de longitud:

7,52 7,49 7,05 7,14 7,04

7,31 7,10 7,50 7,01 6,92

a. Ordena las marcas de mayor a menor y represéntalas en la recta numérica.

b. Las atletas que obtengan marcas superiores a los 7,30 m serán las que se clasifiquen. ¿Qué marcas corresponden a dichas atletas?

RUTINA
Problema-solución

Averigua las plusmarcas que se han producido en las principales competiciones de atletismo femenino a lo largo de la historia y construye una recta numérica para cada modalidad en la que represente cómo han evolucionado. ¡El espíritu de superación se pone de manifiesto en cada décima!

SUMAR Y RESTAR NÚMEROS DECIMALES

Para **sumar o restar números decimales,** se coloca uno debajo del otro, de manera que coincidan en la misma columna las cifras del mismo orden. Después, se suman o se restan y se coloca la coma en el resultado debajo de la columna de las comas.

Sergio sale de casa al colegio con una carga de 15,63 kg en su mochila. De camino pasa por una librería a recoger un pedido y añade 2,35 kg más. Ya en clase, le presta a una compañera un cuaderno de su mochila cuya masa es de 0,650 kg. ¿Qué masa lleva en su mochila de regreso?

En primer lugar, se suma a la masa que carga en la mochila la del pedido que ha recogido:

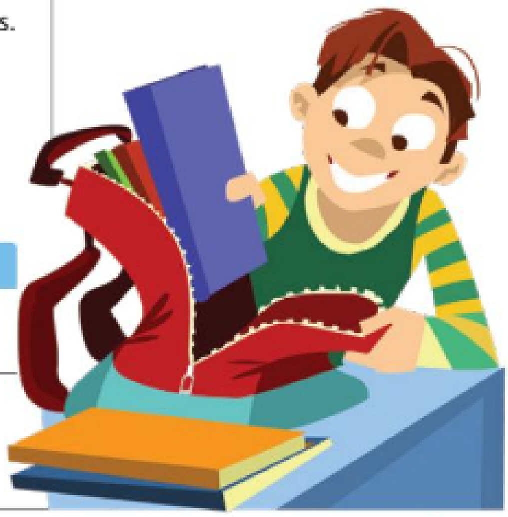
	D	U		d	c
	1	5	,	6	3
+		2	,	3	5
	1	7	,	9	8

Al llegar al colegio, carga con 17,98 kg.

Seguidamente, se resta a la masa de la mochila la del cuaderno:

	D	U		d	c	m
	1	7	,	9	8	0
−		0	,	6	5	2
	1	7	,	3	2	8

Al volver del colegio, carga con 17,328 kg.



Alba ha salido a caminar tres días esta semana con el propósito de andar un mínimo 8 km en total. El primer día anduvo 2 345,67 m, el segundo día 1 753,8 m y el tercero 3 200,49 m. ¿Qué día estuvo más tiempo andando? ¿Logró su propósito? ¿Qué diferencia hay entre la distancia mayor y la menor?

Anduvo más el tercer día, porque **3** 200,49 m > **2** 345,67 m > **1** 453,8 m.

La suma de las tres distancias que recorrió son:

	UM	C	D	U		d	c
	2	3	4	5	,	6	7
	1	7	5	3	,	8	0
+	3	2	0	0	,	4	9
	7	2	9	9	,	9	6

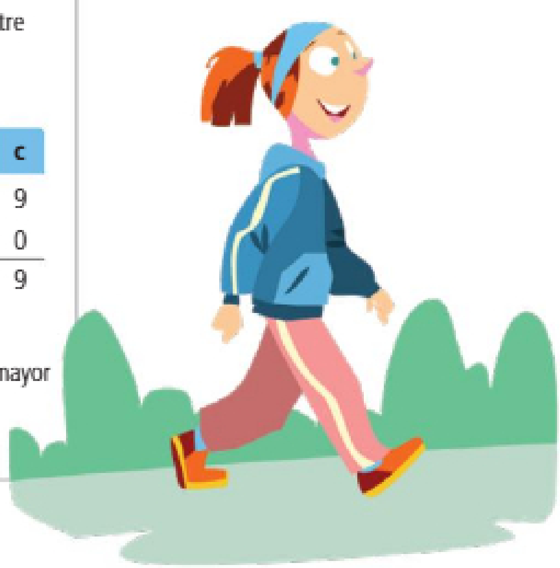
Alba caminó 7 299,96 m = = 7,299 96 km. Como 7,299 96 km < < 8 km, no logró su objetivo.

Para determinar la diferencia entre la distancia mayor y la menor, se restan ambas cantidades:

	UM	C	D	U		d	c
	3	2	0	0	,	4	9
−	1	7	5	3	,	8	0
	1	4	4	6	,	6	9

La diferencia entre la distancia mayor y la menor es de 1 446,69 m.

Puedes añadir ceros en la parte decimal del minuendo o del sustraendo.



PRACTICAR Y AVANZAR

1 Escribe estas operaciones en vertical en tu cuaderno y calcula.

a. 6 754,321 + 354,06

b. 24 765,725 – 15 864,42

c. 5 725,356 + 4 301,076 + 1 705,46

d. 785,89 + 324,127 – 483,15

2 Copia y completa estas operaciones en tu cuaderno.

a. 7 650,896 – 3 422,75 = ☐

b. 9 864,32 – ☐ = 5 642,71

c. 403,25 + ☐ = 865,443

d. ☐ + 34 661,18 = 45 609,562

3 Aplica la jerarquía de las operaciones y resuelve estas operaciones combinadas paso a paso. ¿Qué observas?

a. 907,42 – 426,74 + 269,13

b. 907,42 – 426, 74 – 269,13

c. 907,42 – (426,74 + 269,13)

d. 907,42 – (426,74 – 269,13)

4 Por turnos, completad los huecos realizando las operaciones mentalmente y comprobad los resultados con la calculadora.

6,45 $\xrightarrow{+\,2,32}$ ☐ $\xrightarrow{-\,1,15}$ ☐ $\xrightarrow{+\,0,423}$ ☐ $\xrightarrow{-\,3,24}$ ☐

COOPERATIVO
Mejor entre todos

5 Estimad las siguientes sumas y restas de números decimales siguiendo el ejemplo.

> Para estimar la operación 39,67 + 86,15, se aproximan los sumandos a las unidades y se opera: 40 + 86 = 126

a. 143,75 – 90,45

b. 1 874,6 – 567,7

c. 238,4 + 452,8 + 789,32

d. 4 563,23 + 3 654,61 – 2 765,5

RUTINA
Círculo de puntos de vista

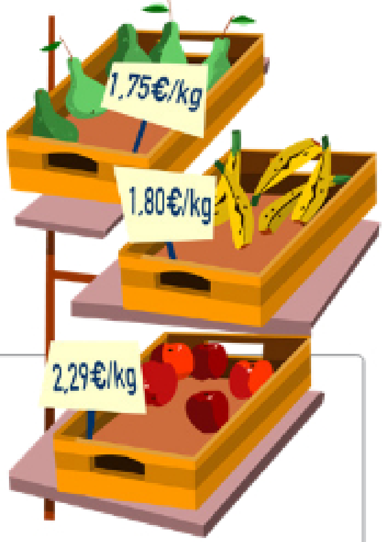
6 Pedro tiene en casa una garrafa de aceite de 5,75 l de capacidad. Quiere mezclar en ella el contenido de tres botellas: una que contiene 1,5 l de aceite, otra con 2,465 l y una tercera con 1,8 l. ¿Podrá hacerlo? ¿Cuánto aceite sobra o falta para llenar la garrafa?

7 Dos equipos se disputan el oro olímpico en la prueba de relevos 4 × 100 m. Observa los tiempos y decide qué equipo ha resultado vencedor y por qué diferencia de tiempo.

	1.ª carrera	2.ª carrera	3.ª carrera	4.ª carrera
Equipo A	10,30 s	10,05 s	10,23 s	10,13 s
Equipo B	11,01 s	10,03 s	10,12 s	10,09 s

Elige algunas pruebas atléticas celebradas en las últimas olimpiadas y averigua las marcas de las medallistas. Calcula después las diferencias entre dichas marcas. ¡Unas décimas separan el oro, la plata y el bronce!

MULTIPLICAR Y DIVIDIR NÚMEROS DECIMALES



MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Para **multiplicar** números decimales, se procede como si fueran números naturales y al final se añade una coma decimal al **producto,** de modo que tenga tantas cifras decimales como la suma de cifras decimales de los factores.

Kevin ha comprado 2,5 kg de peras a 1,75 € el kilo, 3,75 kg de manzanas a 2,29 € el kilo y 2,25 kilos de plátanos a 1,80 € el kilo. ¿Cuánto ha gastado en total en fruta?

Para calcular el gasto total, se halla primero el gasto en cada tipo de fruta y se suman luego las cantidades que se obtengan. Dado que nuestra moneda solo tiene céntimos de euro, hay que aproximar los resultados a las décimas.

Peras

$$\begin{array}{r} 2{,}5 \\ \times\ 1{,}75 \\ \hline 125 \\ 175 \\ +\ 25 \\ \hline 4{,}375 \end{array}$$

Ha gastado 4,38 € en peras.

Manzanas

$$\begin{array}{r} 3{,}75 \\ \times\ 2{,}29 \\ \hline 3375 \\ 750 \\ +\ 750 \\ \hline 8{,}5875 \end{array}$$

Ha gastado 8,59 € en manzanas.

Plátanos

$$\begin{array}{r} 2{,}25 \\ \times\ 1{,}80 \\ \hline 000 \\ 1800 \\ +\ 225 \\ \hline 4{,}0500 \end{array}$$

Ha gastado 4,05 € en plátanos.

Compra total

$$\begin{array}{r} 4{,}38 \\ 8{,}59 \\ +\ 4{,}05 \\ \hline 17{,}02 \end{array}$$

Ha gastado 17,02 € en total.

MULTIPLICACIÓN POR UNA POTENCIA DE DIEZ

Para **multiplicar** un número decimal por una **potencia de 10,** hay que desplazar la coma decimal hacia la derecha tantas cifras como ceros tenga la potencia de 10, añadiendo al resultado los ceros que sean necesarios.

62,731 × 10 = 627,31

62,731 × 100 = 6 273,1

62,731 × 1 000 = 62 731

62,731 × 10 000 = 627 310

$$\begin{array}{r} 62{,}731 \\ \times\ 1000 \\ \hline 00000 \\ 00000 \\ 00000 \\ +\ 62731 \\ \hline 62731{,}000 \end{array}$$

La multiplicación y la división con números decimales cumplen las mismas propiedades que con números naturales.

CÁLCULO MENTAL

- **Multiplicar por 0,5.**

  Equivale a calcular la mitad $\left(0{,}5 = \frac{1}{2}\right)$:

  20 × **0,5** = 20 : **2** = 10

  68 × **0,5** = 68 : **2** = 34

  428 × **0,5** = 428 : **2** = 214

- **Multiplicar por 0,25.**

  Equivale a calcular la mitad de la mitad o a dividir por 4 $\left(0{,}25 = \frac{1}{4}\right)$:

  20 × **0,25** = 20 : **4** = 5

  428 × **0,25** = 428 : **4** = 107

  68 × **0,25** = 68 : **4** =17

DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Para **dividir un número decimal por un número natural,** se procede como si ambos fueran naturales y, al dividir la primera cifra decimal del dividendo, se coloca la coma decimal en el cociente.

Marta ha quedado para comer con dos amigos. La factura asciende a 34,65 €. Si quieren pagar a partes iguales, ¿cuánto ha de poner cada uno?

Se divide la parte entera.

```
3 4, 6 5 | 3
0          1
```

Se baja la primera cifra decimal.

```
3 4, 6 5 | 3
0 4        1 1
  1
```

Se coloca la coma decimal en el cociente y se sigue dividiendo.

```
3 4, 6 5 | 3
0 4        1 1, 5
  1 6
    1
```

Se continúa dividiendo la parte decimal.

```
3 4, 6 5 | 3
0 4        1 1, 5 5
  1 6
    1 5
      0
```

Cada uno ha de pagar 11,55 €.

Para **dividir un número natural por un número decimal,** se multiplican ambos números por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor. Seguidamente, se dividen los números obtenidos.

12 400 : 2,5 = 12 400 **× 10** : 2,5 **× 10** = 124 000 : 25

```
1 2 4 0 0 | 2, 5   →   1 2 4 0 0 0 | 2 5
                         2 4 0       4 9 6 0
                           1 5 0
                             0 0 0
                                 0
```

Para **dividir un número decimal por otro número decimal,** se multiplican ambos por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor, y después se efectúa la división obtenida.

6,8 : 0,4 = 6,8 **× 10** : 0,4 **× 10** = 68 : 4

```
6, 8 | 0, 4   →   6 8 | 0 4
                  2 8   1 7
                    0
```

CÁLCULO MENTAL

- **Multiplicar por 0,1 y 0,01.**

  Equivale a dividir por 10 y por 100, respectivamente:

  49 × **0,1** = 49 : **10** = 4,9

  562 × **0,01** = 562 : **100** = 5,62

- **Multiplicar por 0,2.**

  Equivale a dividir por 5:

  25 × **0,2** = 25 : **5** = 5

  5 000 × **0,2** = 5 000 : **5** = 1 000

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Calcula las siguientes multiplicaciones y comprueba los resultados con la calculadora.

a. 406,45 × 2,4
b. 123,765 × 1,8
c. 56,897 × 24,3
d. 106,29 × 7,8
e. 35,96 × 0,3
f. 278,15 × 0,16

2 Identifica las operaciones equivalentes a la división 453,9 : 3.

4 539 : 30	45,39 : 30	45,39 : 0,3
4 539 : 0,3	4 539 : 0,03	4,539 : 0,03

3 Calcula estas divisiones.

a. 467,82 : 2
b. 7 650,42 : 3
c. 2 574 : 7,5
d. 307,8 : 17,1
e. 985,5 : 5,3
f. 57,677 : 4,21

Recuerda la propiedad fundamental de la división:

Dividendo = divisor × cociente + resto

4 Comprueba la propiedad fundamental de la división para los tres primeros apartados del ejercicio anterior.

5 Resuelve estas operaciones.

RUTINA
Círculos de puntos de vista

a.
$$\begin{array}{rrrrrr}
 & & 4, & 3 & 2 & \\
 & \times & 2, & 9 & \square & \\
\hline
 & & 2 & 5 & 9 & 2 \\
 & 3 & 8 & \square & 8 & \\
 \square & 6 & 4 & & & \\
\hline
1\ \square & 7 & 8 & 7 & \square &
\end{array}$$

b.
$$\begin{array}{rrrrr|l}
7 & 0, & 7 & 4 & 4 & 3,\ 7 \\
\cline{6-6}
3 & \square & 7 & & & 1\ \square\ 1\ \square \\
 & 0 & 4 & 4 & & \\
 & & 0 & 7 & 4 & \\
 & & & 0 & \square &
\end{array}$$

6 Completa la siguiente tabla realizando las operaciones indicadas.

	OPERACIONES			
	× 0,1	**× 0,2**	**× 0,25**	**× 0,5**
10 240				
780				
3 480				

7 Calcula las siguientes operaciones combinadas con números decimales.

a. 2,67 – 0,6 : 0,24
b. 12,5 × 4,07 : 2,5
c. (56,73 – 32,426) : 3,1
d. (73,85 + 23,09) × 5,06 – 265,832
e. 670 – 400 × 0,001 + 320 × 0,5
f. (3 600 × 0,2 – 700) : 0,4

8 La familia de Julio ha emprendido un plan de ahorro energético con la intención de reducir su factura eléctrica a una tercera parte de la del mes pasado. Observa la factura del mes pasado y calcula a cuánto ascendería la factura este mes.

9 Gabriela tiene un terreno en el que siembra cereales. Este año ha recolectado 42,3 kg de trigo, 15,6 kg de maíz y 34,25 kg de avena. El precio que cobrará por la venta de cada kilogramo de estos cereales es de 6,30 €, 7,50 € y 4 €, respectivamente. Gabriela deberá hacerse cargo del transporte, que tiene un coste de 0,25 € el kilo. ¿Cuál será el beneficio que obtendrá por la venta?

COOPERATIVO
Uno por todos

10 Carlos y su padre han hecho un viaje en coche por la costa gallega y han medido el consumo de gasolina. El primer día gastaron 20,5 l. El segundo día consumieron el doble que el primero y el último día la mitad. ¿Cuántos litros de gasolina quedaron en el depósito al final del viaje si lo llenaron completamente antes de salir y su capacidad es de 80 l?

11 Juan y Lucía quieren pintar las cuatro paredes de su habitación. Todas ellas miden 3,5 m de alto y 4,8 m de largo. Cada bote de pintura alcanza para 10 m^2 de pared y cuesta 9,25 €. ¿Cuántos botes necesitarán como mínimo? ¿Cuánto tendrán que pagar por la pintura? ¿Cuánta pintura sobrará?

12 Una empresa dispone de unos terrenos de 3 100,85 m^2 de superficie en los que quiere construir dos naves industriales iguales y una zona de aparcamiento de 420,33 m^2. ¿Qué superficie puede ocupar como máximo cada nave?

13 ¿Cuántos vasos de 0,33 l se pueden llenar con 12 botellas de leche de 1,5 l? ¿Cuántos litros sobran?

14 La atleta estadounidense Florence Griffith-Joyner estableció en 1988 los récords mundiales en las pruebas de los 100 m y los 200 m lisos con marcas de 10,49 s y 21,34 s, respectivamente. ¿Cuánto tardó en promedio en recorrer una distancia de 1 m en ambas pruebas? ¿Cuánto habría tardado en completar los 200 m si hubiese ido tan rápido como durante la prueba de los 100 m lisos?

Existen diferentes pruebas de velocidad según la distancia que se recorra: 100 m, 200 m, 400 m, 1500 m... Examina las plusmarcas en estas competiciones. ¿Cómo podrías averiguar en cuál de ellas fue más veloz la ganadora?

¿QUÉ HEMOS APRENDIDO?

1 Este es un resumen con los aspectos más destacados de la situación de aprendizaje. Asegúrate de que los entiendes completamente y consulta aquello que no comprendas bien. Cópialo en tu cuaderno y complétalo con ejemplos.

Dos **fracciones** son **equivalentes** si representan la misma cantidad.

Para **comparar fracciones,** se buscan las fracciones equivalentes con el mismo denominador: será mayor la que tenga el mayor numerador.

Para **sumar o restar fracciones,** se transforman en fracciones equivalentes con denominador común, para luego sumar o restar los numeradores y dejar el mismo denominador.

Para **multiplicar fracciones,** se multiplican los numeradores y los denominadores entre sí.

Para calcular la **fracción de un número,** se multiplica el número por el numerador de la fracción y el resultado se divide entre el denominador.

Para **dividir dos fracciones,** se multiplican el numerador de la primera por el denominador de la segunda y el denominador de la primera por el numerador de la segunda. El resultado de ambas multiplicaciones es el numerador y el denominador, respectivamente, de la nueva fracción.

Un **número decimal** representa una cantidad que no está compuesta por unidades enteras.

Un número decimal es mayor que otro cuando su parte entera, sus décimas, sus centésimas o sus milésimas, por ese orden, son mayores que las del otro número.

Un número decimal es equivalente a la **fracción decimal** que tiene en el numerador las cifras del número y en el denominador una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales posee el número.

Para **sumar o restar números decimales,** se coloca uno debajo del otro, de manera que coincidan en la misma columna las cifras del mismo orden. Después, se suman o se restan, colocando la coma en la columna de las comas.

Para **multiplicar números decimales,** se procede como si fueran números naturales y se añade una coma decimal al producto, de modo que tenga tantas cifras decimales como la suma de cifras decimales de los factores.

Para **dividir un número decimal por un número natural,** se procede como si ambos números fueran naturales y, al bajar la primera cifra decimal del dividendo, se coloca la coma decimal en el cociente.

Para **dividir un número natural por un número decimal,** se multiplican ambos números por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor. Seguidamente, se dividen los números obtenidos.

Para **dividir un número decimal por un número decimal,** se multiplican ambos por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor, y después se efectúa la división obtenida.

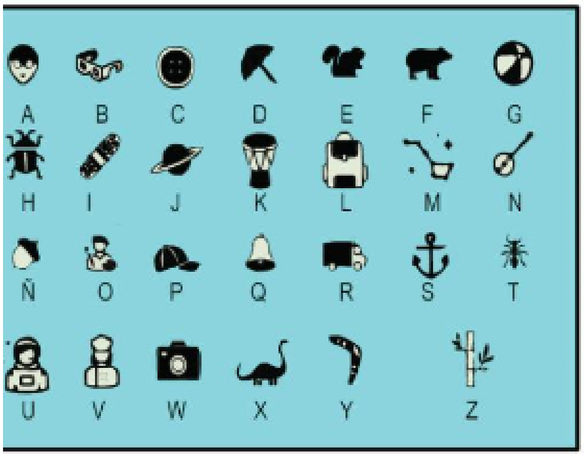
2 Confecciona un mapa conceptual en el que sintetices toda la información sobre fracciones y números decimales que has visto a lo largo de la situación de aprendizaje.

3 Comparte tu mapa conceptual con el resto de la clase. Examinad lo que tienen en común y aquello en lo que difieren. Añade a tu mapa conceptual todo lo que creas que puede mejorarlo.

Todos estos conocimientos deberás aplicarlos de forma práctica a la elaboración de tu presentación.

4 EN LA EXACTA PROPORCIÓN

El personal encargado de la cocina no sabe qué menú debe preparar, pues está escrito en clave y nadie sabe interpretar los símbolos que aparecen. ¿Los ayudas a descifrar el mensaje?



RECONOCER MAGNITUDES PROPORCIONALES

¿De qué magnitud es una unidad el litro? ¿Y el metro cuadrado? ¿Qué unidades conoces de la magnitud tiempo?

Una **magnitud** es una propiedad que se puede medir. La medida de una magnitud se expresa mediante un **número** y una **unidad.**

RAZÓN Y PROPORCIÓN

Una **razón** es el cociente de dos magnitudes. La igualdad de dos razones es una **proporción.**

La razón $\frac{a}{b}$, se lee:

«*a* es a *b*»

A diferencia de las fracciones, *a* y *b* pueden ser números decimales.

La proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se lee:

«*a* es a *b* como *c* es a *d*».

En esta proporción, *a* y *d* son los **extremos**, y *b* y *c*, los **medios.**

En toda proporción se cumple que el **producto de los extremos** es igual al **producto de los medios:**

$$a \times d = b \times c$$

Averigua si los números 3; 1,2; 5,7 y 2,28 forman una proporción.

Para saber si los números forman una proporción, se comprueba que el producto de los extremos es igual al de los medios:

$$¿\frac{3}{1{,}2} = \frac{5{,}7}{2{,}28}?$$

Producto de los extremos:

$$3 \times 2{,}28 = 6{,}84$$

Producto de los medios:

$$1{,}2 \times 5{,}7 = 6{,}84$$

Como los productos son iguales, forman una proporción.

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Dos **magnitudes** son **directamente proporcionales** si, al aumentar o disminuir una, la otra aumenta o disminuye en la misma proporción.

Un pintor tarda 2 h en pintar una superficie de 5 m². ¿Cuánto tardará en pintar una pared de 10 m²? ¿Qué superficie puede pintar en una hora?

La superficie de la pared y el tiempo que tarda en pintarla son magnitudes directamente proporcionales, ya que, si se duplica la superficie de la pared, se duplica también el tiempo que se requiere para pintarla. Análogamente, en la mitad de tiempo, el pintor podrá pintar la mitad de superficie.

: 2 × 2

Tiempo (horas)	1	**2**	4
Superficie (m²)	2,5	**5**	10

: 2 × 2

Por tanto, tardará 4 h en pintar 10 m² y pintará 2,5 m² en una hora.

Observa que las razones entre el tiempo y la superficie son iguales y, por tanto, pueden establecerse proporciones.

$$\frac{1}{2{,}5} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

El valor numérico de las razones de dos magnitudes directamente proporcionales es la **razón de proporcionalidad**.

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Identifica, entre los siguientes conceptos, aquellos que son magnitudes, y relaciona en tu cuaderno dichas magnitudes con su unidad de medida.

Masa | Volumen | Velocidad | Temperatura | Distancia | Amor | Color | Superficie

Metro | Grado centígrado | kg | km/h | m^2 | m^3

2 Comprueba, en cada caso, si los cuatro números forman una proporción.

a. 5; 2,5; 4,3 y 2,15

b. 9, 17, 35 y 68

c. 12, 36, 15 y 45

d. 8,1; 5,9; 45,36 y 33,05

3 Indica si las magnitudes propuestas son directamente proporcionales o no.

a. La edad de una persona y su talla de calzado.

b. La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en llegar a su destino.

c. La cantidad de combustible que se echa en un vehículo y el dinero que se ha de abonar.

d. El número de bolígrafos del mismo tipo que se compran en una papelería y el precio que se ha de pagar.

e. La duración de una película y su presupuesto.

f. El número de comensales y el número de cubiertos.

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

4 Es el cumpleaños de Rocío y quiere invitar a sus amistades al cine. Ha calculado que tendrá que pagar 16,80 € si van 3 personas. ¿Cuánto tendrá que pagar si van 3 más?

5 Miriam y Félix practican senderismo los fines de semana. Este domingo han tardado 2 h en recorrer 10 km. ¿Cuánto tardarían en recorrer a ese ritmo una ruta de 20 km?

6 Organizar un menú para un número elevado de personas es una tarea no exenta de complejidad, pues son muchas las magnitudes que hay que tener en cuenta. Indica cuáles de estas magnitudes son directamente proporcionales entre sí.

Número de comensales | Precio del plato | Número de voluntarios | Precio de los ingredientes

Número de cubiertos | Tiempo de cocción | Cantidad de cada ingrediente | Tiempo en servir la comida

Para elaborar el menú y planificar el servicio, deberás identificar aquellas magnitudes que dependen del número de comensales.

RESOLVER PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

RESOLUCIÓN DE UNA PROPORCIÓN

En un supermercado venden sacos de patatas de 2 kg por 3 €. ¿Cuánto cuestan 5 kg de patatas? ¿Cuántos kilogramos pueden adquirirse por 10,50 €?

La tabla muestra el precio de la compra de varias cantidades de patatas. Como se observa, al multiplicar o dividir una magnitud por un número, la otra magnitud queda multiplicada o dividida por el mismo número.

: 3 : 2

× 2 × 1,5

Masa (kg)	2	4	6	8	10	12
Precio (€)	3	6	9	12	15	18

× 1,5 : 1,5

× 2 × 1,5

: 3 : 2

La masa de patatas y el precio de la compra son magnitudes directamente proporcionales; por tanto, pueden establecerse proporciones entre las razones. Esto permite determinar valores desconocidos de las magnitudes a partir de valores conocidos.

Masa (kg)	2	5	b
Precio (€)	3	a	10,50

Para hacerlo, se establece una proporción entre una razón cuyos valores se conocen y una razón que tiene algún valor desconocido.

$$\frac{2}{3} = \frac{5}{a} \qquad\qquad \frac{2}{3} = \frac{b}{10{,}50}$$

Se establece la igualdad entre el producto de los extremos y el producto de los medios y se determinan los valores desconocidos.

$$2 \times a = 3 \times 5$$

$$2 \times a = 15$$

El valor desconocido es aquel que multiplicado por 2 da 15:

$$a = 15 : 2 = 7{,}5$$

El precio de 5 kg de patatas es de 7,50 €.

$$2 \times 10{,}50 = 3 \times b$$

$$21 = 3 \times b$$

El valor desconocido es aquel que multiplicado por 3 da 21:

$$b = 21 : 3 = 7$$

Con 10,50 € pueden comprarse 7 kg de patatas.

Es posible establecer proporciones entre las razones:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18}$$

Las cantidades desconocidas se suelen indicar con letras. Es frecuente usar las letras *a*, *b*, *x*, *y* ...

REDUCCIÓN A LA UNIDAD

Miguel ha preparado 3 vasos de zumo con 12 naranjas. ¿Cuántas naranjas necesitará para elaborar 5 vasos de zumos?

El número de naranjas que utiliza Miguel y el número de vasos de zumo que puede preparar son dos magnitudes directamente proporcionales.

Para resolver esta cuestión, se puede calcular el número de naranjas que se necesitan para elaborar 1 vaso de zumo y multiplicar el resultado por el número de vasos que se desea conseguir. Es lo que se conoce como *reducir a la unidad*.

Naranjas para 1 vaso $\rightarrow$ 12 naranjas : 3 = 4 naranjas

Naranjas para 5 vasos $\rightarrow$ 5 × 4 naranjas = 20 naranjas

Para preparar 5 vasos de zumo se necesitan 20 naranjas.

Reducir a la unidad consiste en determinar el valor de una variable que corresponde a una unidad de la otra variable.

REGLA DE TRES

Sofía y Nacho están cocinando tortitas para merendar. La receta indica que se necesitan 3 huevos y 250 g de harina para preparar 9 tortitas. ¿Cuántos huevos se necesitan para elaborar 18 tortitas? ¿Cuántas tortitas pueden prepararse con 1 kg de harina?

La cantidad que hay que usar de cada ingrediente y el número de tortitas que se elaboran son magnitudes directamente proporcionales. Para calcular las cantidades desconocidas, se pueden plantear dos proporciones y resolverlas mediante dos **reglas de tres**.

- 3 huevos es a 9 tortitas como x huevos es a 18.

Huevos		**Tortitas**
3	$\rightarrow$	9
x	$\rightarrow$	18

$$x = \frac{3 \times 18}{9} = 6 \text{ huevos}$$

Necesitan 6 huevos para elaborar 18 tortitas.

- 250 g de harina es a 9 tortitas como 1 000 g es a x.

Harina (g)		**Tortitas**
250	$\rightarrow$	9
1 000	$\rightarrow$	x

$$x = \frac{1000 \times 9}{250} = 36 \text{ tortitas}$$

Con 1 kg de harina se pueden cocinar 36 tortitas.

Para resolver problemas de proporcionalidad directa, se puede plantear una proporción, reducir a la unidad o aplicar una regla de tres.

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Las siguientes tablas corresponden a pares de valores de dos magnitudes. Realiza en tu cuaderno los cálculos que consideres oportunos e indica, en cada caso, si se trata de magnitudes directamente proporcionales.

RUTINA
Círculo de puntos de vista

a.

Magnitud A	10	5	30	15
Magnitud B	36	18	108	52

b.

Magnitud C	4,5	9	13,5	6,75
Magnitud D	12,8	25,6	38,4	19,2

2 Estas tablas corresponden a pares de valores de dos magnitudes directamente proporcionales. Complétalas en tu cuaderno.

a.

Magnitud A	3,5	7		
Magnitud B		12,6	18,9	25,2

b.

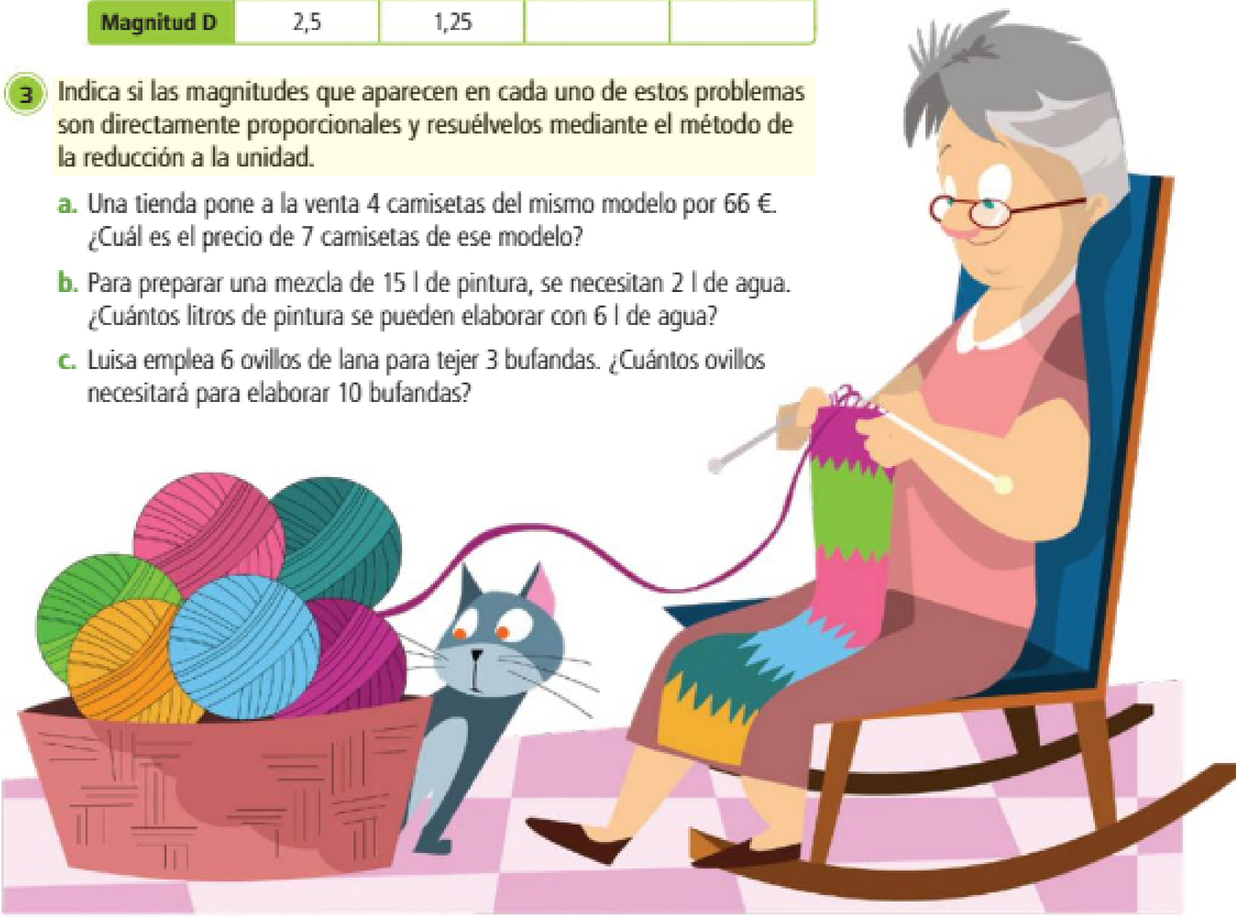
Magnitud C	18		27	13,5
Magnitud D	2,5	1,25		

3 Indica si las magnitudes que aparecen en cada uno de estos problemas son directamente proporcionales y resuélvelos mediante el método de la reducción a la unidad.

a. Una tienda pone a la venta 4 camisetas del mismo modelo por 66 €. ¿Cuál es el precio de 7 camisetas de ese modelo?

b. Para preparar una mezcla de 15 l de pintura, se necesitan 2 l de agua. ¿Cuántos litros de pintura se pueden elaborar con 6 l de agua?

c. Luisa emplea 6 ovillos de lana para tejer 3 bufandas. ¿Cuántos ovillos necesitará para elaborar 10 bufandas?



4 Sonia y David han quedado para jugar al tenis. El precio del alquiler de la pista es de 9 € por 2 h. ¿Cuánto tendrán que pagar por 3 h de alquiler?

5 La familia de Alejandro ha recolectado 50 kg de aceitunas de su campo de olivos. Para envasar 10 kg de aceitunas, se requieren 20 tarros de cristal. ¿Cuántos tarros necesitarán para envasar todas las aceitunas que han recolectado?

6 Una empresa textil ha utilizado 315 botones para fabricar 45 camisas. ¿Cuántas camisas podrán fabricar con 420 botones? ¿Y con 175? ¿Cuántos botones se necesitarán para fabricar 500 camisas?

7 Alberto ha llenado el depósito de su vehículo, que tiene una capacidad de 75 l, y se ha puesto en marcha. Tras recorrer 900 km, ha consumido 45 l de gasolina. ¿Le queda suficiente gasolina en el depósito como para recorrer 500 km más?

8 Un museo recibe en torno a 150 visitantes los días laborables y recauda 637,50 €. Los días festivos acude una media de 250 visitantes. ¿Cuánto recauda de media un día festivo si el precio de la entrada es el mismo? ¿Cuántos visitantes debería recibir el museo para recaudar 2 125 €?

9 Formad equipos de modo que cada miembro resuelva cada uno de estos problemas utilizando un método distinto. Después poned en común las soluciones y corregid los problemas cuando sea necesario.

COOPERATIVO
Folio giratorio

a. Paco tarda 3 h en recorrer una distancia de 270 km con su camión. ¿Cuánto tardará en cubrir a la misma velocidad un trayecto de 360 km?

b. Sara ha comprado 4 kg de manzanas por 3 €. ¿Cuántos kilogramos puede comprar con 12 €?

c. Carlos y María practican el cálculo matemático. Carlos puede resolver 5 operaciones en 2 min, y María, 7 operaciones en 3 min. ¿Cuál de los dos resolverá antes un total de 20 operaciones, suponiendo que mantienen esos ritmos?

10 Muchas recetas presentan los ingredientes que se necesitan para 4 personas, pero ¿qué pasa cuando se quiere elaborar una receta para un número mucho mayor de comensales, como es el caso de los comedores sociales? Observa la lista de ingredientes para elaborar una paella para 4 personas y calcula las cantidades necesarias para atender a 200 comensales.

Paella para cuatro personas

- 400 g de arroz
- 4 cigalas
- 12 gambas rojas
- 150 g de chirla
- 1 sepia
- 2 dientes de ajo
- Medio pimiento verde
- Medio pimiento rojo
- 3 cucharadas de tomate frito

CALCULAR PORCENTAJES

Un **porcentaje** es una razón en la que el denominador es 100.

Los porcentajes se pueden expresar como un número seguido del símbolo %, como una razón o como un número decimal.

$$25\ \% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

$$50\ \% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

$$120\ \% = \frac{120}{100} = \frac{6}{5} = 1{,}2$$

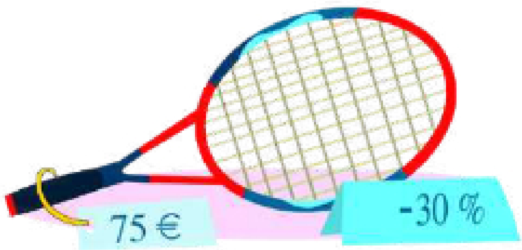
Para calcular el **porcentaje de una cantidad,** se multiplica dicha cantidad por la **razón** correspondiente o por el **valor numérico** de esta.

$$65\ \%\ \text{de}\ 20 = \frac{65}{100} \times 20 = \frac{65 \times 20}{100} = \frac{1\,300}{100} = 13$$

$$24\ \%\ \text{de}\ 600 = 0{,}24 \times 600 = 144$$

CÁLCULOS CON DESCUENTOS E INCREMENTOS

Un comercio pone a la venta una raqueta de tenis que cuesta 75 € con una rebaja del 30 %. ¿Cuánto hay que pagar para adquirir la raqueta en dicho comercio?



El problema se puede resolver de dos maneras:

- Se calcula el descuento y se resta al precio inicial.

  Descuento: 30 % de 75 € = 0,3 × 75 € = 22,50 €

  Precio final: 75 € – 22,50 € = 52,50 €

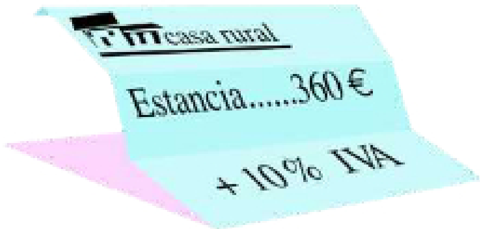
- Se calcula directamente el porcentaje que hay que pagar del precio inicial.

  El precio inicial representa el 100 %. Como se descuenta un 30 %, solo hay que pagar el 70 % de dicho precio (100 % – 30 % = 70 %). Así pues:

  Precio final: 70 % de 75 € = 0,7 × 75 = 52,50 €

  Para adquirir la raqueta, hay que pagar 52,50 €.

Marta ha pasado unos días con su familia en una casa rural. El precio de la estancia es de 360 € más un 10 % en concepto de IVA. ¿Cuánto deberá abonar en total?



El problema se puede resolver de dos maneras:

- Se calcula el incremento y se suma al precio sin IVA.

  Incremento: 10 % de 360 € = 0,1 × 360 € = 36 €

  Precio final: 360 € + 36 € = 396 €

- Se calcula directamente el porcentaje que hay que pagar del precio sin IVA.

  El precio sin IVA representa el 100 %. Como se añade el 10 %, hay que pagar el 110 % de dicho precio (100 % + 10 % = 110 %). De este modo:

  Precio final: 110 % de 360 € = 1,10 × 360 = 396 €

  Marta deberá abonar 396 €.

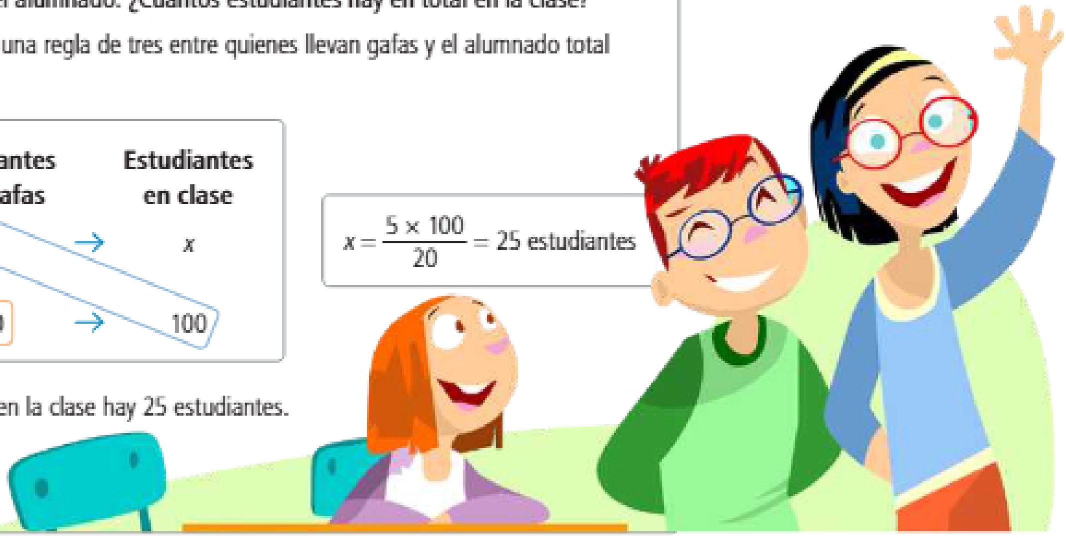
CÁLCULO DE UN TOTAL A PARTIR DE UN PORCENTAJE

En una clase de 6.º de Primaria hay 5 personas con gafas, lo que representa el 20 % del alumnado. ¿Cuántos estudiantes hay en total en la clase?

Se plantea una regla de tres entre quienes llevan gafas y el alumnado total de la clase.

Estudiantes con gafas		**Estudiantes en clase**
5	→	x
20	→	100

$$x = \frac{5 \times 100}{20} = 25 \text{ estudiantes}$$



Por tanto, en la clase hay 25 estudiantes.

CÁLCULO DEL PORCENTAJE DE UN TOTAL

El equipo de fútbol de Andrea consiguió durante la temporada pasada 12 goles de 60 tiros a puerta. ¿Qué tanto por ciento de acierto representa esta cifra?

Se plantea una regla de tres entre los goles y los disparos a puerta.

Goles obtenidos		**Disparos a puerta**
12	→	60
x	→	100

$$x = \frac{12 \times 100}{60} = 20 \text{ \%}$$

Los 12 goles representan un 20 % del total de tiros a puerta.

Los problemas con porcentajes suelen resolverse utilizando la regla de tres.

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Escribe en tu cuaderno los porcentajes que corresponden a las siguientes expresiones.

a. 51 de cada 100 nacimientos en el mundo corresponden a niñas.

b. 63 de cada 100 personas votaron a la candidata.

c. 70 de cada 100 incendios son provocados.

d. 2 de cada 100 alumnos y alumnas de 6.º de primaria repitieron curso el año pasado.

2 Completa en tu cuaderno estas equivalencias entre porcentaje, razón y número decimal, siguiendo el ejemplo.

$$18\ \% = \frac{18}{100} = 0{,}18$$

a. $5\ \% = \frac{\square}{\square} = \square$

b. $\square = \frac{\square}{\square} = 0{,}72$

c. $\square = \frac{27}{100} = \square$

d. $\square = \frac{55}{100} = \square$

e. $39\ \% = \frac{\square}{\square} = \square$

f. $\square = \frac{\square}{\square} = 0{,}84$

3 Halla los porcentajes que se indican y comprueba los resultados con la calculadora.

a. 30 % de 450

b. 120 % de 60

c. 75 % de 2 000

d. 12,5 % de 300

e. 45,65 % de 1 200

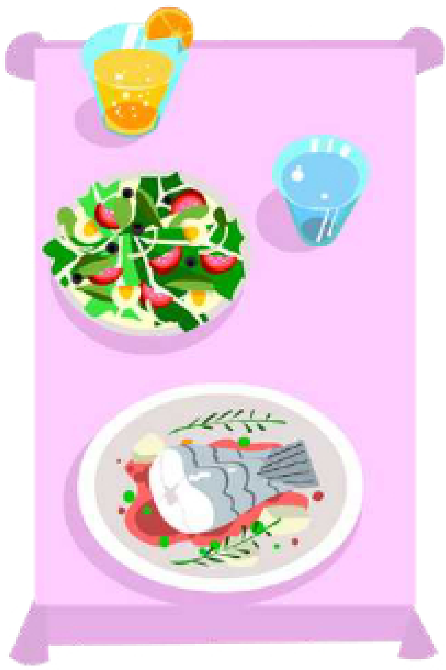
f. 0,7 % de 9 800

4 Una tienda de ropa está liquidando sus productos con una rebaja del 35 %. Completa la tabla en tu cuaderno con los descuentos y los precios rebajados.

Producto	Precio inicial	Descuento	Precio final
Camisa	28 €		
Pantalón	55 €		
Jersey	42 €		

5 Un restaurante está elaborando su carta de precios incluyendo el IVA. A los platos han de aplicarle un IVA del 10 % y a las bebidas uno del 21 %. Completa la tabla en tu cuaderno con los precios finales.

Producto	Precios sin IVA	Incremento	Precio con IVA
Merluza	21 €		
Ensalada	12 €		
Agua	2 €		
Refresco	3 €		



6 En un huerto hay 75 árboles, de los cuales 15 son naranjos y 45 son ciruelos. ¿Qué porcentaje de los árboles son naranjos? ¿Qué porcentaje representan los ciruelos?

7 En una clase de 6.º de Primaria hay 12 alumnos y 18 alumnas. ¿Qué porcentaje del total representa cada sexo? El 25 % de los chicos tiene el pelo rubio. ¿Cuántos chicos rubios hay en esa clase?

8 El embalse de Riaño es el más grande de los embalses construidos en la península ibérica. Su capacidad es de 650 millones de metros cúbicos de agua, suficiente para garantizar el riego de 80 000 hectáreas de terreno. Actualmente, el embalse está al 75 % de su capacidad. ¿Cuántos metros cúbicos de agua contiene? ¿Cuántas hectáreas de terreno se pueden regar con esa cantidad de agua?

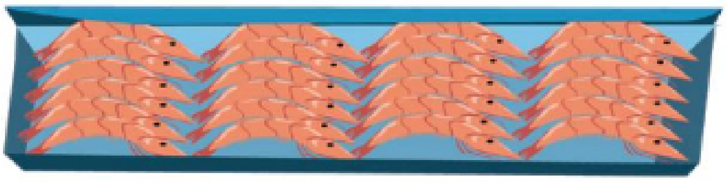
9 Formad parejas y resolved estos problemas de dos formas distintas. Después comparad los resultados.

COOPERATIVO
Folio giratorio por parejas

a. El número de habitantes de un pueblo de Soria ha disminuido un 15 % en los últimos cinco años. Al inicio de este período había 240 personas censadas. ¿Cuántos habitantes quedan ahora en el pueblo?

b. Sara cobra 1 600 € mensuales y dona un 8 % de su sueldo a una ONG. ¿Cuánto dinero le queda después de la donación?

c. El precio del kilogramo de langostinos ha subido un 18 % en el último mes. Si el mes pasado costaba 12 € el kilo, ¿cuánto tendremos que pagar ahora por la compra de 2 kg de langostinos?

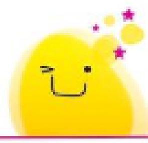


10 ¿Qué ocurre cuando aumentamos una cantidad un 20 % para reducirla después también un 20 %? Elige una cifra y compruébalo.

11 ¿Qué es mayor: el 80 % de 50 o el 50 % de 80?

12 Una tienda de ropa está de rebajas, y su dueña ha decidido aplicar un descuento del 30 % en todas las prendas. Además, aplicará un 10 % de descuento adicional a los clientes habituales. ¿Cuánto pagarán Nuria y Eva por unos vaqueros cuyo precio sin descuento es de 65 €, teniendo en cuenta que Nuria es cliente habitual, pero Eva no?

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?



El porcentaje de hogares que experimentan algún tipo de inseguridad alimentaria puede darte una idea del número de posibles usuarios y usuarias del comedor social de tu localidad.

13 Según un estudio elaborado por la Universidad de Sevilla, el 13,3 % de los hogares españoles experimentaron algún nivel de inseguridad alimentaria en el último trimestre. En España se calcula que hay 20 millones de hogares, aproximadamente. ¿Cuántos hogares sufren de inseguridad alimentaria?

UTILIZAR ESCALAS

ESCALA NUMÉRICA

Un mapa, un plano o una maqueta son representaciones de la realidad que conservan la forma y las proporciones de los objetos.

Las longitudes reales y las longitudes medidas sobre un plano, un mapa o una maqueta a escala son magnitudes directamente proporcionales.

La razón entre una longitud en la representación y la correspondiente longitud en la realidad se conoce como **escala numérica.**

La maqueta es una reproducción a escala 1 : 300 de un barco. Esto significa que 1 cm en la maqueta representa 300 cm en la realidad, esto es, 3 m.

La escala del mapa es 1 : 25 000 000. Es decir que 1 cm medido sobre el mapa representa 25 000 000 cm en la realidad, o, lo que es lo mismo, 250 km.

ESCALA GRÁFICA

Las escalas de mapas y planos acostumbran a representarse mediante escalas gráficas.

Una **escala gráfica** es un segmento graduado en el que se indica la distancia real a la que corresponde cada unidad en la que se subdivide el segmento, así como la distancia que corresponde al segmento completo.

En este caso, cada unidad corresponde a 2,5 km, y el segmento completo, a 15 km. Como, por otro lado, la longitud de cada unidad es de 1 cm, la escala numérica es 1 : 250 000.

Dibuja la escala gráfica que corresponde a la escala numérica 1 : 2 000.

La escala numérica indica que 1 cm en la representación corresponde a 2 000 cm en la realidad, es decir, a 20 m. Así pues, podemos construir un segmento graduado formado por unidades de 1 cm que equivalen a 20 m.

CÁLCULO DE DISTANCIAS MEDIANTE ESCALAS

Dos pueblos se encuentran separados 6 cm en un mapa de carreteras que está a escala 1 : 2 000 000. ¿A qué distancia se sitúa el uno del otro en la realidad? ¿Qué longitud mide en el mapa una distancia real de 80 km?

Las distancias en el mapa y las distancias reales son magnitudes directamente proporcionales, de manera que se pueden establecer proporciones. Es posible, por tanto, plantear dos reglas de tres, usando las mismas unidades para las dos magnitudes.

Distancia en el mapa (cm)	Distancia real (cm)
1	2 000 000
6	x

$$x = \frac{6 \times 2\,000\,000}{1} = 12\,000\,000 \text{ cm} = 120 \text{ km}$$

En la realidad, los dos pueblos se encuentran a 120 km.

Distancia en el mapa (cm)	Distancia real (cm)
1	2 000 000
x	8 000 000

$$x = \frac{1 \times 8\,000\,000}{2\,000\,000} = 4 \text{ cm}$$

Una distancia de 80 km corresponde a 4 cm en el mapa.

Recuerda que para aplicar la regla de tres adecuadamente hay que expresar las cantidades correspondientes a la misma magnitud en la misma unidad.

Javier está construyendo una maqueta a escala de un automóvil de época. La longitud real del vehículo es de 6 m y la de la maqueta de 15 cm. ¿Cuál es la escala numérica de la maqueta?

La escala numérica es la razón entre la distancia en la representación y la distancia real, es decir:

$$15 \text{ cm} : 600 \text{ cm} = 1 : 40$$

La escala numérica también puede determinarse planteando una regla de tres.

Distancia en la maqueta (cm)	Distancia real (cm)
15	600
1	x

$$x = \frac{1 \times 600}{15} = 40$$

De este modo, se obtiene, efectivamente, la escala 1 : 40.

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Interpreta las siguientes escalas numéricas y gráficas en tu cuaderno.

a. 1 : 3 000 000 significa que ...

b. 1 : 7 500 implica que ...

c. 

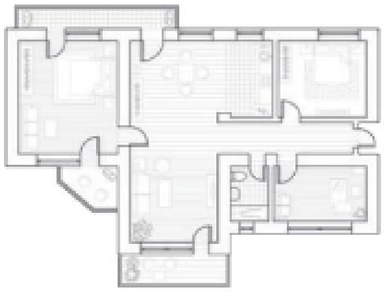
quiere decir que ...

d. 

quiere decir que ...

Generalmente, en las representaciones, se toman las medidas expresadas en centímetros, pero las relaciones se mantienen con cualquier unidad. Por ejemplo, una escala de 1 : 4 000 puede interpretarse como que 1 cm en el plano se corresponde con 4 000 cm en la realidad o que 1 mm en el plano son 4 000 mm reales.

2 Relaciona en tu cuaderno las representaciones con sus posibles escalas.



1 : 500 000

1 : 200

1 : 50

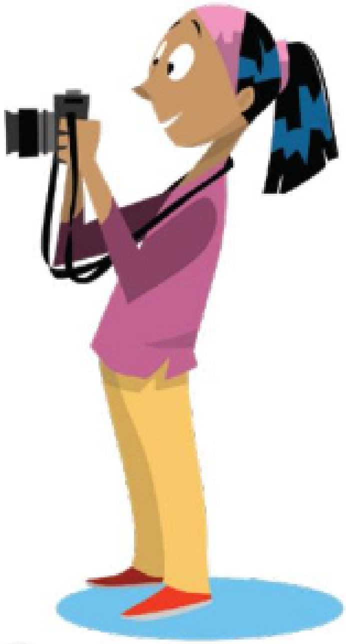
3 La clase de 6.º A está preparando un plano del colegio para elaborar el plan de evacuación. ¿A qué escala han trabajado los estudiantes si han representado en 2 cm del plano una pared que mide 6 m de longitud en la realidad?

4 Silvia está terminando una maqueta de un estadio de fútbol a escala 1 : 360. ¿Qué dimensiones tiene el campo de juego en la maqueta si en la realidad mide 75,60 m de ancho por 100,80 m de largo?

5 Jesús tiene un mapamundi a escala 1 : 120 000 000. Ha medido con una regla la distancia entre Madrid y Berlín y ha obtenido un resultado de 1,56 cm. ¿Cuál es la distancia entre ambas ciudades en la realidad? Jaime tiene una mapa a escala 1 : 240 000 000. ¿Qué distancia entre las dos ciudades medirá él en su mapa?

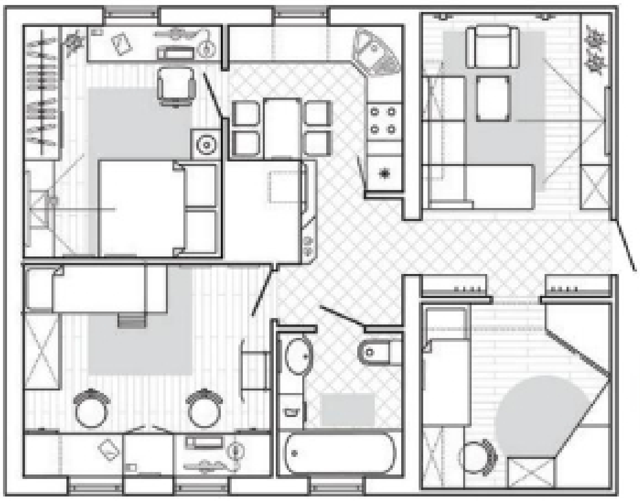
RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

6 Andrea ha pasado unos días en Sevilla, visitando a unos familiares, y ha aprovechado para tomar algunas fotografías. Esta corresponde a la torre del Oro. La altura real de la torre es de 36,75 m y en la foto mide 6,25 cm. ¿Cuál es la escala de la fotografía?



7 Observad el plano de esta vivienda y contestad a las preguntas.

COOPERATIVO
El número



1 : 100

a. Describid detalladamente la vivienda: número de habitaciones, tipo de estancias, número de personas que probablemente habiten en la vivienda… Justificad vuestras respuestas.

b. Tomad medidas con la regla y usad la escala del plano para averiguar las dimensiones reales de cada estancia.

c. ¿Cuáles son las medidas del baño en otro plano que se encuentra a escala 1 : 75? ¿Y en uno que está a escala 1 : 200?

8 Dibuja un plano del espacio en el que servirás el menú solidario, indicando las escalas numérica y gráfica.

El diseño de los espacios es muy importante a la hora de proyectar un comedor social y contribuye a que las personas que acuden se sientan lo más cómodas posibles.

¿QUÉ HEMOS APRENDIDO?

Revisa todos los contenidos y asegúrate de que las acciones del kanban están concluidas o a punto de concluir. ¿Dispone de toda la información que necesitas para elaborar tu receta? ¡Es el momento de encender los fogones!

1 A continuación, puedes examinar los contenidos que has visto hasta ahora. Cópialos en tu cuaderno con tus propias palabras y añade al menos dos ejemplos para cada uno de ellos.

Una **magnitud** es una propiedad que se puede medir. La medida de una magnitud se expresa mediante un **número** y una **unidad.**

Una **razón** es el cociente de dos magnitudes. La igualdad de dos razones es una **proporción.**

En toda proporción se cumple que el **producto de los extremos** es igual al **producto de los medios:**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \times d = b \times c$$

Dos **magnitudes** son **directamente proporcionales** si, al aumentar o disminuir una, la otra aumenta o disminuye en la misma proporción.

El valor numérico de las razones de dos magnitudes directamente proporcionales es la **razón de proporcionalidad.**

Un **porcentaje** es una razón en la que el denominador es 100.

Para resolver problemas de proporcionalidad directa, se puede plantear una **proporción, reducir a la unidad** o aplicar una **regla de tres.**

Para calcular el **porcentaje de una cantidad,** se multiplica dicha cantidad por la **razón** correspondiente o por el **valor numérico** de esta.

La razón entre una longitud en la representación y la longitud real correspondiente se conoce como **escala numérica.**

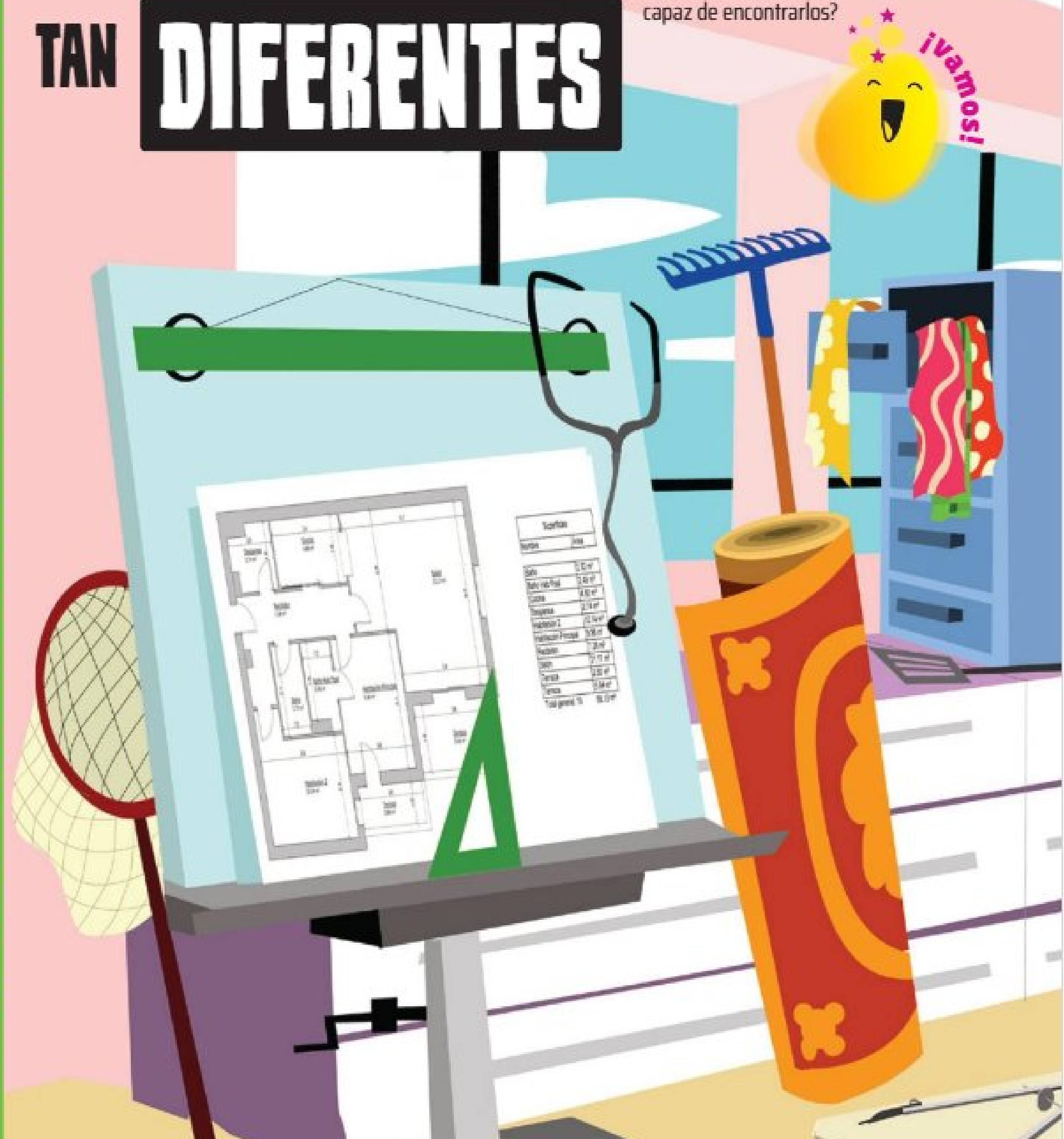
Una **escala gráfica** es un segmento graduado en el que se indica la distancia real a la que corresponde cada unidad en la que se subdivide el segmento, así como la que corresponde al segmento completo.

2 Poned en común vuestras anotaciones sobre los conceptos más importantes y haced una lista con los conocimientos que hayáis adquirido y que no aparezcan en las notas comunes. ¿Consideras que alguno debería figurar en el resumen? Justifica tu respuesta.

COOPERATIVO
El saco de dudas

5 TAN IGUALES, TAN DIFERENTES

Este interiorista no necesita todos los instrumentos que hay en su despacho para realizar su trabajo. Si te fijas bien, descubrirás que hay seis instrumentos que no son propios de su oficio. ¿Eres capaz de encontrarlos?

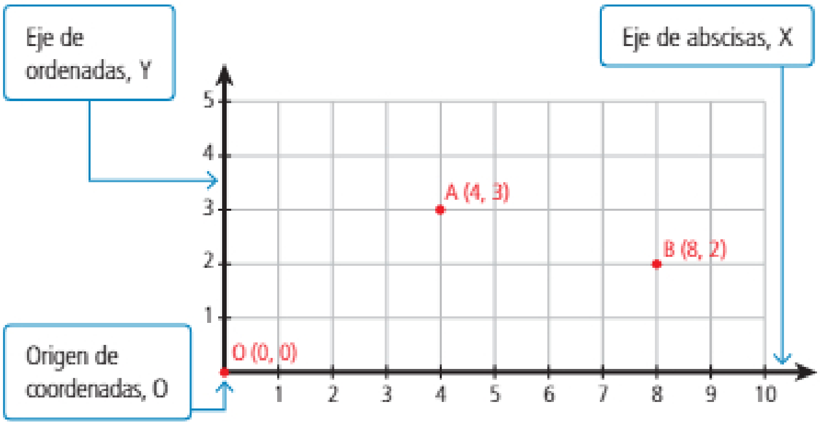


RECORDAR EL SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS

Para representar e identificar puntos en el plano, se utiliza el **sistema de coordenadas cartesianas.**

Dicho sistema está formado por dos rectas perpendiculares: la horizontal se llama **eje de abscisas,** o **eje X,** y la vertical, **eje de ordenadas,** o **eje Y.**

El punto de corte entre los dos ejes se denomina **origen de coordenadas, O.**

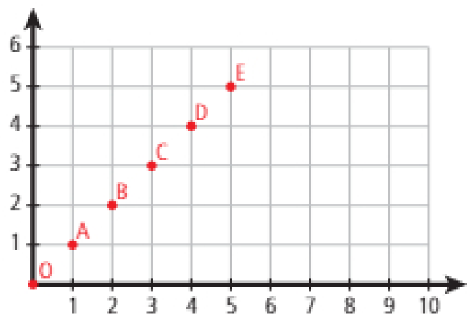


Para determinar la posición de cualquier punto del plano, se utilizan dos números llamados coordenadas, (x, y).

La primera coordenada indica la distancia horizontal del punto al eje Y, y la segunda coordenada, la distancia vertical del punto al eje X.

Los puntos situados sobre el eje X tiene coordenadas del tipo **$(x, 0)$,** mientras que los puntos situados sobre el eje Y tiene coordenadas del tipo **$(0, y)$.** El origen de coordenadas tiene coordenadas **O (0, 0).**

Escribe las coordenadas de los puntos representados en estos ejes y explica qué conclusión puedes extraer.

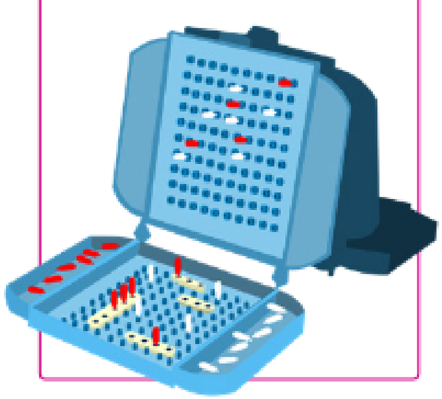


Las coordenadas de los puntos son O (0, 0), A (1, 1), B (2, 2), C (3, 3), D (4, 4), E (5, 5).

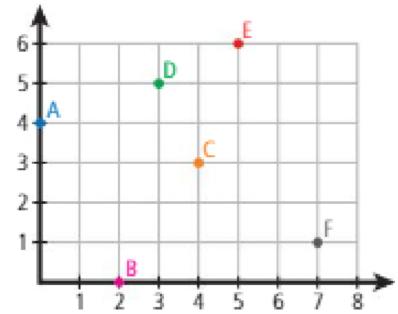
Como se puede observar, todos los puntos tienen iguales las dos coordenadas y se encuentran en la bisectriz del ángulo que forman los dos ejes de coordenadas.

guay

Algunos juegos de mesa se basan en algún tipo de sistema de coordenadas.



PRACTICAR Y AVANZAR



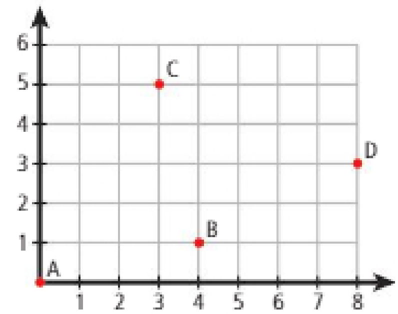
1 Escribe en tu cuaderno las coordenadas de los puntos representados en el sistema de coordenadas cartesianas de la derecha.

2 Representa en unos ejes de coordenadas los puntos P (2, 1), Q (5, 1), R (8, 1), S (3, 3), T (3, 5) y U (3, 9). ¿Qué puedes decir de los puntos que tienen la misma abscisa? ¿Y de los que tienen la misma ordenada?

3 ¿Qué tienen en común los puntos que se representan sobre el eje de abscisas? ¿Y los que se representan sobre el eje de ordenadas?

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

4 Adrián y Félix han escondido cuatro tesoros cada uno en el patio de la escuela y han elaborado un sistema de coordenadas cartesianas para representar sus ubicaciones. A la derecha se muestra dicho sistema, con las localizaciones de los tesoros de Félix. Adrián ha escondido los suyos en los puntos E (2, 2), F (1, 7), G (0, 5) y H (3, 4). Indica las coordenadas de los tesoros de Félix y representa en tu cuaderno dónde están ubicados los de Adrián.



5 Formad parejas de modo que cada miembro dibuje en unos ejes de coordenadas la posición de cuatro tesoros. A continuación, jugad a adivinar las coordenadas de las ubicaciones de los tesoros de vuestro compañero o compañera, indicando sus coordenadas. Podéis añadir normas al juego, como, por ejemplo, «el que encuentra un tesoro repite turno» o «no se permite esconder dos tesoros en puntos que tengan la misma abscisa o la misma ordenada».

COOPERATIVO
La sustancia

6 Representa los siguientes puntos en unos ejes de coordenadas cartesianas. Únelos e indica de qué polígono son vértices.

a. A (2, 3), B (5, 0), C (7, 2), D (4, 5)

b. E (1, 1), F (4, 1), G (4, 4)

c. H (2, 4), I (3, 2), J (5, 2), K (6, 4), L (5, 5)

d. M (2, 3), N (4, 1), O (4, 7), P (2, 5)

Dibuja el plano de tu habitación en unos ejes cartesianos. Representa los muebles utilizando formas geométricas e indica su ubicación mediante las coordenadas cartesianas de sus vértices. Puedes dividir los ejes de modo que la longitud de cada división corresponda al lado de las baldosas.

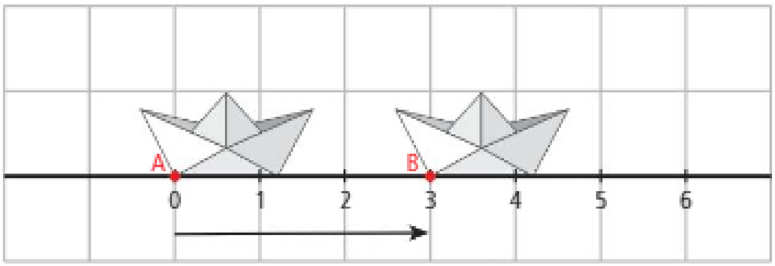
RECONOCER Y GENERAR TRASLACIONES

Una **traslación** es un **movimiento en el plano** que consiste en desplazar todos los puntos de una figura una cierta distancia en una dirección y un sentido determinados.

Un **movimiento en el plano** es una transformación geométrica que mantiene la forma y el tamaño de la figura a la que se aplica.

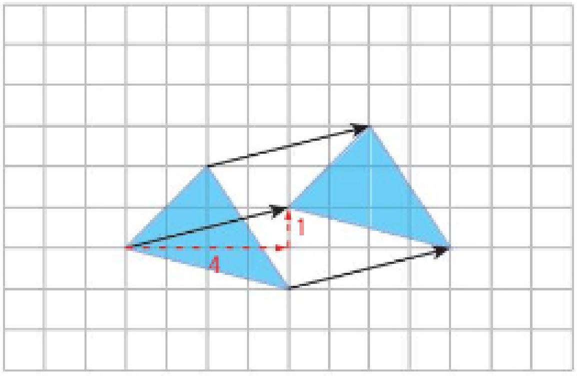
Las traslaciones pueden ser horizontales, verticales u oblicuas.

Este barquito se ha desplazado 3 unidades según una traslación horizontal.

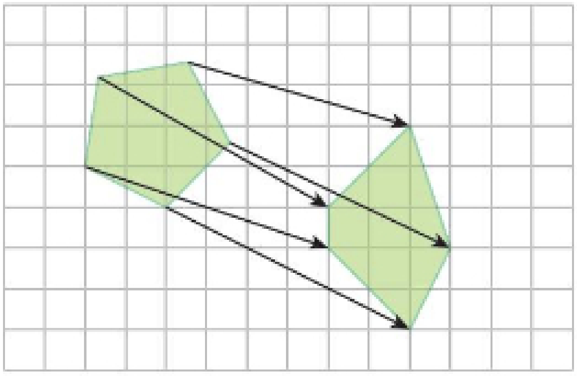


Una recta marca una dirección y dos sentidos: desde A hacia B y desde B hacia A.

A este triángulo se le ha aplicado una traslación de 4 unidades hacia la derecha y 1 unidad hacia arriba. Se trata, por tanto, de una traslación oblicua.



En este caso, no se ha aplicado ninguna traslación. La transformación no es ni siquiera un movimiento en el plano, puesto que el pentágono ha cambiado de forma.

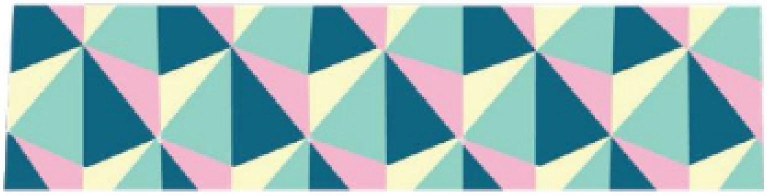


Las traslaciones se utilizan con frecuencia en el campo del arte y la decoración. Observa a tu alrededor: ¡hay innumerables objetos cuyo diseño incluye traslaciones!

PRACTICAR Y AVANZAR

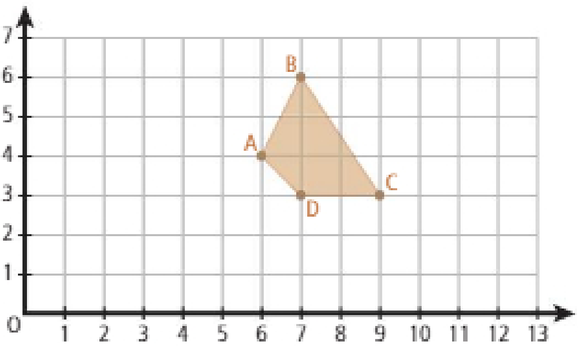
1 Dibuja en tu cuaderno unos ejes de coordenadas y sitúa los puntos P (1, 6), P′ (4, 3) y P″ (2, 1). Indica los desplazamientos horizontales y verticales que transforman el punto P en el punto P′ y el punto P′ en el punto P″.

2 Observa con atención la siguiente cenefa. Se ha diseñado a partir de traslaciones sucesivas de una única figura. Identifica dicha figura e indica el tipo de traslación (horizontal, vertical u oblicua) que se ha aplicado y el desplazamiento correspondiente.



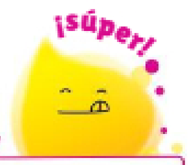
3 Reproduce los ejes de coordenadas y el cuadrilátero de la figura en tu cuaderno y aplícale una traslación de 5 unidades hacia la izquierda y 3 unidades hacia abajo. Escribe las coordenadas de los nuevos vértices que resultan (A′, B′, C′ y D′) y reflexiona sobre cómo se han obtenido a partir de los vértices originales.

RUTINA
Problema-solución



4 Formad grupos de cuatro personas y diseñad un bonito papel pintado para una habitación utilizando traslaciones. A continuación, te presentamos algunos ejemplos.

COOPERATIVO
Folio giratorio



Puedes utilizar polígonos regulares o cualquier otro tipo de figura plana para diseñar el patrón de repetición que será la base de tu papel pintado. ¿Qué tipo de traslación vas a utilizar? ¡Pon a funcionar tu creatividad!

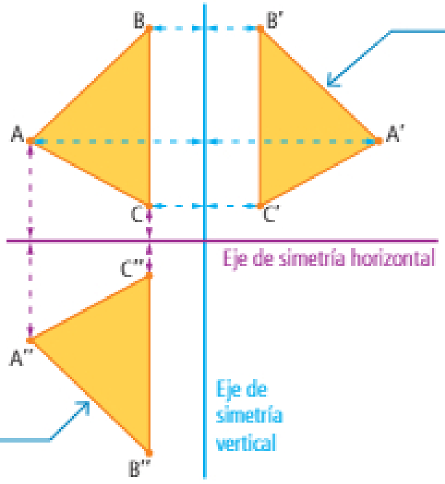
RECONOCER Y GENERAR SIMETRÍAS

SIMETRÍA AXIAL

Una **simetría axial** o **respecto a un eje** es un **movimiento en el plano** que transforma cualquier punto de una figura en otro punto que está a la misma distancia del eje, pero del otro lado.

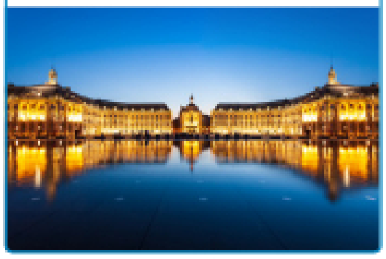
El eje de simetría puede ser una recta horizontal, vertical u oblicua.

El triángulo de vértices A'', B'' y C'' es simétrico al triángulo de vértices A, B y C respecto a un eje de simetría horizontal.



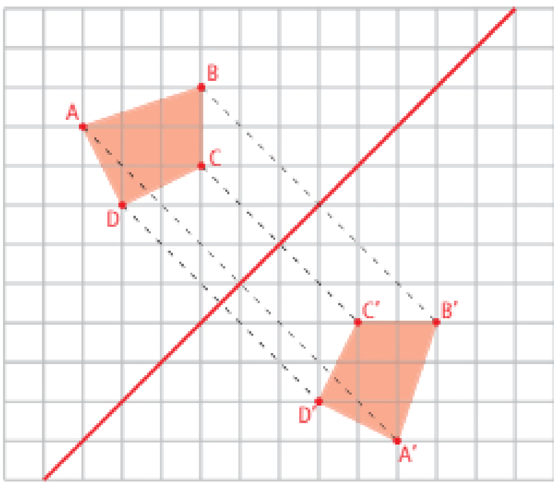
El triángulo de vértices A', B' y C' es simétrico al triángulo de vértices A, B y C respecto a un eje de simetría vertical.

Se observa simetría axial entre el objeto y la imagen que de este produce un espejo u otra superficie reflectante.

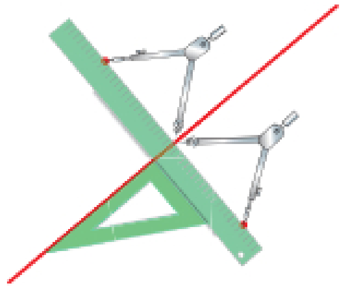


GENERACIÓN DE SIMETRÍAS

Para construir la figura simétrica de una figura dada, se trazan rectas perpendiculares al eje de simetría que pasen por los vértices de la figura y se trasladan las distancias entre los vértices y el eje al otro lado de este.



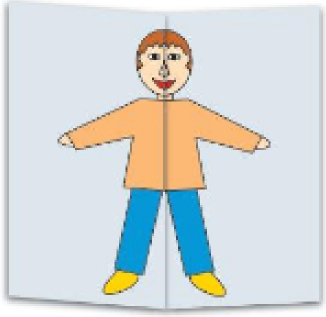
Para trazar las rectas perpendiculares, se puede usar la regla y la escuadra o el cartabón, y para trasladar las distancias, el compás.



EJES DE SIMETRÍA DE FIGURAS PLANAS

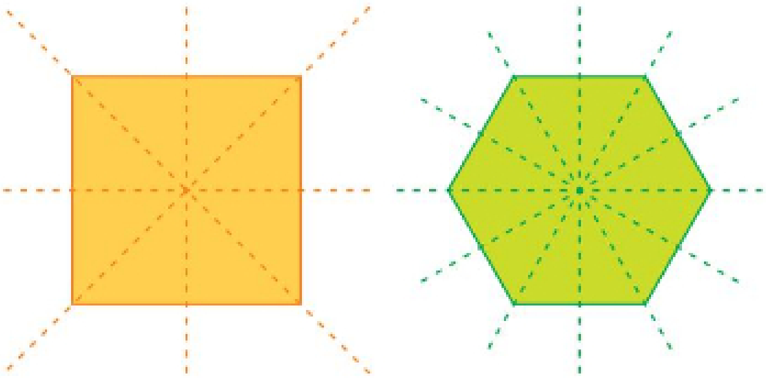
Una figura tiene un **eje de simetría** en una recta cuando dicha recta divide la figura en dos partes cuyos puntos son simétricos.

Al doblar una figura por su eje de simetría, las dos partes en las que queda dividida coinciden.



Los puntos correspondientes de una figura simétrica son **equidistantes** del eje de simetría, es decir, están a la misma distancia de él.

Traza los ejes de simetría de un cuadrado y de un hexágono regular.

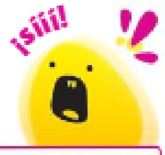


Los polígonos regulares tienen tantos ejes de simetría como lados.

El cuadrado tiene dos ejes de simetría que pasan por los puntos medios de los lados opuestos y otros dos ejes de simetría que pasan por los vértices opuestos.

El hexágono regular tiene tres ejes de simetría que pasan por los puntos medios de lados opuestos y otros tres que pasan por los vértices opuestos.

Cada eje de simetría divide la figura en dos partes simétricas.

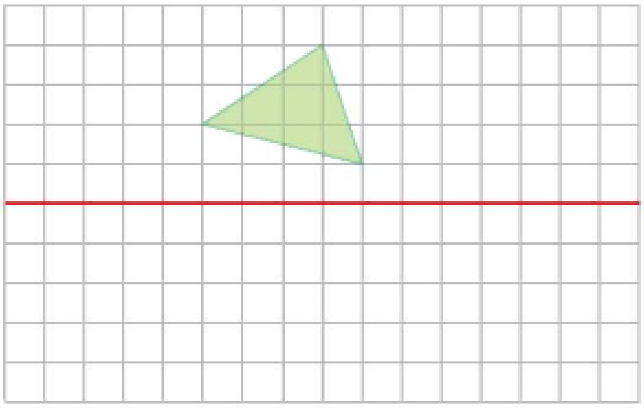


¿Eres capaz de encontrar más ejes de simetría en el timón del barco de los que hay dibujados?

Observa algunos ejemplos de simetrías que es posible reconocer en seres y objetos de nuestro entorno.

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Dibuja en tu cuaderno este triángulo y su simétrico respecto al eje que se indica.



2 Formad parejas. A continuación, uno de los miembros representará en su cuaderno en unos ejes de coordenadas el rombo que tiene por vértices A (4, 1), B (3, 3), C (4, 5) y D (5, 3), mientras que el otro habrá de encontrar su simétrico respecto a la recta que pasa por P (6, 4) y Q (6, 6).

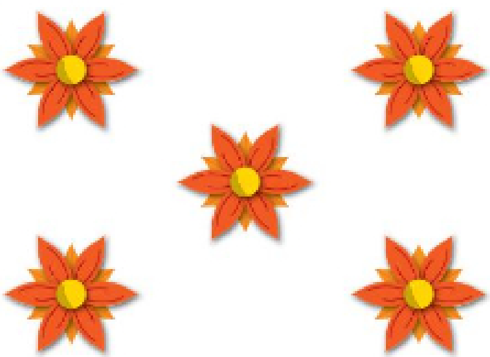
COOPERATIVO
Trabajo por parejas

3 Reproduce estas figuras en tu cuaderno y dibuja, en cada caso, todos los ejes de simetría. Explica el proceso que has seguido para localizarlos.

a.

c.

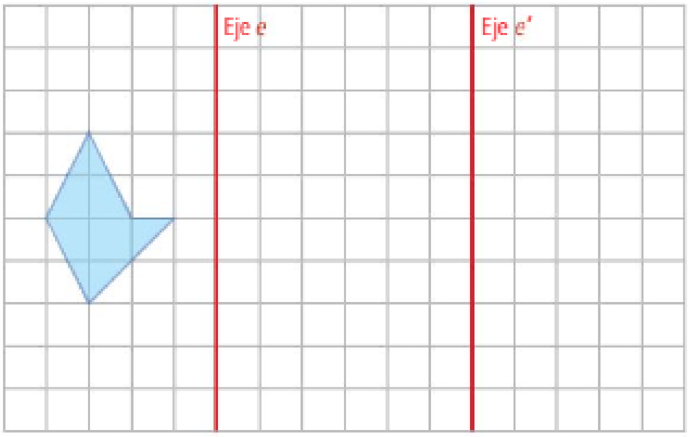
b.



d.

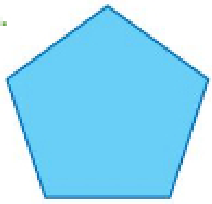
4 Dibuja en tu cuaderno este pentágono, así como los ejes que se indican. Seguidamente, aplica una simetría de eje *e* al pentágono y, a continuación, otra simetría de eje *e'* a la figura que se genere. ¿Qué observas?

RUTINA
Círculo de puntos de vista

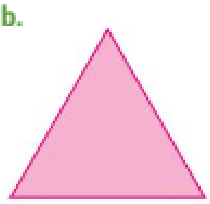


5 Dibuja estas figuras en tu cuaderno y señala los ejes de simetría. Comprueba que hay tantos como lados posee cada figura.

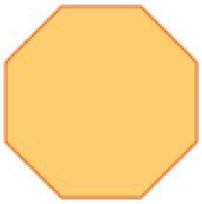
a.



b.

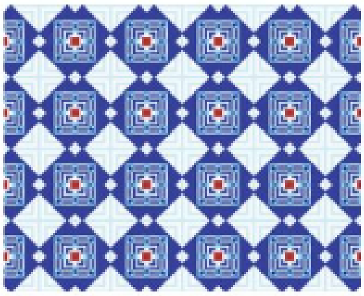


c.

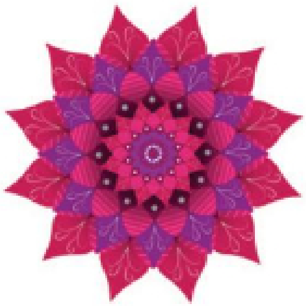


6 Encuentra los ejes de simetría de las siguientes imágenes.

a.



b.



7 Dibuja una figura que tenga 4 ejes de simetría. ¿De qué manera podrías doblar una hoja de papel para obtener una figura con varios ejes de simetría?

8 Observa atentamente tu habitación e identifica aquellos elementos que presenten algún tipo de simetría. Realiza un dibujo esquemático de dichos elementos y señala sus ejes de simetría.

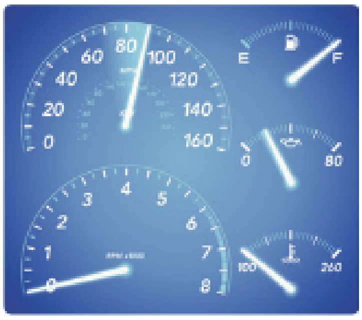
La simetría se relaciona con la belleza y el equilibrio. Por ello, muchos de los muebles que encontrarás en tu habitación presentan algún tipo de simetría. De igual modo, tendemos a disponer los objetos simétricamente respecto a ciertos ejes imaginarios situados en la habitación. Identifica todos esos ejes.

RECONOCER Y GENERAR GIROS

Un **giro** es un **movimiento en el plano** que desplaza todos los puntos de una figura un determinado ángulo alrededor de un punto, llamado **centro de giro, O.**

Un giro tiene **sentido positivo** cuando es contrario al de las agujas del reloj, y **sentido negativo** cuando coincide con el de las agujas del reloj.

En el panel de instrumentos de muchos vehículos, la velocidad, las revoluciones del motor o el nivel de combustible se expresan mediante el giro de una manecilla. El centro de giro se encuentra en la base de la manecilla y el sentido de giro puede ser positivo o negativo.

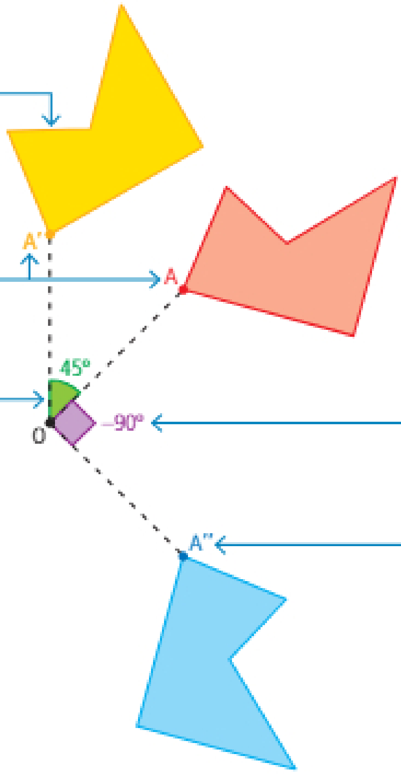


Observa los dos giros que se han aplicado al polígono de color rojo.

El polígono amarillo se obtiene al aplicar un giro sobre el polígono rojo con centro en O y ángulo de 45°.

Para determinar el ángulo de giro, se requieren dos puntos de referencia: un punto, A, situado en el polígono rojo, y su correspondiente, A', que se encuentra en el polígono amarillo.

Los segmentos que resultan de unir A con O y A' con O forman 45°. El sentido de giro es positivo porque es contrario al de las agujas del reloj.



El polígono azul se obtiene al aplicar un giro con centro en O y un ángulo de –90°.

El sentido de giro es negativo por tener lugar en el sentido de las agujas del reloj.
Se indica colocando el signo menos (–) delante de la cifra que indica el ángulo.

Para medir el ángulo de giro, se trazan los segmentos que resultan de unir A con O y A'' con O y se mide el ángulo con el transportador.

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Indica, en cada caso, qué tipo de movimiento en el plano se ha aplicado para obtener la segunda figura a partir de la primera.

a.

b.

c.

2 Dibuja en unos ejes de coordenadas un segmento AB, teniendo en cuenta que sus coordenadas son A (5, 0) y B (7, 3). Seguidamente, aplícale un giro de 90° con centro en O (2, 2). Escribe las coordenadas de los extremos del segmento A'B' resultante.

3 Observad con atención la figura de la derecha y averiguad la amplitud de los ángulos y el sentido de los giros con centro en O que se indican.

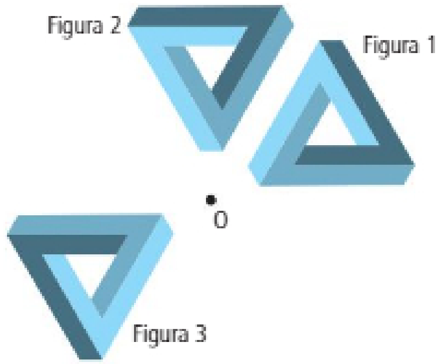
a. Giro que transforma la figura 1 en la figura 2.

b. Giro que transforma la figura 2 en la figura 3.

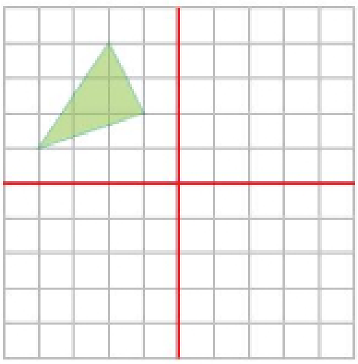
c. Giro que transforma la figura 1 en la figura 3.

¿Qué relación observáis entre los tres ángulos de giro?

COOPERATIVO
Lápices al centro



4 Dibuja en tu cuaderno el siguiente triángulo y aplícale una simetría respecto al eje horizontal y otra a la figura que resulta respecto al eje vertical. ¿Qué giro, aplicado a la figura inicial, produce la misma figura que las dos simetrías sucesivas?



RUTINA
Problema-solución

5 Dibuja los muebles en el plano de tu habitación y modifica su orientación para probar diferentes diseños de interior. Identifica los giros, indicando el centro de giro, el sentido y la amplitud del ángulo.

Puedes recortar las representaciones de los muebles para moverlas con comodidad sobre el plano de tu habitación.

RECONOCER Y GENERAR FIGURAS SEMEJANTES

Una **semejanza** es una transformación geométrica que mantiene la forma de las figuras, aunque no necesariamente el tamaño.

¿Son las semejanzas movimientos en el plano?

Las semejanzas son transformaciones que conservan los ángulos.

Justifica si las siguientes imágenes son o no semejantes.

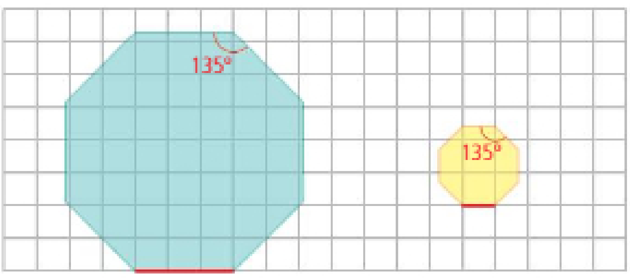
Estas dos figuras son semejantes, porque tienen la misma forma, aunque distinto tamaño.

Estas dos figuras no son semejantes, puesto que las formas son diferentes.

RAZÓN DE SEMEJANZA

El cociente de las longitudes correspondientes de dos figuras semejantes se conoce como **razón de semejanza.**

Indica si las siguientes figuras son semejantes y, en caso afirmativo, determina la razón se semejanza.

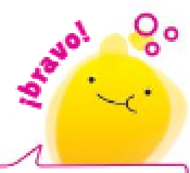


Las dos figuras son semejantes, pues ambas son octógonos regulares; por tanto, tienen la misma forma, aunque diferente tamaño.

La razón de semejanza se obtiene al dividir el lado de uno entre el lado del otro.

En este caso, $r = \frac{3}{1} = 3$, es decir, la razón de semejanza es 3.

Dos **figuras** son **semejantes** cuando los cocientes de todos los pares de longitudes correspondientes son idénticos e iguales a la razón de semejanza.



Entre dos figuras semejantes existen dos razones según se dividan las longitudes de una figura entre las longitudes de la otra o viceversa.

AMPLIACIONES Y REDUCCIONES

Las ampliaciones y las reducciones son transformaciones de semejanza.

- Para **ampliar** una figura, se multiplican sus longitudes por el mismo número.
- Para **reducir** una figura, se dividen sus longitudes por el mismo número.

El número por el que se multiplica o divide es la **razón de semejanza** entre la figura original y la ampliada o reducida, respectivamente.

Reduce el rectángulo cuyos lados miden 3 cm y 6 cm, de manera que se reduzca a una tercera parte.

Para reducir la figura, se dividen sus longitudes entre 3, con lo que se obtiene un nuevo rectángulo con lados de 1 cm y 2 cm:

$$\boxed{\frac{2}{6} = \frac{1}{3}}$$

La razón de semejanza es $\frac{1}{3}$.

Lucía y Mario han preparado un álbum con las mejores fotografías de su viaje a París. Todas tienen un tamaño de 15 cm × 18 cm, pero quieren ampliar las dimensiones de su preferida un 50 % para enmarcarla. ¿Qué medidas tendrá la nueva fotografía? ¿Cuál es la razón de semejanza entre la fotografía inicial y la ampliada?

Ampliar un 50 % es equivalente a un aumento del 150 %.

150 % de 15 = 1,5 × 15 = 22,5 cm 150 % de 18 = 1,5 × 18 = 27 cm

La ampliación tendrá unas medidas de 22,5 cm × 27 cm.

Para calcular la razón de semejanza, se dividen el largo y el ancho de la ampliación por los del original.

$$\frac{27}{18} = \frac{22,5}{15} = 1,5$$

Como las razones son iguales, las fotografías son, en efecto, semejantes, y la razón de semejanza es 1,5.

Las representaciones a escala, como mapas, planos y maquetas, son siempre semejantes a los elementos reales que representan.

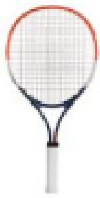
PRACTICAR Y AVANZAR

1 Dos de estas raquetas son semejantes. Indica de cuáles se trata y qué procedimiento has seguido para averiguarlo.

a.

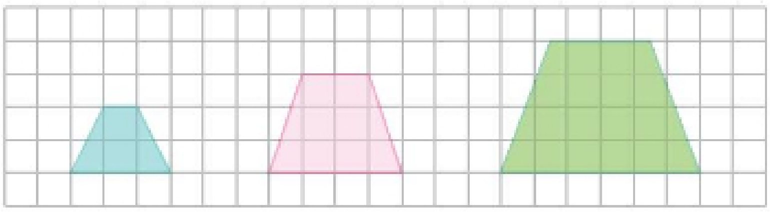
b.

c.



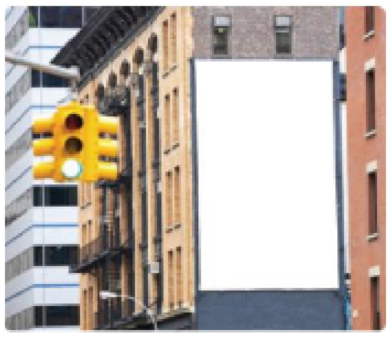
d.

2 Indica cuáles de estos polígonos son semejantes y calcula la razón de semejanza.

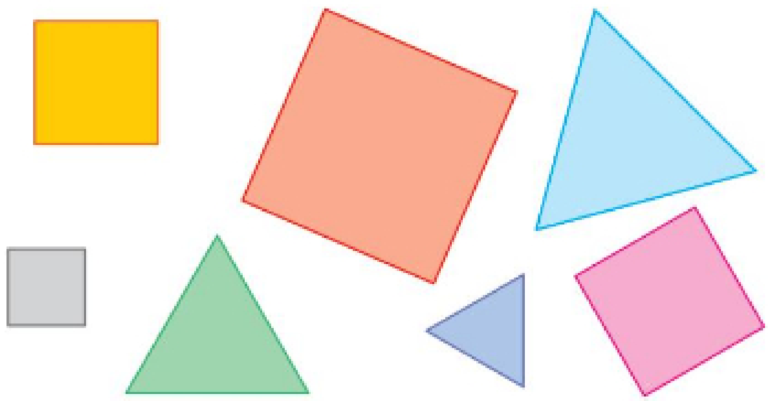


3 Los lados de un cuadrilátero miden 2 cm, 3,3 cm, 3,6 cm y 4,8 cm, respectivamente. Comprueba que es semejante a otro cuyos lados miden 4 cm, 6,6 cm, 7,2 cm y 9,6 cm y halla las dos razones de semejanza según se tome una figura respecto a la otra o viceversa.

4 Antonia ha alquilado un espacio publicitario de 2 m de ancho por 4 m de alto en el que quiere exhibir una imagen del logo de su empresa. Si este mide 25 cm de ancho por 50 cm de alto, ¿cuál debe ser la razón con la que ha de ampliar la imagen? ¿Encajará la imagen en el espacio publicitario? ¿Son ambas figuras semejantes?

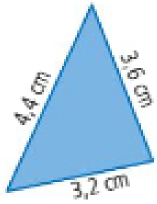


5 ¿Todos los triángulos equiláteros son semejantes? ¿Y todos los cuadrados? Razona tu respuesta.



RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

6 Dibuja en tu cuaderno un triángulo semejante al representado, de modo que la razón de semejanza sea 0,5.

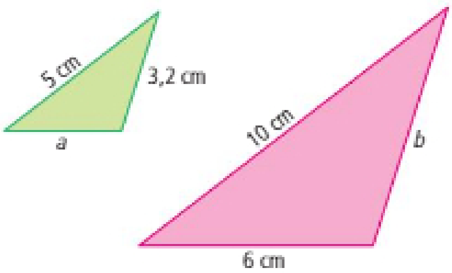


7 Ramiro ha creado con barro un réplica del *David* de Miguel Ángel a escala 1 : 20. La altura de la escultura original es de 5,17 m. ¿Qué altura tiene la réplica? ¿Cuál es la razón de semejanza entre ambas figuras?

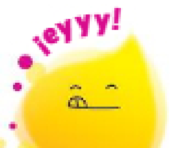
8 Una lámina de 100 cm de ancho y 50 cm de alto tiene un marco alrededor de 10 cm de ancho. ¿Son semejantes los rectángulos interior y exterior del marco? Razona tu respuesta.

COOPERATIVO
Mejor entre todos

9 Encuentra las longitudes que faltan de estos triángulos semejantes.



10 Calcula la escala a la que has realizado el plano de tu habitación. Si lo consideras oportuno, puedes aumentar o reducir su tamaño.



Calcula la razón entre diferentes longitudes de tu plano y las correspondientes de tu habitación, a fin de constatar que en todos los casos se obtiene el mismo valor y que, en consecuencia, el plano y la habitación mantienen una relación de semejanza.

¿QUÉ HEMOS APRENDIDO?

Podrás aplicar todos estos contenidos durante el desarrollo de tu proyecto. No olvides buscar imágenes con las que ilustrar los conceptos y actualizar tu kanban.

1 Este es el resumen de las ideas principales de esta unidad. Cópialo en tu cuaderno o reescríbelo con tus propias palabras si eso te ayuda a comprenderlo. Añade cualquier otro conocimiento que hayas adquirido que no figure en esta propuesta.

Para representar e identificar puntos en el plano, se utiliza el **sistema de coordenadas cartesianas:**

- La recta horizontal se llama **eje de abscisas,** o **eje X,** y la vertical, **eje de ordenadas,** o **eje Y.**
- El punto de corte entre los dos ejes se denomina **origen de coordenadas, O.**

Una **traslación** es un **movimiento en el plano** que consiste en desplazar todos los puntos de una figura una cierta distancia en una dirección y un sentido determinados.

Una **simetría axial** o **respecto a un eje** es un **movimiento en el plano** que transforma cualquier punto de una figura en otro punto que está a la misma distancia del eje, pero del otro lado.

Para construir la **figura simétrica** de una figura dada, se trazan rectas perpendiculares al eje de simetría que pasen por los vértices de la figura y se trasladan las distancias entre los vértices y el eje al otro lado de este.

Una figura tiene un **eje de simetría** en una recta cuando dicha recta divide la figura en dos partes cuyos puntos son simétricos.

Un **giro** es un **movimiento en el plano** que desplaza todos los puntos de una figura un determinado ángulo alrededor de un punto, llamado **centro de giro, O.**

- Un giro tiene **sentido positivo** cuando es contrario al de las agujas del reloj.
- Un giro tiene **sentido negativo** cuando coincide con el de las agujas del reloj.

Una **semejanza** es una transformación geométrica que mantiene la forma de las figuras, aunque no necesariamente el tamaño.

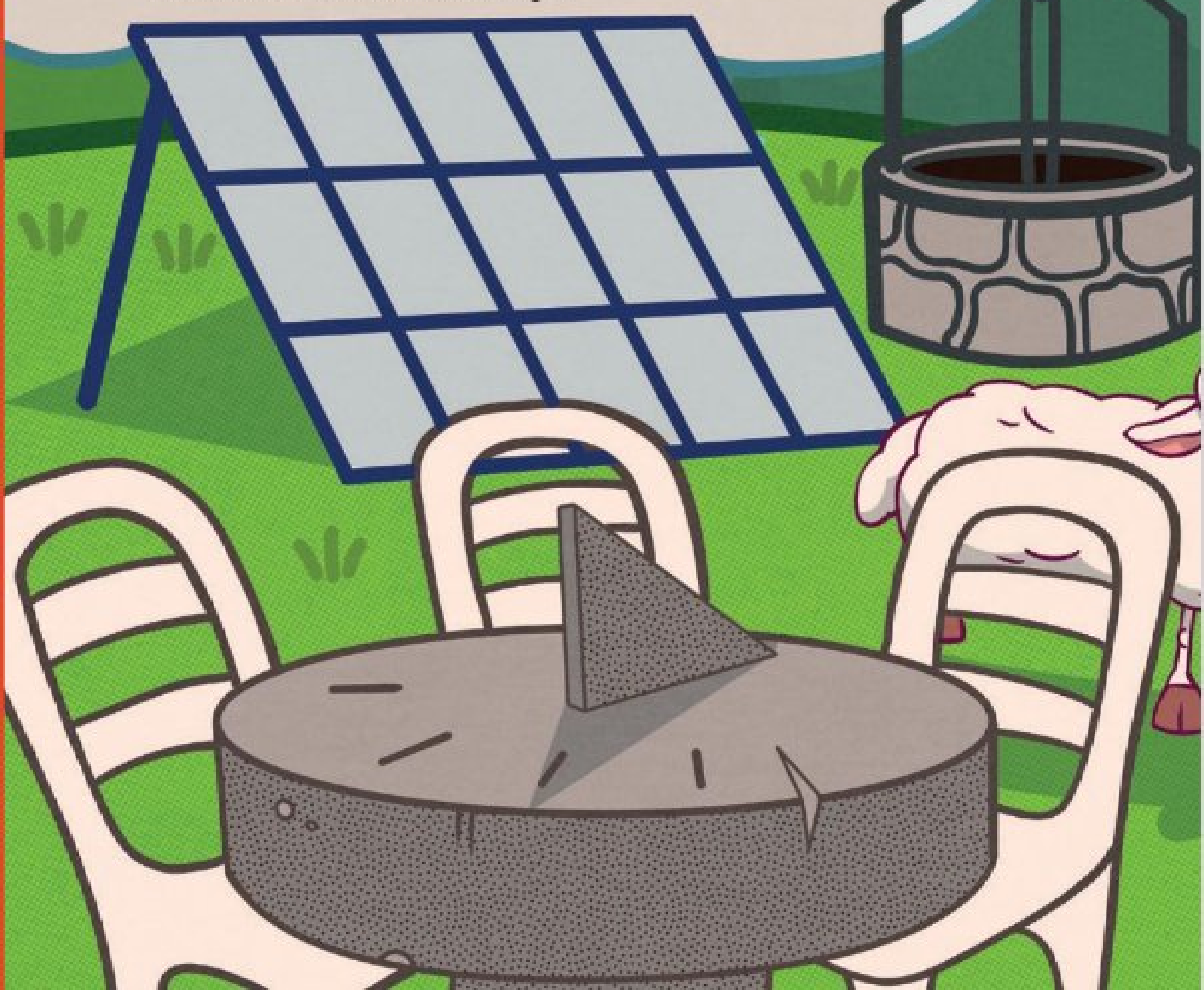
La **razón de semejanza** de dos figuras semejantes es el cociente de las longitudes correspondientes.

2 Elabora un mapa conceptual con las ideas principales de la unidad y compártelo con tus compañeros y compañeras. Después, formad grupos de cuatro y examinad críticamente los mapas. Modifica tu mapa conceptual tras esta revisión crítica cuanto sea necesario para mejorar tu trabajo.

COOPERATIVO
Mapa conceptual a cuatro bandas

6 ES HORA DE DAR UN GIRO

¡Oh no! Esta vivienda se está construyendo con una orientación que no es la adecuada. Para que pueda aprovechar al máximo las horas de Sol, la entrada debe estar orientada en la dirección contraria, mirando hacia el sur. ¿Serías capaz de cambiar su orientación moviendo tan solo dos vigas?

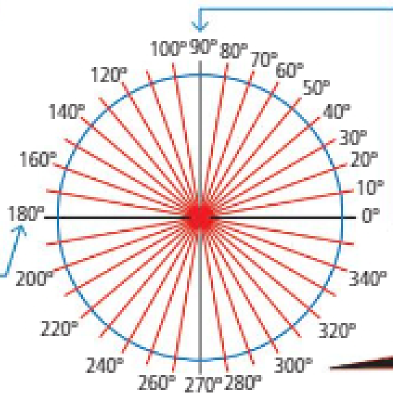


MEDIR ÁNGULOS

EL GRADO

Un **grado** es el ángulo que corresponde al arco que resulta de dividir una circunferencia en 360 partes iguales.

El ángulo que corresponde a media circunferencia se llama **ángulo llano** y mide 180º.



El ángulo que corresponde a un cuarto de circunferencia se denomina **ángulo recto** y mide 90º.

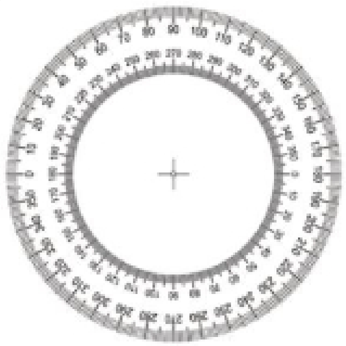
Un ángulo con valor numérico mayor que 360 corresponde a un giro de más de una vuelta. Para conocer su **ángulo equivalente** menor de 360º, se divide su amplitud entre 360: el cociente es el número de vueltas, y el resto, el ángulo equivalente.

El ángulo de 800º equivale a 2 vueltas más un ángulo de 80º.

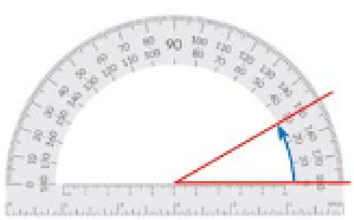
$$\begin{array}{r|l} 800 & \underline{360} \\ 080 & 2 \end{array}$$

USO DEL TRANSPORTADOR DE ÁNGULOS

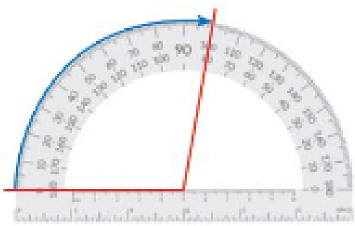
El **transportador** de ángulos permite medir y dibujar ángulos. El más común tiene forma de semicircunferencia y abarca medidas entre 0º y 180º, aunque los hay que forman una circunferencia completa y abarcan entre 0º y 360º.



Para medir un ángulo, se coloca el centro del transportador en el vértice del ángulo y se hace coincidir la línea del 0 con uno de los lados del ángulo. La intersección del otro lado con la escala graduada del transportador indica la amplitud del ángulo.



Este ángulo mide 30º. Al alinear el transportador con uno de los lados del ángulo, el valor 0 se encuentra en la escala graduada interior, por lo que hay que observar la intersección del otro lado con la escala interior.



Este ángulo mide 100º. Al alinear el transportador con uno de los lados del ángulo, el valor 0 se halla en la escala graduada exterior; así, hay que observar en este caso la intersección del otro lado con la escala exterior.

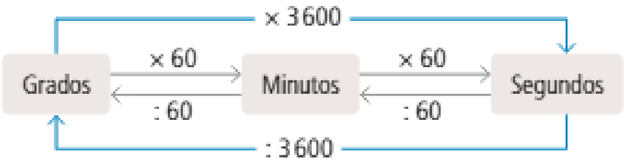
Al medir ángulos, hay que considerar aquella escala graduada en la que el 0 aparece alineado con uno de los lados del ángulo que se quiere medir.

EL SISTEMA SEXAGESIMAL

Un **sistema sexagesimal** es un sistema de numeración posicional de base 60; es decir, 60 unidades de un orden equivalen a una unidad del orden superior.

Los ángulos se miden mediante un sistema sexagesimal formado por tres unidades: el **grado (°)**, el **minuto (′)** y el **segundo (″)**.

1° = 60′   **1′ = 60″**



EXPRESIÓN DE UN ÁNGULO EN FORMA COMPLEJA E INCOMPLEJA

La medida de un ángulo se expresa en **forma compleja** cuando se indica en varias unidades diferentes: grados, minutos y segundos; mientras que se expresa en forma **incompleja o simple** cuando se indica en una única unidad: sean grados, minutos o segundos.

Forma compleja: 143° 18′ 25″

Forma incompleja o simple: 7 635′

Paso de forma compleja a incompleja

Expresa el ángulo 45° 20′ 39″ en segundos.

Se multiplican los 45° por 3 600 y los 20′ por 60 para obtener los segundos y se suman los resultados a los 39″.

$$\begin{array}{lcr} 45° \times 3600 & \rightarrow & 162\,000'' \\ 20' \times 60 & \rightarrow & 1\,200'' \\ 39'' & \rightarrow & 39'' \\ \hline & & 163\,239'' \end{array}$$

Por tanto, 45° 20′ 39″ = 163 239″.

Expresa el ángulo 92° 30′ en grados.

Se divide 30′ entre 60 para obtener los grados, y el resultado se suma a los 92°.

$$30' : 60 = 0{,}5°$$

Finalmente, se suman los grados:

$$92° \, 30' = 92° + 0{,}5° = 92{,}5°$$

Paso de forma incompleja a compleja

Expresa en forma compleja el ángulo 3 088′.

Se dividen los 3 088′ entre 60. El cociente corresponde a los grados, y el resto, a los minutos sobrantes.

$$\begin{array}{r|l} 3\,0\,8\,8 & 6\,0 \\ \hline 0\,8\,8 & 5\,1 \\ 2\,8 & \end{array}$$

Por tanto, 3 088′ = 51° 28′

Expresa en forma compleja el ángulo 102,25°.

Se considera que 102,25° = 102° + 0,25° y se multiplica por 60 para convertir los 0,25° en minutos:

$$0{,}25° \times 60 = 15'$$

Por tanto, 102,25° se expresa en forma compleja como:

$$102{,}25° = 102° \, 15'$$

PRACTICAR Y AVANZAR

Las calculadoras científicas disponen de una tecla que permite expresar los ángulos en grados, minutos y segundos.

° ′ ″

1 Completa estas igualdades en tu cuaderno, expresando cada ángulo en la unidad del sistema sexagesimal que se indica, y comprueba los resultados con la calculadora.

a. 45° = ____′
b. 32′ = ____″
c. 67° = ____″
d. 2 100′ = ____°
e. 2 880″ = ____′
f. 212 400″ = ____°

2 Expresa en tu cuaderno en forma incompleja o simple los siguientes ángulos dados en forma compleja.

a. 105° 34′ 52″ = ____″
b. 37° 15′ = ____°
c. 15° 26″ = ____″
d. 240° 10′ = ____′
e. 60° 30′ = ____°
f. 73° 46′ = ____′

3 Expresa en forma compleja los siguientes ángulos dados en forma simple.

a. 1 939′
b. 249 606″
c. 4 925″
d. 9 214′
e. 648 000″
f. 2 188′

4 Averigua el número de vueltas y el ángulo equivalente menor de 360° que corresponde a los siguientes ángulos.

a. 1 121°
b. 838°
c. 1 452°
d. 783°
e. 483°
f. 1 092°

5 Copia en tu cuaderno y relaciona los ángulos equivalentes.

RUTINA
Generar, clasificar, relacionar, desarrollar

795°	56′	84,75°	33° 12′

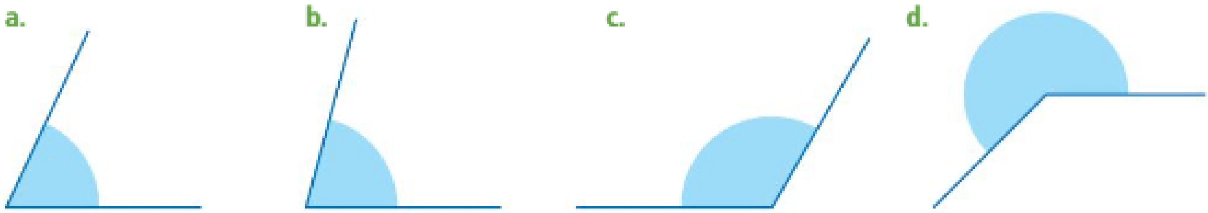
3 360″	4 500′	119 520″	84° 45′

Recuerda que el ángulo recto mide 90°, un ángulo agudo es menor que el ángulo recto y un ángulo obtuso es mayor que este.

6 Clasifica los siguientes ángulos en agudos, rectos u obtusos.

a. 145°
b. 32° 5′ 36″
c. 89° 59′ 60″
d. 82 800″
e. 3 780′
f. 360 000″
g. 90,1°
h. 272° 12′

7 Mide con el transportador estos ángulos.

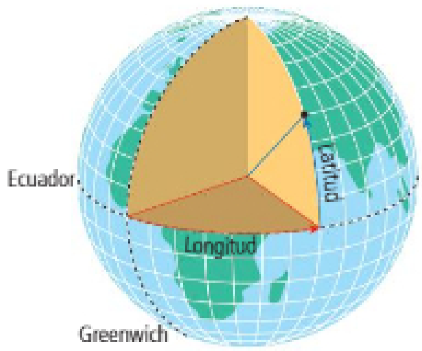


8 Dibuja en tu cuaderno los siguientes ángulos, utilizando el transportador.

47°	135°	80°	110°	270°	200°

9 El sistema sexagesimal se utiliza también para localizar un punto sobre la superficie del globo terráqueo mediante las coordenadas terrestres: latitud y longitud. La latitud (N-S) es el ángulo que corresponde al arco tendido entre el punto que se quiere localizar y el ecuador sobre el meridiano que pasa por dicho punto. Por su parte, la longitud (E-O) es el ángulo que corresponde al arco tendido entre el punto que se pretende ubicar y el meridiano de Greenwich sobre el paralelo que pasa por dicho punto. Por ejemplo, las coordenadas terrestres de Madrid son 40° 24′ 59′′ de latitud norte y 3° 42′ 09′′ de longitud oeste.

COOPERATIVO
Mejor entre todos



a. Interpretad las coordenadas terrestres de la ciudad de Buenos Aires (latitud: 34° 36′ 47′′ S; longitud: 58° 22′ 38′′ O) y decid si está más cerca o más lejos del ecuador terrestre que Madrid.

b. ¿Cuáles crees que son las coordenadas del Polo Norte? ¿Y las del Polo Sur? Justificad las respuestas.

c. ¿Cómo son las coordenadas de un punto sobre el ecuador terrestre?

10 Los relojes solares más simples están formados por una varilla, llamada gnomon, que se coloca sobre una superficie plana en la que se dibuja una escala graduada. Construye la estructura de tu reloj solar y observa las sombras que proyecta el gnomon durante la salida y la puesta del Sol. ¿Qué ángulo forman ambas sombras? Expresa los resultados en forma compleja y en forma incompleja.

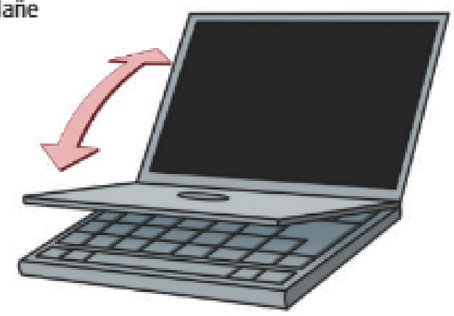
En general, el gnomon se dispone perpendicularmente a la escala graduada, pero también puede colocarse formando un ángulo agudo con esta. Ello reduce la longitud de las sombras y, en consecuencia, la superficie del reloj solar.

REALIZAR OPERACIONES CON ÁNGULOS

SUMA Y RESTA DE ÁNGULOS

Para **sumar o restar ángulos,** hay que expresarlos en las mismas unidades y sumar o restar las cantidades de igual orden por separado, ajustando las unidades cuando sea necesario.

El portátil de Luna está abierto de manera que la pantalla forma con el teclado un ángulo de 29° 42′ 39″. La inclinación ideal para que la imagen no le dañe los ojos ha de estar comprendida entre los 90° y los 120°. Si Luna abre el portátil otros 63° 57′ 38″, ¿consigue una situación idónea de trabajo?



Hay que sumar los ángulos 29° 42′ 39″ y 63° 57′ 38″.

Se colocan los ángulos en vertical de manera que coincidan en la misma columna las unidades de igual orden.

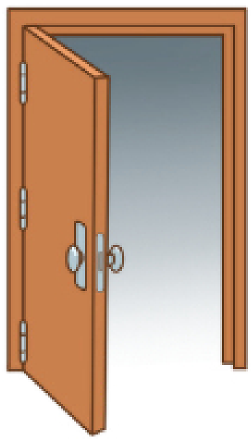
Se suman por separado las unidades del mismo orden.

Se ajustan los resultados, para que no se superen los 60″ ni los 60′.

$$\begin{array}{rrrr}
 & 29^\circ & 42' & 39'' \\
+ & 63^\circ & 57' & 38'' \\
\hline
 & 92^\circ & 99' & 77'' \\
 & \mathbf{+\,1^\circ} & \mathbf{+\,1'} & \\
\hline
 & \mathbf{93^\circ} & 100' & \\
 & & \boxed{\begin{array}{r}\mathbf{40'}\\ \mathbf{+\,60'}\end{array}} & \boxed{\begin{array}{r}\mathbf{17''}\\ \mathbf{+\,60''}\end{array}}
\end{array}$$

El portátil queda abierto 93° 40′ 17″, es decir, está dentro del rango.

Álvaro tiene entreabierta la puerta de su habitación, de modo que forma un ángulo de 76° 28′ 12″ con la pared. Sale un momento y la cierra parcialmente. Si la ha girado 49° 54′ 40″ con respecto a su posición inicial, ¿qué ángulo forma ahora la puerta?



Hay que restar los ángulos 76° 28′ 12″ y 49° 54′ 40″.

Como hay menos minutos en el minuendo que en el sustraendo, se transforma 1° en 60′ y se suman al minuendo.

Como hay menos segundos en el minuendo que en el sustraendo, se transforma 1′ en 60″ y se suman al minuendo.

$$\begin{array}{rrrr}
 & \boxed{\begin{array}{r}\mathbf{75^\circ}\\ \mathbf{+\,1^\circ}\end{array}} & \boxed{\mathbf{+\,60'}} & \\
 & 76^\circ & 28' & 12'' \\
- & 49^\circ & 54' & 40'' \\
\hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rrrr}
 & & \boxed{\begin{array}{r}\mathbf{87'}\\ \mathbf{+\,1'}\end{array}} & \boxed{\mathbf{+\,60''}} \\
 & \mathbf{75^\circ} & 88' & 12'' \\
- & 49^\circ & 54' & 40'' \\
\hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rrrr}
 & \mathbf{75^\circ} & \mathbf{87'} & \mathbf{72''} \\
- & 49^\circ & 54' & 40'' \\
\hline
 & 26^\circ & 33' & 32''
\end{array}$$

La puerta forma ahora un ángulo de 26° 33′ 32″.

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE ÁNGULOS POR UN NÚMERO

Para **multiplicar** un ángulo expresado en **forma compleja** por un número, se multiplican por separado las cantidades de cada orden por dicho número y se ajustan las unidades cuando sea necesario.

Si el **ángulo** está **expresado en forma incompleja o simple,** se multiplica el ángulo por el número y se deja la unidad en la que esté expresado.

Para dibujar una circunferencia, Ana abre el compás con una abertura de 43º 51′ 39′′. Miriam, por su parte quiere dibujar una circunferencia cuyo radio sea el triple que el de la de Ana. ¿Qué abertura tendrá que tener su compás?

Para responder a esta pregunta, hay que multiplicar 43º 51′ 39′′ × 3.

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 43^\circ & 51' & 39'' \\
\times & & & 3 \\
\hline
 & 129^\circ & 153' & 117'' \\
 & & +\ 1' & \\
\cline{3-3}
 & & 154' & \boxed{57'' \; +\ 60''} \\
 & +\ 2^\circ & \boxed{34' \; +\ 120'} & \\
\cline{2-2}
 & 131^\circ & &
\end{array}
$$

117′′ = **60′′** + **57′′** = **1′** + **57′′**

154′ = **120′** + **34′** = **2º** + **34′**

El ángulo del compás de Miriam mide 131º 34′ 57′′.

Para **dividir** un ángulo expresado en **forma compleja** por un número, se dividen por separado las unidades de cada orden por dicho número (empezando por los grados hasta los segundos) y se transforman y acumulan los restos de cada división en las unidades correspondientes de orden inferior.

Si el **ángulo** está **expresado en forma incompleja o simple,** se divide por el número y se deja la unidad en la que esté expresado.

César ha trazado la bisectriz del ángulo 85º 17′ 4′′. ¿Cuánto mide cada una de las partes en las que ha quedado dividido el ángulo?

La bisectriz del ángulo, lo divide en dos partes iguales. Por tanto, hay que calcular 85º 17′ 4′′ : 2.

$$
\begin{array}{llll|l}
\mathbf{85^\circ} & 17' & & 4'' & 2 \\
\cline{5-5}
05^\circ & & & & 42^\circ\ \ 38'\ \ 32'' \\
1^\circ \rightarrow & +\ 60' & & & \\
\cline{2-2}
 & \mathbf{77'} & & & \\
 & 17' & & & \\
 & 1' \rightarrow & +\ 60'' & & \\
\cline{3-3}
 & & \mathbf{64''} & & \\
 & & 04'' & & \\
 & & 0'' & &
\end{array}
$$

Cada una de las partes en las que queda dividido el ángulo tiene una amplitud de 42º 38′ 32′′.

Calcula el cuádruple del ángulo que mide 46,5º y la cuarta parte del que mide 128,24′′.

El cuádruple de 46,5º es 46,5º × 4 = 186º.

La cuarta parte de 128,24′′ es 128,24′′ : 4 = 32,06′′.

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Calcula las siguientes sumas de ángulos en el sistema sexagesimal.

a. 24° 37′ 54″ + 32° 40′ 13″
b. 59° 9′ 21″ + 46° 30′ 28″
c. 128° 6′ 34″ + 2° 50′ 15″
d. 78° 31′ 27″ + 20° 25′ 44″
e. 35° 22′ 8″ + 89° 43′ 12″
f. 14° 57′ 44″ + 74° 26′ 19″

2 Calcula estas restas de ángulos expresados en forma compleja.

a. 105° 39′ 4″ – 82° 20′ 3″
b. 74° 33′ 21″ – 72° 43′ 11″
c. 76° 53′ 45″ – 62° 38′ 43″
d. 124° 9′ 16″ – 75° 24′ 47″
e. 158° 22′ 46″ – 132° 41′ 14″
f. 94° 35′ 17″ – 62° 40′ 18″

3 Calcula, en cada caso, el ángulo complementario o el ángulo suplementario siguiendo el ejemplo.

El ángulo complementario y el suplementario de un ángulo determinado se calculan restando este ángulo a 90°, en el primer caso, y a 180°, en el segundo.

El ángulo complementario de 34° 15′ 42″ es:

90° – 34° 15′ 42″ → 89° 59′ 60″ – 34° 15′ 42″ = 55° 48′ 18″

El ángulo suplementario de 87° 32′ 53″ es:

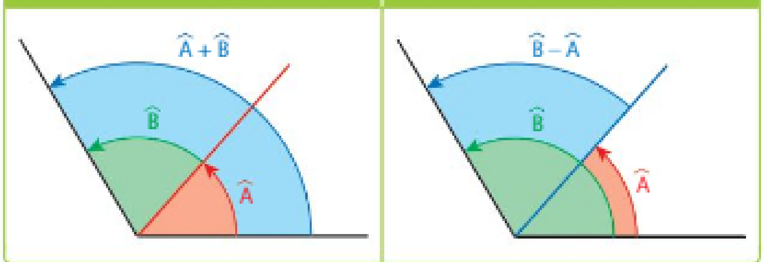
180° – 87° 32′ 53″ → 179° 59′ 60″ – 87° 32′ 53″ = 92° 27′ 7″

a. Complementario de 25° 26′ 27″.
b. Suplementario de 110° 53′ 17″.
c. Suplementario de 76° 44′ 31″.
d. Complementario de 47° 16′ 9″.
e. Suplementario de 13° 23′ 37″.
f. Complementario de 56° 46′ 18″.

4 La suma y resta de ángulos se puede realizar de forma gráfica en casos sencillos. Observa los ejemplos y representa en tu cuaderno gráficamente las siguientes sumas y restas de ángulos.

RUTINA
Titular

Suma de ángulos	Restas de ángulos



a. 45° + 56°
b. 82° + 20°
c. 30° + 25°
d. 100° – 60°
e. 120° – 70°
f. 90° – 45°

5 Observa las imágenes y, sin tomar medidas, responde en tu cuaderno a las preguntas planteadas a continuación.



a. ¿Qué ángulo forman las aspas de un molino antiguo?

b. ¿Qué ángulo forman las aspas de un aerogenerador?

c. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos que se forman en el centro de este timón de barco?

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

6 Calcula en tu cuaderno estas multiplicaciones de un ángulo por un número.

a. (82° 16′ 33″) × 2

b. (45° 51′ 24″) × 3

c. (12° 35′ 6″) × 4

d. (54° 6′ 30″) × 3

e. (76° 43′ 5″) × 2

f. (44° 53′ 22″) × 4

7 Divide los ángulos propuestos entre el número que se indica.

a. (134° 18′ 9″) : 3

b. (219° 54′ 16″) : 2

c. (98° 36′ 18″) : 3

d. (327° 48′ 35″) : 5

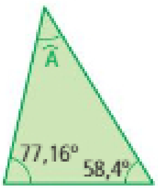
e. (186° 55′ 24″) : 2

f. (245° 46′ 36″) : 4

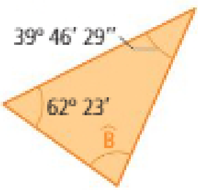
8 Los tres ángulos de cualquier triángulo suman 180°. Teniendo esto en cuenta, calculad el valor del ángulo que falta en cada uno de estos triángulos.

COOPERATIVO
Trabajo por parejas

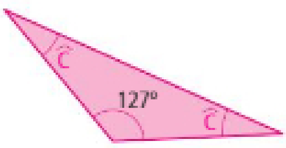
a.



b.



c.



Las longitudes de las sombras que se proyectan en el reloj dependen de la estructura de este. ¿Qué te interesa, que sean cortas o alargadas?

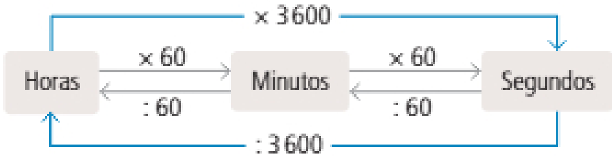
9 Divide el ángulo que forman las sombras de tu reloj solar a la salida y la puesta de sol por el número de horas solares. ¿Qué ángulo resulta? Exprésalo en forma compleja y en forma incompleja.

MEDIR EL TIEMPO

El día es una unidad de medida del tiempo a partir de la cual se definen muchas otras unidades.

UNIDADES MÁS PEQUEÑAS QUE EL DÍA

- Un **día** son **24 horas.**
- Una **hora** son **60 minutos.**
- Un **minuto** son **60 segundos.**



Horas, minutos y segundos forman un **sistema sexagesimal.** Para pasar de unas unidades a otras, hay que multiplicar o dividir por 60.

UNIDADES MÁS GRANDES QUE EL DÍA

- Una **semana** son **7 días.**
- Un **mes** son **28, 29, 30 o 31 días.**
- Un **trimestre** son **3 meses.**
- Un **semestre** son **6 meses.**
- Un **año** son **12 meses (365 días).**
- Un **lustro** son **5 años.**
- Una **década** son **10 años.**
- Un **siglo** son **100 años.**
- Un **milenio** son **1 000 años.**

El primo de Alicia duerme 9 h diarias. ¿Cuántos segundos pasa durmiendo a lo largo de una semana?

Para calcular el número de horas que pasa durmiendo a lo largo de la semana, se multiplica 9 horas por los 7 días de la semana:

$$9 \text{ h} \times 7 = 63 \text{ h}$$

Se expresan las horas en segundos, multiplicándolas por 3 600:

$$63 \text{ h} \times 3600 = 226\,800 \text{ s}$$

Por tanto, el primo de Alicia pasa durmiendo 226 800 s a la semana.

Los egipcios inventaron el papiro y la tinta alrededor del año 2500 a. C. Víctor hizo un trabajo sobre ese tema en el año 2022. ¿Cuánto tiempo transcurrió entre ambos sucesos?

Para calcular el tiempo que ha pasado, se suma el tiempo que transcurrió entre la invención del papiro y el nacimiento de Cristo y el que va del nacimiento de Cristo a la fecha en la que Víctor realizó el trabajo.

2 500 + 2 022 = 4 522 años, que son 4 milenios, 5 siglos, 2 décadas y 2 años.

De forma abreviada se escribe las horas como **h**, los minutos como **min** y los segundos como **s**.

Para expresar tiempos históricos, se toma habitualmente el nacimiento de Cristo como el año 1 de nuestra era.

EXPRESIÓN DEL TIEMPO EN FORMA COMPLEJA E INCOMPLEJA

La medida de un periodo de tiempo se expresa en **forma compleja** cuando se indica en varias unidades diferentes: horas, minutos y segundos; mientras que se expresa en forma **incompleja o simple** cuando se indica en una única unidad, sean horas, minutos o segundos.

Forma compleja

Raúl ha caminado durante 4 h 14 min 32 s.

Forma incompleja

La película tiene una duración de 123 min.

Paso de forma compleja a incompleja

Expresa 5 h 24 min 32 s en segundos.

Se multiplican las 5 h por 3 600 y los 24 min por 60 y se suman los resultados a los 32 s.

$$\begin{array}{lr} 5\text{ h} \times 3600 \rightarrow & 18000\text{ s} \\ 24\text{ min} \times 60 \rightarrow & 1440\text{ s} \\ 32\text{ s} \rightarrow & +\quad 32\text{ s} \\ \hline & 19472\text{ s} \end{array}$$

Expresa 4 h 30 min en horas.

Hay que expresar los 30 minutos en horas. Para ello, hay que dividir entre 60:

$$30\text{ min} : 60 = 0{,}5\text{ h}$$

Por tanto: 4 h 30 min = 4 h + 0,5 h = 4,5 h

Paso de forma incompleja a compleja

Expresa en forma compleja 123 min.

Se dividen los 123 min entre 60 para obtener las horas. El resto de la división corresponde a los minutos sobrantes.

$$\begin{array}{r|l} 123 & 60 \\ \hline 03 & 2 \end{array} \qquad 123\text{ min} = 2\text{ h } 3\text{ min}$$

Expresa en forma compleja 7,25 h.

Se considera que 7,25 h = 7 h + 0,25 h, y se convierten las 0,25 h en minutos, multiplicando por 60:

$$0{,}25\text{ h} \times 60 = 15\text{ min}$$

Por tanto: 7,25 h = 7 h 15 min

Coloquialmente, se habla de un cuarto de hora para referirse a 15 min, de media hora para expresar 30 min, y de tres cuartos de hora para indicar 45 min. Por eso, una hora y cuarto corresponde a 1 h 15 min = 1,25 h; dos horas y media, a 2 h 30 min = 2,5 h, y 3 horas y tres cuartos, a 3 h 45 min = 3,75 h.

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Responde en tu cuaderno a las siguientes cuestiones.

a. ¿Cuántos años equivalen a una década y un lustro?

b. ¿Cuántas horas son dos semanas?

c. ¿Cuántos años hay en dos siglos y cuatro décadas?

d. ¿Cuántos días tiene el primer semestre de un año bisiesto?

e. ¿Cuántos años equivalen a tres milenios, cuatro siglos, cinco décadas y un lustro?

El año en realidad no dura 365 días exactos, ya que la Tierra tarda 365 días y 6 horas en dar una vuelta al Sol. Esas 6 horas extras forman 1 día cada cuatro años, que se añade al mes de febrero, con lo que se tiene un **año bisiesto.** En un año bisiesto, el mes de febrero tiene, por tanto, 29 días.

2 El nombre de algunos días de la semana se basa en el de cinco planetas y satélites conocidos desde la Antigüedad. Averiguad cuáles son e investigad acerca del origen de los nombres de los dos días de la semana que faltan.

COOPERATIVO
La sustancia

3 Completa en tu cuaderno las siguientes equivalencias.

a. 4 h = ____ s

b. 600 s = ____ min

c. 300 min = ____ h

d. 18 000 s = ____ h

e. 6,5 h = ____ min

f. 45,32 min = ____ s

4 Calcula en tu cuaderno los días que has vivido hasta hoy, realizando las operaciones que consideres oportunas.

5 Determina cuántos minutos dedicas semanalmente a estudiar y hacer los deberes y cuántos a practicar deporte o realizar actividades extraescolares. ¿En qué empleas más tiempo? ¿Cuánto más?

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

6 Expresa en forma compleja las siguientes medidas de tiempo.

a. 1 100 s
b. 4622 s
c. 14 470 s
d. 8 715 s

7 Expresa en forma incompleja las medidas de tiempo propuestas.

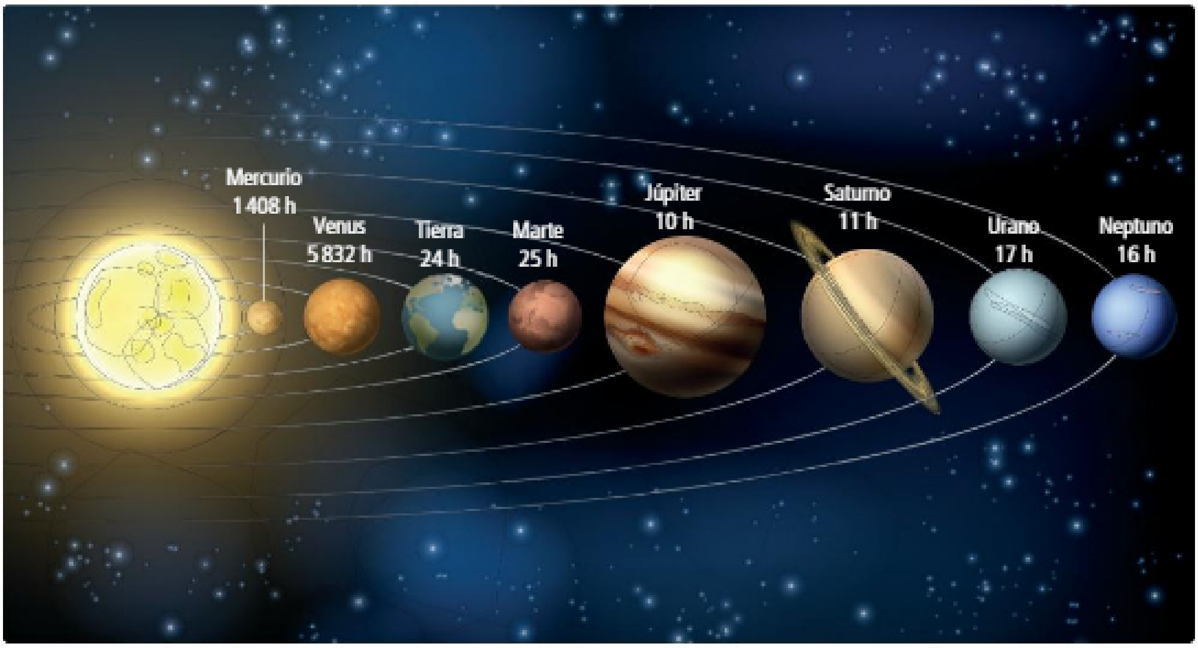
a. 15 h 24 min en minutos.

b. 10 h 32 min 45 s en segundos.

c. 2 días 7h 15 min en minutos.

d. 8 h 25 s en segundos.

8 La Tierra tarda 24 h en dar una vuelta completa alrededor de su eje, lo que se conoce como día sidéreo. Observa la duración de un día sidéreo en el resto de planetas del sistema solar y resuelve las cuestiones que se plantean.



a. Ordena los planetas de menor a mayor duración de sus días sidéreos.

b. Elabora una infografía en la que recojas información sobre los seis planetas del sistema solar que tienen días sidéreos parecidos.

c. Señala qué planetas tienen menor diferencia en lo que a sus días sidéreos se refiere y cuál es la mayor diferencia a este respecto.

d. Expresa en minutos el día sidéreo de Júpiter y en segundos el día sidéreo de Neptuno.

e. ¿Cuántas veces es mayor que el de la Tierra el día sidéreo de Mercurio? ¿Y el día sidéreo de Venus?

RUTINA
Generar, clasificar, relacionar, desarrollar

9 Construye la escala numerada de tu reloj solar. Para hacerlo, observa la sombra que proyecta el gnomon a las horas en punto y a las medias horas y haz una marca sobre las sombras en la superficie plana, anotando las horas del día correspondientes.

¡Ojo!

Asegúrate de que el reloj solar está exactamente en la misma posición durante las mediciones.

REALIZAR OPERACIONES CON TIEMPOS

SUMA Y RESTA

Para **sumar o restar tiempos,** hay que expresarlos en las mismas unidades y sumar o restar las unidades del mismo orden por separado, ajustando las unidades cuando sea necesario.

Recuerda que en el sistema sexagesimal es necesario ajustar el resultado después de operar y que, en la resta, para conseguir que el minuendo sea mayor que el sustraendo, se puede convertir una unidad de un orden en 60 unidades del orden inferior.

Pablo y Mireia han ido a los karts este fin de semana. Han decidido que el que tarde más tiempo en dar tres vueltas al circuito invita a la siguiente ronda. ¿Cuál de los dos amigos invitará al otro teniendo en cuenta los tiempos que indica el marcador?

	Pablo	Mireia
1.ª vuelta	2 min 35 s	3 min 54 s
2.ª vuelta	3 min 4 s	3 min 12 s
3.ª vuelta	2 min 45 s	2 min 5 s

Se suman los tiempos de cada uno de ellos.

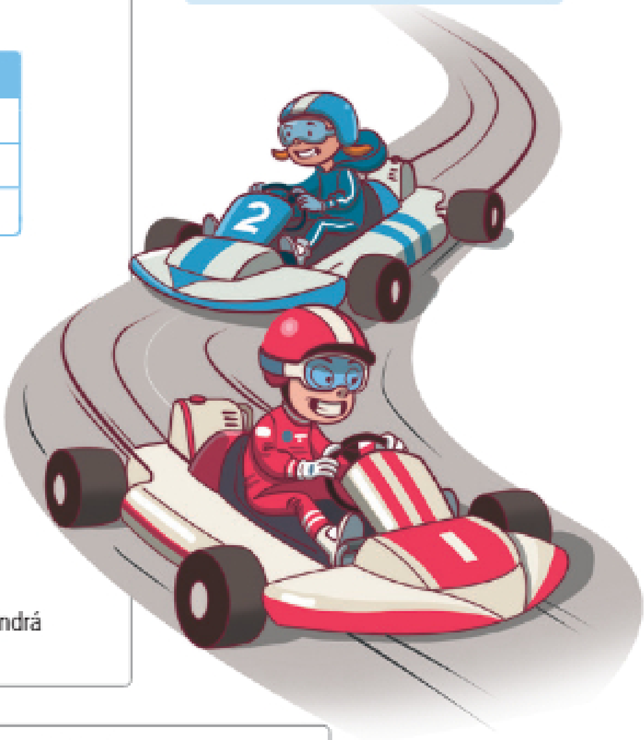
Pablo

	min	s
	2 min	35 s
	3 min	4 s
+	2 min	45 s
	7 min	94 s
+	**1 min**	
	8 min	**34 s**
		+ 60 s

Mireia

	min	s
	3 min	54 s
	3 min	12 s
+	2 min	5 s
	8 min	71 s
+	**1 min**	
	9 min	**11 s**
		+ 60 s

Teniendo en cuenta los totales, se concluye que será Mireia quien tendrá que invitar a Pablo.



El campanario del pueblo de Marcos suena todas las horas en punto. Si lo hizo hace 25 min 46 s, ¿cuánto falta para que vuelva a sonar?

Hay que restar 1 h – 25 min 46 s. Para hacerlo, se necesita que en el minuendo haya minutos y segundos, por lo que hay que expresar 1 h como 59 min 60 s.

	h	min	s
	0 h		
	+ 1 h		
	1 h	**60 min**	
–		25 min	46 s

	h	min	s
		59 min	
		+ 1 min	
	0 h	**60 min**	**60 s**
–		25 min	46 s

	h	min	s
	0 h	**59 min**	**60 s**
–		25 min	46 s
		34 min	14 s

Por tanto, el reloj volverá a sonar dentro de 34 min 14 s.

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE TIEMPOS POR UN NÚMERO

Para **multiplicar** una medida de tiempo expresada en **forma compleja** por un número, se multiplican por separado las cantidades de cada orden por ese número y se ajusta el resultado cuando sea necesario.

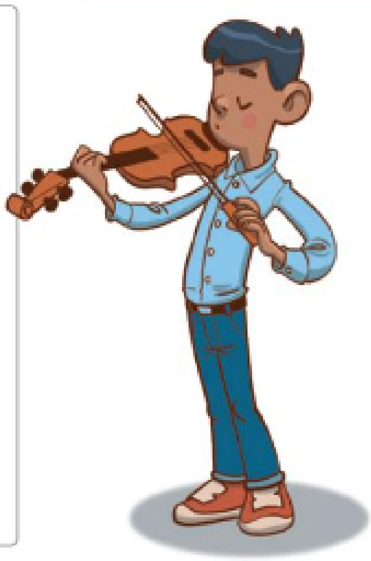
Si la medida está expresada en **forma incompleja o simple,** se multiplica por el número y se deja la unidad en la que esté expresada.

Iván toca el violín en casa durante 1 h 15 min al día excepto los domingos, en los que juega al fútbol. Si va también tres veces a la semana al conservatorio, donde tiene clase 1 h 45 min cada día, ¿cuánto tiempo le dedica al violín a la semana?

Para responder a esta pregunta hay que multiplicar 1 h 15 min × 6 y 1 h 45 min × 3, para luego sumar los resultados:

$$\begin{array}{rrr} & 1\text{ h} & 15\text{ min} \\ \times & & 6 \\ \hline & 6\text{ h} & 90\text{ min} \\ + & 1\text{ h} & \\ \hline & \mathbf{7\text{ h}} & \boxed{\begin{array}{r}\mathbf{30\text{ min}} \\ \mathbf{+\,60\text{ min}}\end{array}} \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} & 1\text{ h} & 45\text{ min} \\ \times & & 3 \\ \hline & 3\text{ h} & 135\text{ min} \\ + & 2\text{ h} & \\ \hline & \mathbf{5\text{ h}} & \boxed{\begin{array}{r}\mathbf{15\text{ min}} \\ \mathbf{+\,120\text{ min}}\end{array}} \end{array}$$

Iván dedica 7 h 30 min + 5 h 15 min = 12 h 45 min semanales.



Para **dividir** una medida de tiempo expresada en **forma compleja** por un número, se dividen por separado las unidades de cada orden por dicho número (empezando por las horas hasta los segundos) y se transforman y acumulan los restos de cada división en las unidades de orden inferior.

Si la medida está expresada en **forma incompleja o simple,** se divide por el número y se deja la unidad en la que esté expresada.

En la factura de teléfono de Clara aparece que ha estado hablando con su amigo Fernando un total de 5 h 42 min 32 s. Si se han telefoneado cuatro días este mes, ¿cuál ha sido la duración media diaria de cada llamada?

Se divide el tiempo total entre los cuatro días que han hablado:

$$\begin{array}{lrr|l} 5\text{ h} & 42\text{ min} & 32\text{ s} & 4 \\ \cline{4-4} \mathbf{1\text{ h}} \rightarrow & \mathbf{+\,60\text{ min}} & & 1\text{ h}\ \ 25\text{ min}\ \ 38\text{ s} \\ \cline{2-2} & \mathbf{102\text{ min}} & & \\ & 22\text{ min} & & \\ & \mathbf{2\text{ min}} \rightarrow & \mathbf{+\,120\text{ s}} & \\ \cline{3-3} & & \mathbf{152\text{ s}} & \\ & & 32\text{ s} & \\ & & 0 & \end{array}$$

El tiempo medio ha sido de 1 h 25 min 30 s.

¿Cuál es la duración razonable de una llamada telefónica?

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Calcula estas sumas y restas de medidas de tiempo expresadas en forma compleja.

a. 8 h 9 min 36 s + 2 h 34 min 28 s

b. 5 h 47 min 29 s + 10 h 42 min 41 s

c. 12 h 36 min 27 s + 9 h 22 min 38 s

d. 18 h 45 min 36 s – 3 h 37 min 21 s

e. 11 h 8 min 3 s – 6 h 23 min 18 s

f. 9 h 10 min 25 s – 4 h 49 min 58 s

2 Calcula las siguiente multiplicaciones y divisiones con medidas de tiempo expresadas en forma compleja.

a. (4 h 24 min 16 s) × 4

b. (7 h 12 min 27 s) × 2

c. (5 h 56 min 1 s) × 3

d. (17 h 25 min 26 s) : 2

e. (23 h 46 min 27 s) : 3

f. (8 h 2 min 33 s) : 3

3 Paula y Rubén han salido con su piragua a entrenar. Han realizado su circuito habitual y han tardado 5 min 53 s a la ida y 6 min 42 s a la vuelta. Su mejor marca hasta la fecha para el recorrido completo ha sido de 12 min 35 s. ¿Han conseguido mejorarla?

RUTINA
Problema-solución

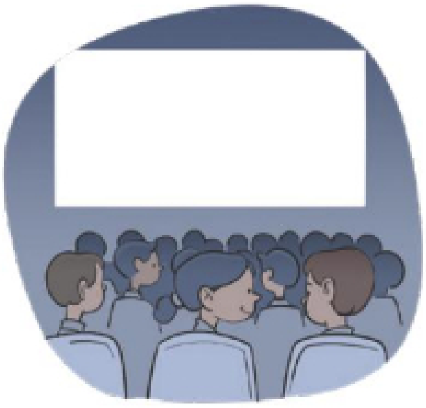
4 Miguel ha llegado puntualmente a su colegio a las 9 de la mañana. ¿A qué hora salió de casa si tardó 14 min 36 s en completar el trayecto?

5 Laura y Sonia han estado viajando en coche durante 3 días, turnándose al volante para conducir el mismo tiempo. Laura ha conducido 2 h 16 min 24 s el primer día, 1 h 45 min el segundo y 1 h 36 min 48 s el tercero, mientras que Sonia ha conducido 1 h 35 min 13 s el primer día, 2 h 8 min 27 s el segundo y 1 h 50 min el tercero. ¿Han estado el mismo tiempo al volante? ¿Quién ha conducido más tiempo? ¿Cuánto más?

6 La saga de Harry Potter se adaptó cinematográficamente en ocho películas que se estrenaron a lo largo de una década. En la siguiente tabla se muestran los años de los estrenos y el metraje de las diferentes películas.

COOPERATIVO
Folio giratorio por parejas

	Estreno	Metraje
Harry Potter y la piedra filosofal	2001	152 min
Harry Potter y la cámara secreta	2002	161 min
Harry Potter y el prisionero de Azkaban	2004	142 min
Harry Potter y el cáliz de fuego	2005	157 min
Harry Potter y la Orden del Fénix	2007	138 min
Harry Potter y el misterio del príncipe	2009	153 min
Harry Potter y las reliquias de la muerte (I)	2010	146 min
Harry Potter y las reliquias de la muerte (II)	2011	130 min



a. Calcula la duración total de la saga completa en minutos en forma compleja (horas y minutos).

b. ¿Qué diferencia de metraje hay entre las películas de mayor y menor duración? Expresa esa diferencia en minutos y en segundos.

c. Jorge vio la primera parte de *Harry Potter y las reliquias de la muerte* el 20 de noviembre de 2010 y la segunda parte el 26 de diciembre de 2011. ¿Cuántos días trascurrieron entre esos dos momentos?

7 Este es el plan de trabajo con el que la nadadora Mireia Belmonte se preparó para participar en las Olimpiadas de 2012:

Doce entrenamientos semanales de agua durante dos horas y media (doble acción diaria), tres sesiones de fuerza de 2 h de duración, tres sesiones de *crossfit* de 1 h, tres de carrera en montaña de 55 min de duración, tres de cardio de 45 min y tres de bicicleta estática de 45 min.

a. Calcula cuánto tiempo dedicaba Mireia en total a su preparación a lo largo de una semana. Expresa el resultado en forma compleja.

b. Averigua cuánto tiempo entrenaba diariamente de media, teniendo en cuenta que descansa el domingo.

8 Calcula el período de tiempo en el que tu reloj solar es funcional, esto es, el tiempo que transcurre entre la salida y la puesta de sol.

La duración del día depende de la época del año. ¿Sabes qué día es el más largo del año? ¿Y el más corto?

¿QUÉ HEMOS APRENDIDO?

Examina el resumen a fin de saber si dispones de la suficiente información para llevar a cabo tu tarea. Es un buen momento si necesitas echar un vistazo final a tu kanban y realizar cualquier cambio de última hora.

1 A continuación, se muestra un resumen con los principales conceptos que has estudiado. Cópialo en tu cuaderno con tus propias palabras y añade dos ejemplos para cada contenido.

Un **grado** es la amplitud que corresponde al arco que resulta de dividir una circunferencia en 360 partes iguales.

El **sistema sexagesimal** es un sistema de numeración posicional de base 60; es decir, 60 unidades de un orden equivalen a una unidad del orden superior. Se utiliza para expresar **ángulos** y **medidas de tiempo.**

Una medida se expresa en **forma compleja** cuando se indica en varias unidades diferentes, mientras que se expresa en **forma incompleja o simple** cuando se indica en una única unidad.

Para **sumar o restar** ángulos y medidas de tiempos, hay que expresarlos en las mismas unidades y sumar o restar las unidades de igual orden por separado, ajustando las unidades cuando sea necesario.

Para **multiplicar** un ángulo o una medida de tiempo expresados en forma compleja **por un número,** se multiplican por separado las cantidades de cada orden por dicho número y se ajustan las unidades cuando sea necesario.

Si el ángulo o la medida de tiempo se expresa en forma incompleja o simple, se multiplica la cantidad por el número y se deja la unidad en la que esté expresado.

Para **dividir** un ángulo o una medida de tiempo expresados en forma compleja **por un número,** se dividen por separado las cantidades de cada orden por dicho número, transformando y acumulando los restos de cada división en las unidades correspondientes de orden inferior.

Si el ángulo o la medida de tiempo se expresa en forma incompleja o simple, se divide la cantidad por el número y se deja la unidad en la que esté expresado.

2 Poned en común los ejemplos que habéis elegido para cada uno de los contenidos que guardan más relación con la construcción de vuestros relojes solares. Recuerda añadir en tu cuaderno las propuestas de tus compañeros y compañeras que te resulten útiles para la elaboración de tu proyecto.

RUTINA
Palabra, idea, frase

7 EL MEJOR BRIK

Ana le ha dado a Miguel este brik de leche para que compre uno idéntico en el súper. Ayúdalo a localizarlo.

Los briks son envases de cartón, plástico y aluminio que se han popularizado por el eficaz uso que hacen del espacio, ya que, cuando están vacíos, puede acumularse una gran cantidad de ellos en un volumen reducido. Los hay de diferentes tamaños y formas, si bien los más eficientes son los que obtienen la máxima capacidad empleando la menor superficie posible de materiales. Diseña tu propio brik de manera que sea funcional sin descuidar su estética.

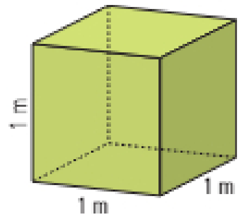
MEDIR VOLÚMENES Y CAPACIDADES

CONCEPTO DE VOLUMEN Y UNIDADES DE VOLUMEN

El **volumen** de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa.

La unidad principal de volumen es el **metro cúbico (m^3).**

Un metro cúbico es el volumen de un cubo cuya arista mide 1 m.



Cada unidad de volumen es mil veces mayor que la del orden inmediatamente inferior y mil veces menor que la del orden inmediatamente superior.

$$\text{km}^3 \xrightarrow{\times 1000} \text{hm}^3 \xrightarrow{\times 1000} \text{dam}^3 \xrightarrow{\times 1000} \text{m}^3 \xrightarrow{\times 1000} \text{dm}^3 \xrightarrow{\times 1000} \text{cm}^3 \xrightarrow{\times 1000} \text{mm}^3$$

$$\text{km}^3 \xleftarrow{:1000} \text{hm}^3 \xleftarrow{:1000} \text{dam}^3 \xleftarrow{:1000} \text{m}^3 \xleftarrow{:1000} \text{dm}^3 \xleftarrow{:1000} \text{cm}^3 \xleftarrow{:1000} \text{mm}^3$$

Una medida de volumen se puede expresar en **forma simple,** si solo se indica una unidad de medida, o en **forma compleja,** si se indican varias.

Forma simple	Forma compleja
3 468 mm^3	3 cm^3 y 468 mm^3
12 981 dam^3	12 hm^3 y 981 dam^3

La piscina más larga de España, ubicada en Jaén, tiene una longitud de 85 m y puede contener hasta 4 decámetros cúbicos de agua. Se tardan 32 h en llenarla con el agua que se extrae de dos grandes pozos. ¿Cuánta agua se extrae cada hora de cada pozo?

Este volumen de agua se puede expresar en una unidad de medida de orden menor que el decámetro cúbico, como el metro cúbico:

$$4 \text{ dam}^3 = 4\,000 \text{ m}^3$$

Suponemos que cada pozo vierte la mitad del volumen de agua que requiere la piscina. Es decir:

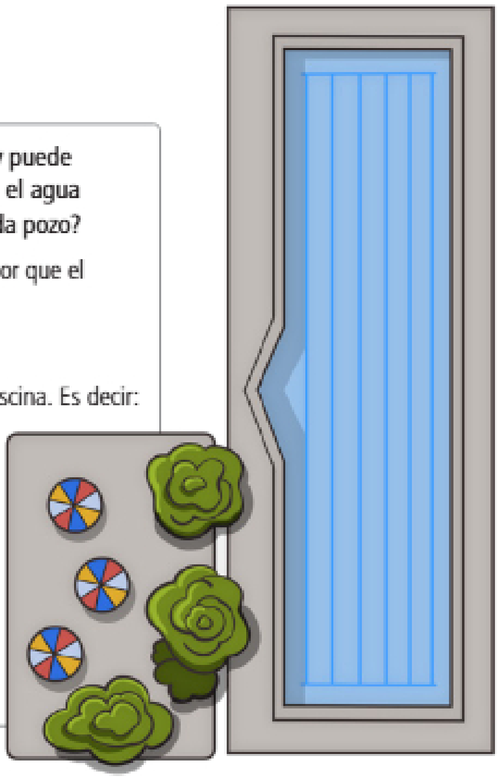
$$2 \text{ dam}^3 = 2\,000 \text{ m}^3$$

Para hallar la cantidad de agua que vierte cada pozo en una hora, hay que dividir la cantidad anterior entre las 32 h que tarda en llenarse la piscina. Para ello, lo más cómodo es escoger la medida expresada en metros cúbicos:

$$2\,000 \text{ m}^3 : 32 = 62{,}5 \text{ m}^3$$

Esta cantidad, expresada en decámetros cúbicos es:

$$62{,}5 \text{ m}^3 : 1\,000 = 0{,}062\,5 \text{ dam}^3$$

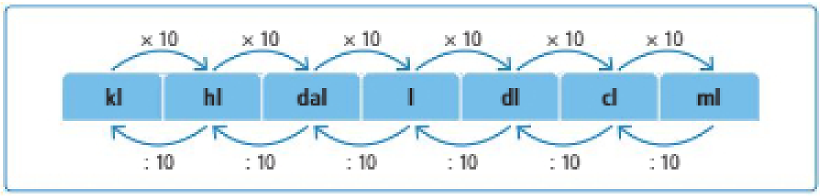


CONCEPTO DE CAPACIDAD Y UNIDADES DE CAPACIDAD

La **capacidad** de un recipiente es la cantidad de líquido que puede albergar en su interior.

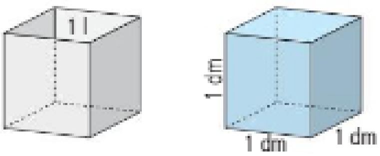
La unidad principal de capacidad es el **litro (l).**

Cada unidad de capacidad es diez veces mayor que la del orden inmediatamente inferior y diez veces menor que la del orden inmediatamente superior.



RELACIÓN ENTRE LAS UNIDADES DE VOLUMEN Y CAPACIDAD

Un litro es la capacidad que tiene un cubo de 1 dm de arista, es decir, de 1 dm^3 de volumen.



La equivalencia entre las principales unidades de volumen y de capacidad es, por tanto:

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

INSTRUMENTOS DE MEDIDA

Existen varios instrumentos de medida de volumen y capacidad. En los laboratorios pueden encontrarse algunos, como la **probeta**, la **bureta**, la **jarra graduada**, el **matraz** y el **vaso de precipitado.** Todos ellos permiten determinar la cantidad de cualquier tipo de líquido que se vierta en su interior.

¿Cuántos briks de 50 cl se pueden llenar con el mosto que cabe en un barril de 60 l?

La capacidad del barril, expresada en centilitros, es:

$$60 \text{ l} \times 100 = 6\,000 \text{ cl}$$

Para calcular el número de briks, se divide esta cantidad entre los 50 cl de capacidad de un brik:

$$6\,000 : 50 = 120$$

Por tanto, se pueden llenar 120 briks.

Calcula cuántos hectolitros hay en 20 m^3.

Para responder a esta pregunta, primeramente se expresan los metros cúbicos en decímetros cúbicos, multiplicando por 1 000:

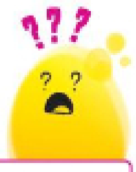
$$20 \text{ m}^3 \times 1\,000 = 20\,000 \text{ dm}^3$$

Seguidamente, se expresa el resultado en litros, usando la equivalencia 1 dm^3 = 1 l:

$$20\,000 \text{ dm}^3 = 20\,000 \text{ l}$$

Finalmente, se expresa el resultado en hectolitros, dividiendo entre 100:

$$20\,000 \text{ l} : 100 = 200 \text{ hl}$$



¿Qué instrumentos de medida utilizas en tu vida cotidiana para medir cantidades de líquido?

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Expresa los siguientes volúmenes en metros cúbicos.

a. 0,457 dam^3
b. 778 543 cm^3
c. 0,009 hm^3
d. 120 000 000 mm^3
e. 0,000 000 81 km^3
f. 0,031 dam^3

2 Ordena en tu cuaderno estos volúmenes de menor a mayor.

432 m^3 | 436 000 dm^3 | 0,437 1 dam^3 | 0,000 000 4 km^3 | 434 850 000 cm^3

3 Copia y completa en tu cuaderno las siguientes equivalencias.

a. 65 m^3 = ____ cm^3
b. 0,000 89 dm^3 = ____ mm^3
c. 7 674 003 dm^3 = ____ hm^3
d. 223 448 mm^3 = ____ dam^3

4 Copia y completa esta tabla en tu cuaderno.

Forma simple	2 689 m^3		245 650 mm^3	
Forma compleja		3 hm^3 y 46 dam^3		42 dm^3 y 12 cm^3

5 Expresa en litros las siguientes capacidades.

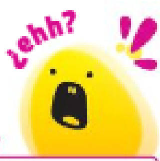
a. 0,014 kl
b. 754 cl
c. 12 580 ml
d. 0,32 dal
e. 9 062 dl
f. 67,75 hl

6 Ordena en tu cuaderno de mayor a menor estas capacidades.

8,5 dal | 8 450 cl | 820 dl | 0,83 hl | 81 326 ml

7 Copia en tu cuaderno las siguientes equivalencias y complétalas.

a. 5,62 m^3 = ____ l
b. 890 dl = ____ dm^3
c. 0,004 9 dam^3 = ____ dal
d. 0,002 8 hl = ____ cm^3
e. 4 500 cl = ____ hm^3
f. 342,6 cm^3 = ____ dl



Puedes expresar, primeramente, las medidas en litros o en decímetros cúbicos, según convenga.

8 Pensad y asociad en vuestro cuaderno cada volumen con su medida más probable.

COOPERATIVO
Folio giratorio

a. Una piscina particular.
b. Una caja de embalar.
c. Una cucharilla.
d. Un vaso.
e. Una habitación.

1. 20 dm^3
2. 27 m^3
3. 0,25 dm^3
4. 0,1 dam^3
5. 50 cm^3

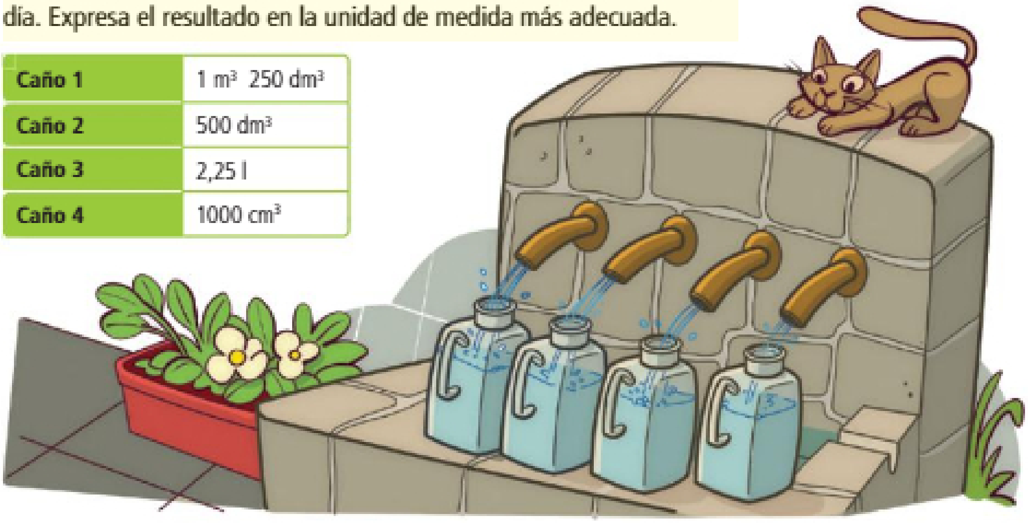
9 Las latas de refresco que vemos usualmente en los comercios tienen una capacidad de 33 cl. ¿Cuántas latas de este tipo se pueden llenar con 5 000 cm^3 de refresco?

10 ¿Cuántos litros de agua caben en un recipiente cúbico de 1 m de arista?

11 Mario se ha propuesto beber 14 l de agua esta semana. Los tres primeros días ha bebido 1 dm^3 300 cm^3 diarios y los cuatro restantes ha bebido 2 dm^3 100 cm^3. ¿Cuánto le falta para llegar a los 14 l?

12 En el pueblo de Alfonso hay una fuente con cuatro caños. La tabla adjunta muestra la cantidad de agua que vierte cada uno en una hora. Calcula la cantidad total de agua que fluye de la fuente a lo largo del día. Expresa el resultado en la unidad de medida más adecuada.

Caño 1	1 m^3 250 dm^3
Caño 2	500 dm^3
Caño 3	2,25 l
Caño 4	1000 cm^3



13 Lorena está resfriada y le han recetado un jarabe para la tos. Deberá tomar 5 ml dos veces al día durante una semana. En la farmacia le dan a elegir entre dos frascos: uno de 120 ml y otro de 200 cm^3. ¿Cuál crees que le conviene adquirir?

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

14 Se estima que los bebés deben tomar 74 ml de leche al día por cada 450 g de masa corporal. Un bebé de 9 kg suele hacer 6 tomas diarias. ¿Cuánta leche ha de ingerir en cada una de ellas?

15 Un pantano que tiene una capacidad máxima de 876,3 hl se encuentra al 56 % de su capacidad. Si recibe 3,8 m^3 de agua por minuto y a la vez desembalsa 2 500 l también por minuto, ¿cuánto tiempo tardará en llenarse hasta el 80 % de su capacidad?

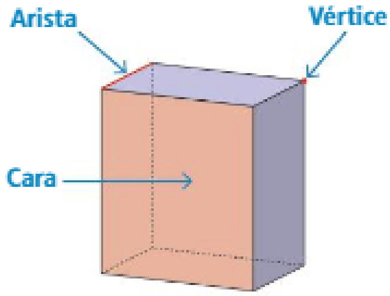
16 Las capacidades típicas de la mayoría de los envases que se pueden encontrar en el mercado son de 25 cl, 33 cl, 50 cl, 75 cl, 1 l y 1,5 l. Calcula el volumen de cada uno de estos envases, expresado en centímetros cúbicos, e identifica, en cada caso, ejemplos de productos que se envasen en briks de esa capacidad.

¡ojo!

La capacidad de los envases depende en gran medida del producto que contengan y de la forma en que se consuma. Los productos que conservan sus propiedades tiempo después de abrir el envase suelen proporcionarse en envases grandes, al contrario de aquellos que pierden las propiedades una vez abiertos. ¿Qué dimensiones ha de tener tu envase?

CONOCER LOS POLIEDROS

Un **poliedro** es un cuerpo geométrico que está delimitado por polígonos.



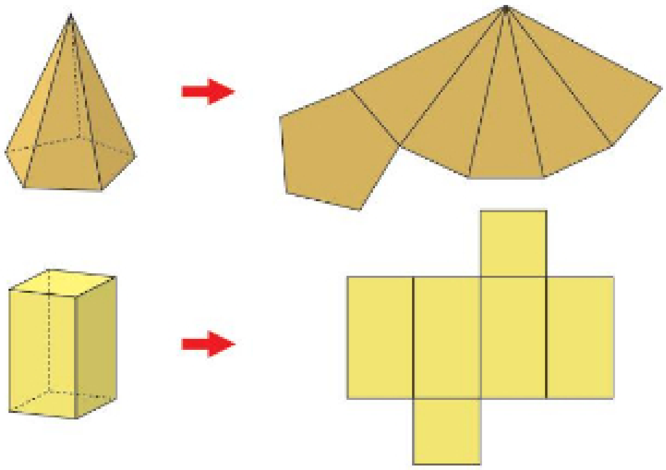
Los elementos de un poliedro son las caras, las aristas y los vértices.

- Las **caras** son los polígonos que delimitan el poliedro.
- Las **aristas** son los segmentos donde se unen dos caras.
- Los **vértices** son los puntos en los que convergen varias aristas.

DESARROLLO PLANO DE UN POLIEDRO

Para observar bien los elementos de un poliedro, se puede abrir y colocar todas sus caras en un plano. Es lo que se conoce como **desarrollo plano de un poliedro.**

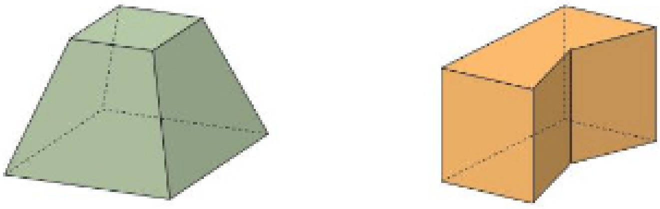
El desarrollo plano de un poliedro facilita el cálculo de su superficie.



POLIEDROS CONVEXOS Y POLIEDROS CÓNCAVOS

Un **poliedro convexo** es aquel que se puede apoyar en todas sus caras.

Un **poliedro cóncavo** es aquel que tiene alguna cara en la que no se puede apoyar.

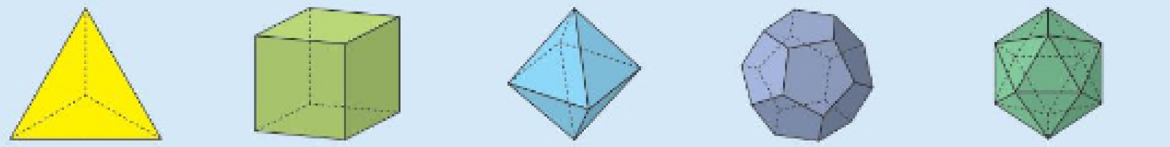


En los poliedros convexos cualquier segmento que una dos caras es interior al poliedro, mientras que en los poliedros cóncavos alguno de estos segmentos es exterior. Esta es una forma alternativa de definirlos. ¿Cuál te parece más fácil de entender?

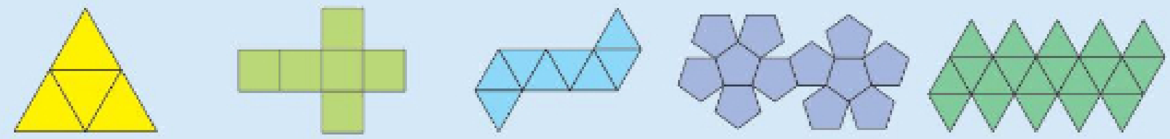
POLIEDROS REGULARES

Un **poliedro regular** es aquel cuyas caras son **polígonos regulares iguales** y en cada uno de sus vértices se une el mismo número de caras y aristas.

Solo existen cinco poliedros regulares, llamados también **sólidos platónicos,** en honor al filósofo griego Platón (427 a. C.-347 a. C.), que los describió detalladamente en sus obras.



Tetraedro	Hexaedro o cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
Está limitado por 4 triángulos equiláteros iguales.	Está limitado por 6 cuadrados iguales.	Está limitado por 8 triángulos equiláteros iguales.	Está limitado por 12 pentágonos regulares iguales.	Está limitado por 20 triángulos equiláteros iguales.



En los juegos de mesa se usan habitualmente dados con forma de algún poliedro regular. Observa la imagen e identifica los poliedros regulares que reconozcas.

Hay un dado con forma de tetraedro (de color negro) y cuatro con forma de cubo o hexaedro (de colores azul, verde, rojo y amarillo). Se observan también dos dados con forma de octaedro (de colores verde y amarillo), así como un dodecaedro (de color anaranjado) y un icosaedro (de color rojo).

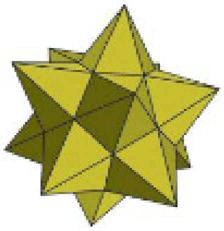
¿Por qué crees que todos los dados tienen forma de poliedro regular? ¿Qué sucedería en el caso de usar un dado con forma de poliedro cuyas caras no fueran todas iguales?

PRACTICAR Y AVANZAR

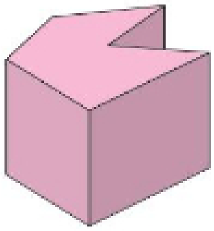
1 Clasificad los siguientes poliedros en cóncavos o convexos.

COOPERATIVO
Folio giratorio por parejas

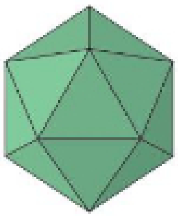
a.



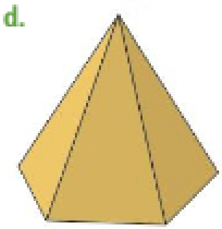
c.



b.



d.



2 Observa el balón de fútbol e indica si es un poliedro o no. En caso afirmativo, ¿es regular? Razona tu respuesta.

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

3 Cuenta el número de caras, vértices y aristas de cada uno de los poliedros regulares y completa la tabla en tu cuaderno para comprobar que en todos los casos se cumple la fórmula de Euler.

	Caras (C)	Vértices (V)	Aristas (A)	Fórmula de Euler $C + V = A + 2$
Tetraedro				
Cubo				
Octaedro				
Dodecaedro				
Icosaedro				

La **fórmula de Euler** debe su nombre al gran matemático Leonard Euler y establece la siguiente relación entre los elementos de todo poliedro:

$$C + V = A + 2$$

En esta fórmula:

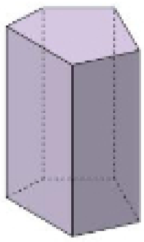
- C = n.º de caras
- V = n.º de vértices
- A = n.º aristas

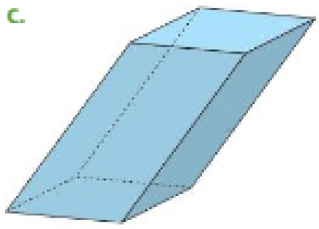
4 Investiga con qué elemento de la filosofía clásica asociaba Platón a cada uno de los poliedros regulares o sólidos platónicos. Diseña tú un poliedro y asócialo con alguna idea, concepto o sentimiento.

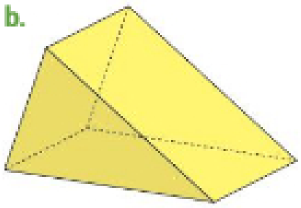
RUTINA
Generar, clasificar, relacionar, desarrollar

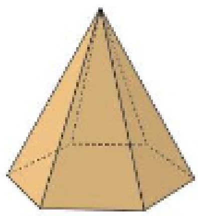
5 Dibuja en tu cuaderno el desarrollo plano de los siguientes poliedros. ¿Existe un único desarrollo plano posible para cada uno de ellos? A fin de comprobarlo, formad grupos de 4 personas de manera que cada uno dibuje sus propios desarrollos. Después, comparadlos y examinad las diferencias y semejanzas.

COOPERATIVO
1-2-4

a.


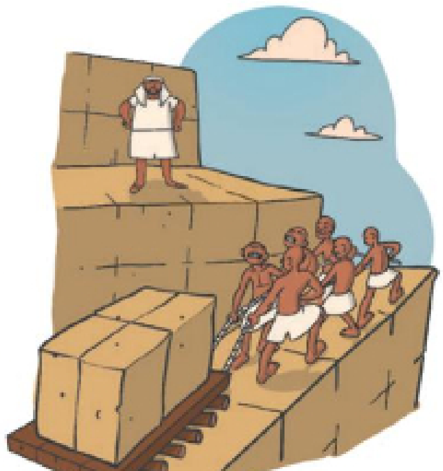
c.


b.


d.


Cuando dibujéis los desarrollos planos, podéis intentar construir los poliedros. Para ello, deberéis añadir lengüetas a algunas caras, de modo que podáis pegarlas a otras caras.

6 Observa la siguiente fotografía de las pirámides de Egipto. Todas ellas corresponden al mismo poliedro. ¿Se trata de un poliedro regular o de un poliedro irregular? ¿Es convexo o cóncavo? Dibuja el desarrollo plano de alguna y busca información sobre ella: nombre, fecha de construcción, dimensiones, uso…



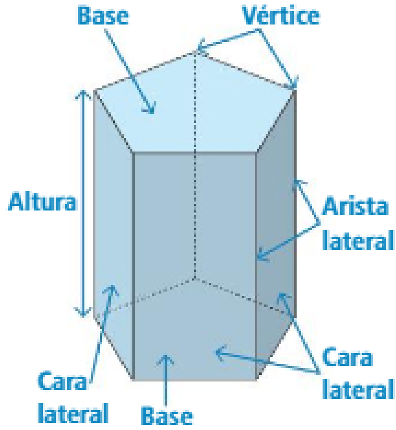
7 Busca a tu alrededor tres ejemplos de objetos con forma de poliedro. Descríbelos y di si son cóncavos o convexos. Comprueba después que cumplen la fórmula de Euler, que has visto en la actividad 3.

8 Busca ejemplos de productos cuyos envases tengan forma de poliedro. Intenta hallar uno para cada tipo de poliedro. ¿Has encontrado algún ejemplo de envase con forma de poliedro regular?

¿Qué abunda más: los envases con forma de poliedro cóncavo o de poliedro convexo? ¿Se te ocurre el motivo?

CONOCER LOS PRISMAS

Un **prisma** es un poliedro formado por dos polígonos iguales y paralelos, llamados **bases**, y **caras laterales** que son paralelogramos.



La **altura** de un prisma es la distancia que hay entre las bases.

CLASIFICACIÓN Y DESARROLLO PLANO

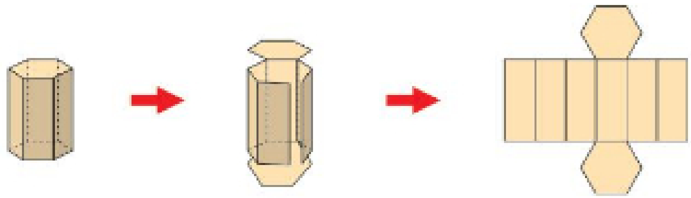
Teniendo en cuenta el tipo de polígono que forma las bases, los prismas se clasifican en **triangulares, cuadrangulares, pentagonales, hexagonales…**

Según sean las bases perpendiculares a las caras laterales o no, los prismas se clasifican en **rectos** u **oblicuos,** respectivamente.

En un prisma recto, la longitud de la altura coincide con la de la arista lateral.

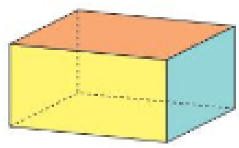
Los **prismas rectos** cuyas bases son **polígonos regulares** se denominan **prismas regulares.**

Indica qué tipo de prisma es el de la figura.

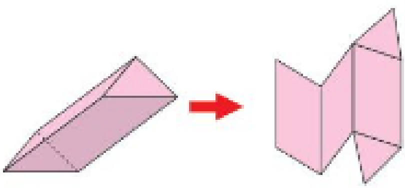


Es un prisma hexagonal regular recto. Se trata de un prisma cuyas bases son dos hexágonos regulares perpendiculares a las caras laterales, que son rectángulos.

Algunos prismas tienen nombre propio, como el **ortoedro,** que es un prisma con todas las caras rectangulares.

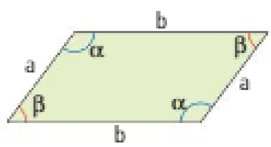


Indica qué tipo de prisma es el de la figura.



Se trata de un prisma triangular oblicuo. Las dos bases de este prisma son triángulos y algunas de sus caras laterales son romboides que no forman ángulos rectos con las bases.

Recuerda que un romboide es un cuadrilátero que tiene los lados opuestos iguales y paralelos y los ángulos opuestos iguales.

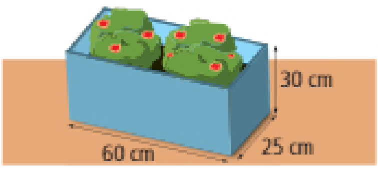


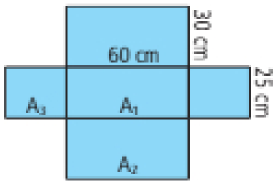
ÁREA Y VOLUMEN

El **área de un prisma** es la suma de las áreas de todas sus caras.

Pilar ha construido un macetero de madera para meter en él varias plantas pequeñas. ¿Cuánto le ha costado la madera necesaria para construirlo si su precio es de 7,5 € el metro cuadrado?

El área del macetero es la suma de sus 5 caras. Para verlas más claramente, se construye el desarrollo plano del macetero:





$$A = A_1 + 2 \times A_2 + 2 \times A_3 = 60 \times 25 + 2 \times 60 \times 30 + 2 \times 25 \times 30$$

$$A = 6\,600 \text{ cm}^2 = 0{,}66 \text{ m}^2$$

La madera le ha costado $0{,}66 \times 7{,}5 = 4{,}95$ €.

El **volumen de un prisma** es el producto del área de su base por la altura del prisma.

Volumen del prisma = área de la base × altura

Mario tiene un frasco de colonia vacío con forma de prisma octogonal regular recto. La arista de la base mide 2,5 cm; la apotema de la base, 3,02 cm, y la altura del frasco, 12 cm. Quiere llenar el frasco con 350 ml de otra colonia. ¿Podrá hacerlo sin que le sobre nada?

Para hallar el volumen, se calcula en primer lugar el área de la base, que es un octógono regular (ver recuadro del margen), y se multiplica el resultado por la altura:

$$\text{Área de la base} = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2} = \frac{8 \times 2{,}5 \times 3{,}02}{2} = 30{,}2 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen} = \text{área de la base} \times \text{altura} = 30{,}2 \times 12 = 362{,}4 \text{ cm}^3$$

Para expresar la capacidad en mililitros, se utiliza la equivalencia entre 1 l y 1 dm³. Así, se tiene que $1 \text{ cm}^3 = 0{,}001 \text{ dm}^3 = 0{,}001 \text{ l} = 1 \text{ ml}$.

Por tanto, $362{,}4 \text{ cm}^3 = 362{,}4$ ml, de modo que Mario sí podrá verter los 350 ml de la otra colonia.

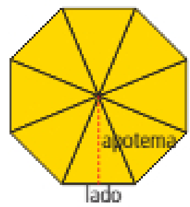
El **área** de una figura es la medida de su **superficie,** es decir, de la porción del plano que ocupa. La unidad principal de medida de superficie es el **metro cuadrado (m^2).**

El **área de un polígono regular** se calcula como:

$$A = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

La apotema es el segmento que une el centro del polígono con el punto medio de cualquier lado.

Para demostrar la fórmula anterior, se puede considerar que cualquier polígono regular se puede dividir en tantos triángulos isósceles como lados tenga.



El área de cada triángulo es

$A = \dfrac{\text{lado} \times \text{apotema}}{2}$, y el área

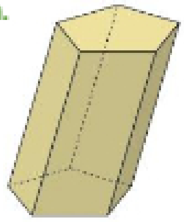
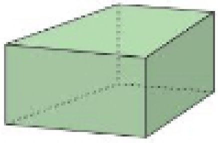
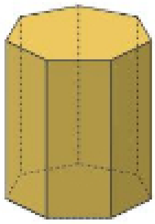
del polígono, el producto de esta área por el número de triángulos (que coincide con el número de lados). En el caso del octógono:

$$A = 8 \times \frac{\text{lado} \times \text{apotema}}{2} =$$

$$= \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

PRACTICAR Y AVANZAR

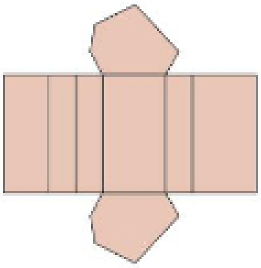
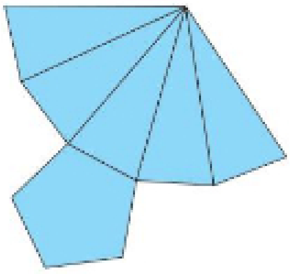
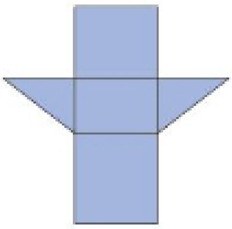
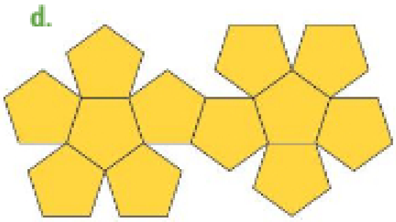
1. Nombra los siguientes prismas según sean rectos u oblicuos y en función del polígono que forma sus bases.

a. 
b. 
c. 

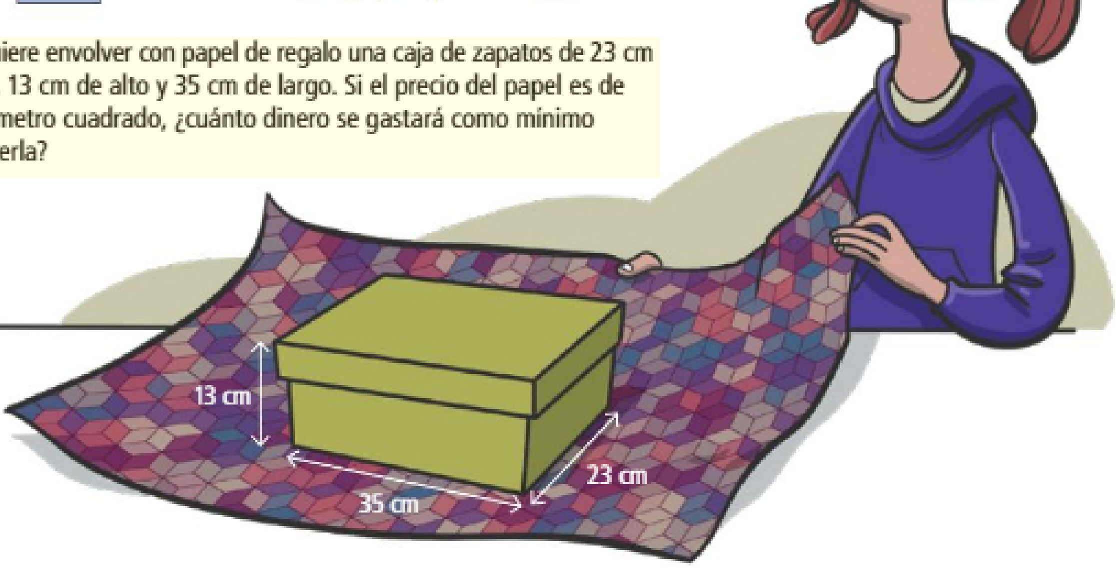
2. ¿Se puede construir un prisma cuya base sea un polígono regular y cuyas caras laterales sean cuadrados? ¿De qué tipo sería, recto u oblicuo? Dibuja su desarrollo plano.

RUTINA
Problema-solución

3. Observa los siguientes desarrollos planos y di cuáles de ellos corresponden a prismas. En ese caso, indica el tipo de prisma.

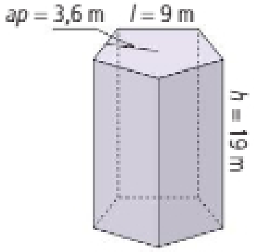
a. 
c. 
b. 
d. 

4. Sandra quiere envolver con papel de regalo una caja de zapatos de 23 cm de ancho, 13 cm de alto y 35 cm de largo. Si el precio del papel es de 1,75 € el metro cuadrado, ¿cuánto dinero se gastará como mínimo en envolverla?

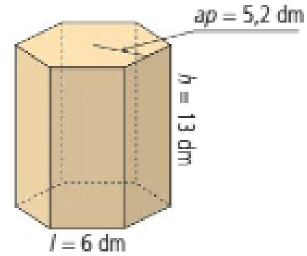


5 Calcula el área y el volumen de los siguientes prismas.

a.



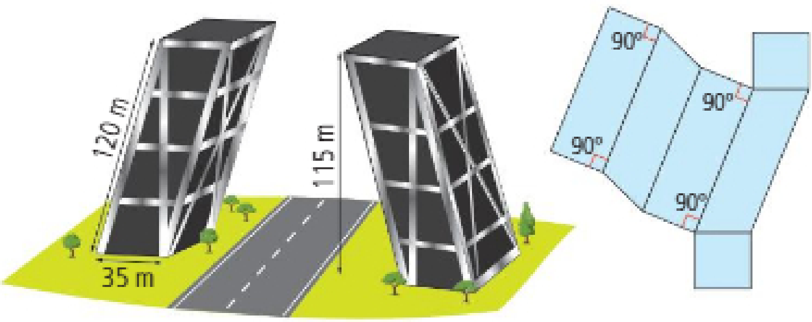
b.



La altura se suele designar con la letra h, y la apotema, con ap.

6 Halla la superficie de cristal que se necesita para recubrir por completo cada una de las torres Puerta de Europa, teniendo en cuenta que su planta es un cuadrado de 35 m de lado aproximadamente y que tiene una altura de unos 115 m.

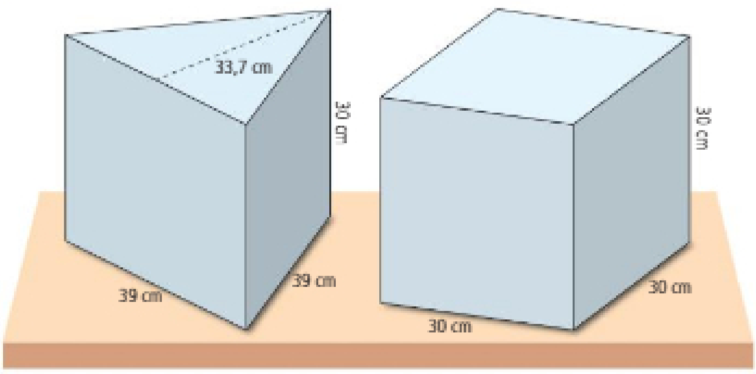
RUTINA
Problema-solución



7 Calculad la arista de un cubo cuya superficie es de 54 dm². Explicad cómo lo habéis averiguado y comprobad el resultado.

COOPERATIVO
Trabajo por parejas.

8 La madre de Guillermo es arquitecta y está diseñando un depósito de agua para su pueblo, de modo que tenga la menor superficie y la mayor capacidad posible. ¿Cuál de estas opciones deberá elegir: el depósito con forma de prisma triangular regular o el depósito cubico?

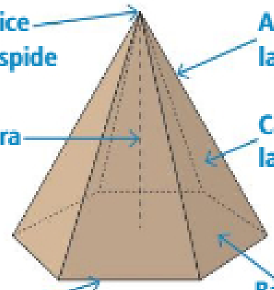


9 Mide las dimensiones de algunos briks con forma de poliedro que tengas en tu nevera y calcula sus volúmenes y sus áreas.

¿Qué relación hay entre el volumen de un brik y el volumen que ocupa su contenido? ¿Son iguales ambas cantidades?

CONOCER LAS PIRÁMIDES

Una **pirámide** es un poliedro formado por una única base, que es un polígono, y caras laterales con forma de triángulo.



La **cúspide** de la pirámide es el vértice donde se cortan las aristas laterales, y la **altura,** la distancia desde la cúspide a la base.

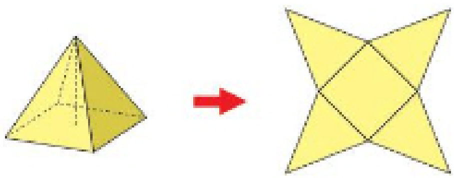
CLASIFICACIÓN Y DESARROLLO PLANO

A partir del tipo de polígono que forma la base, las pirámides se clasifican en **triangulares, cuadrangulares, pentagonales, hexagonales...**

Según esté la cúspide posicionada sobre el centro de la base o no, las pirámides se clasifican en **rectas** u **oblicuas.**

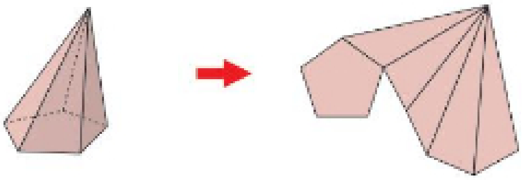
Las pirámides rectas cuya base es un polígono regular se denominan **pirámides regulares.**

Indica qué tipo de pirámide es la de la figura.



Se trata de una pirámide cuadrangular regular recta. Es una pirámide de base cuadrada cuyas caras laterales son triángulos isósceles. La cúspide se proyecta perpendicularmente sobre la base en el centro de esta.

Indica qué tipo de pirámide es la de la figura.

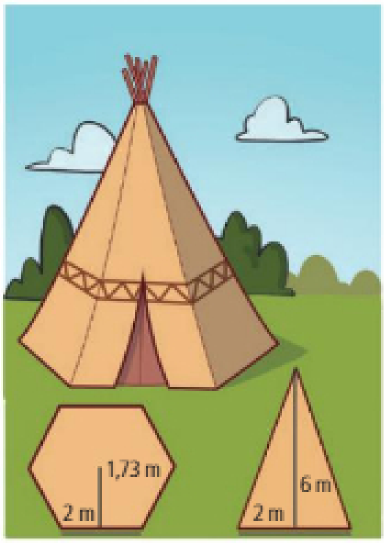


Se trata de una pirámide pentagonal regular oblicua. Es una pirámide cuya base es un pentágono regular y algunas de sus caras son triángulos escalenos. La cúspide se proyecta perpendicularmente sobre la base en un punto que no coincide con el centro de esta.

Recuerda que un triángulo isósceles tiene dos lados iguales y uno desigual y que un triángulo escaleno tiene los tres lados desiguales. ¿Cómo se llama el triángulo que tiene todos sus lados iguales?

ÁREA Y VOLUMEN

El **área de una pirámide** es la suma de las áreas de todas sus caras.



Andrea y Valentina están construyendo una tienda de campaña con forma de pirámide hexagonal regular, tal como se muestra en la figura de la derecha. ¿Cuántos metros cuadrados de tela necesitarán?

Para hallar el área de la pirámide, hay que calcular la de la base (un hexágono regular) y la de la superficie lateral (6 triángulos isósceles iguales).

$$\text{Área del hexágono} = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2} = \frac{6 \times 2 \times 1{,}73}{2} = 10{,}38 \text{ m}^2$$

$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{2 \times 6}{2} = 6 \text{ m}^2$$

El área de la pirámide es la suma de las áreas de todas las caras:

$$\text{Área pirámide} = 10{,}38 + 6 \times 6 = 46{,}38 \text{ m}^2$$

Por tanto, necesitarán 46,38 m^2 de tela.

¿Qué relación observas entre el volumen de un prisma y el de una pirámide que tenga la misma base y altura?

El **volumen de una pirámide** es el producto del área de su base por la altura de la pirámide dividido entre 3.

$$\textbf{Volumen de la pirámide} = \frac{\textbf{área de la base} \times \textbf{altura}}{3}$$

Pablo y Alexander quieren llenar con vapor de agua un recipiente con forma de pirámide cuadrangular regular de 26 cm de altura y cuya base tiene una arista de 15 cm. ¿Qué volumen de vapor de agua puede contener? ¿Cuántos litros de agua podrían introducir?

Para responder a la pregunta, hay que calcular el volumen de la pirámide:

$$\text{Área de la base} = \text{lado} \times \text{lado} = 15 \times 15 = 225 \text{ cm}^2$$

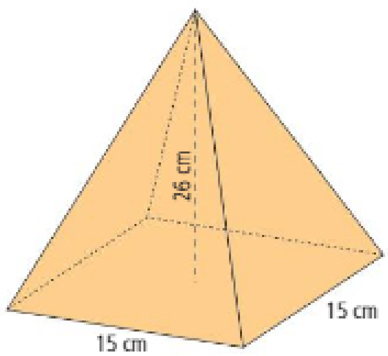
$$\text{Volumen} = \frac{\text{área de la base} \times \text{altura}}{3} = \frac{225 \times 26}{3} = 1\,950 \text{ cm}^3$$

Por tanto, la pirámide puede contener 1 950 cm^3 de vapor, es decir, 1,95 dm^3.

Para calcular los litros de agua que pueden introducirse, hay que considerar que 1 dm^3 = 1 l, de modo que:

$$1{,}95 \text{ dm}^3 = 1{,}95 \text{ l}$$

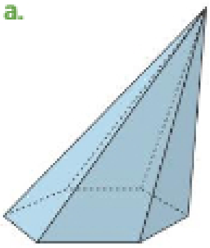
Por tanto, podrían introducirse 1,95 l de agua.



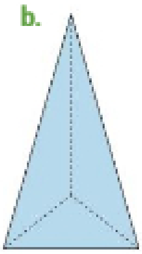
PRACTICAR Y AVANZAR

1 Nombra las siguientes pirámides según sean rectas u oblicuas y en función del polígono que forma sus bases.

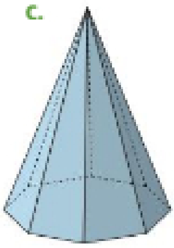
a.



b.



c.

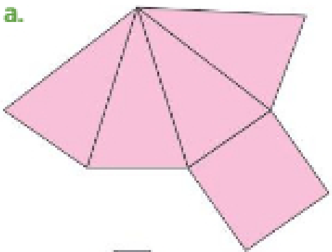


2 ¿Cómo se denomina una pirámide cuyas caras laterales son triángulos isósceles? ¿Se podría construir una pirámide cuyas caras laterales fueran triángulos equiláteros? ¿Qué tipo de pirámide sería? Dibuja su desarrollo plano.

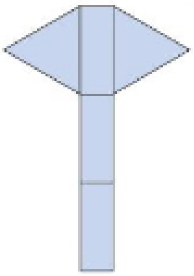
RUTINA
Círculo de puntos de vista

3 Observa los siguientes desarrollos planos e indica cuáles de ellos corresponden a pirámides. En esos casos, indica el tipo de pirámide, copia el desarrollo plano en tu cuaderno y señala sus elementos.

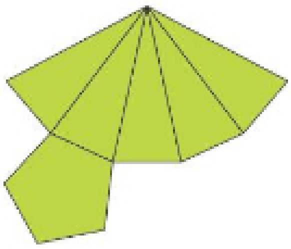
a.



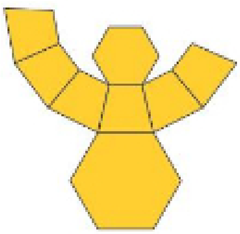
b.



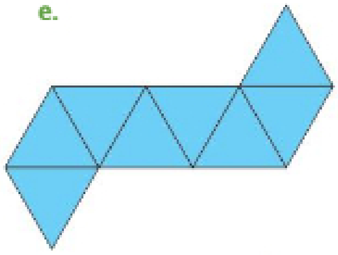
c.



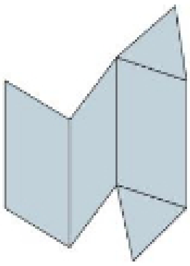
d.

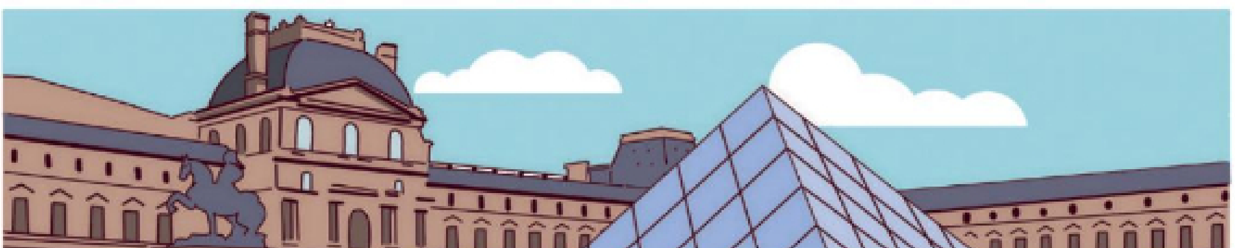


e.



f.

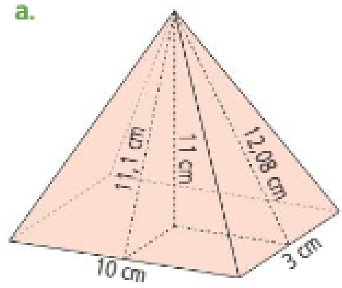




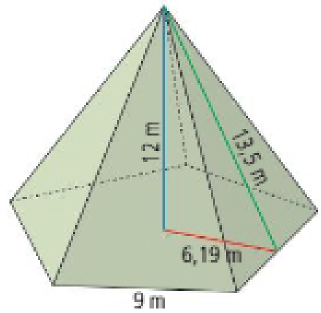
Para calcular el área de una pirámide, quizás te ayude dibujar su desarrollo plano.

4 Calcula el área y el volumen de las siguientes pirámides.

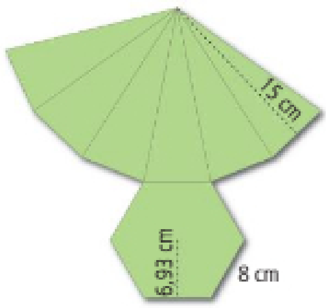
a.



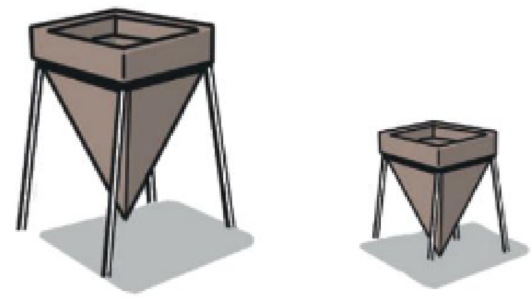
b.



5 Calcula la superficie de cartulina que ha empleado Jaime para construir esta pirámide.



6 Calculad el volumen de tierra que hay que echar en cada uno de estos maceteros para llenarlos por completo. El más grande tiene 45 cm de altura, y el cuadrado de su parte superior tiene 30 cm de lado. El menor tiene 27 cm de altura y una base cuadrada de 13 cm de lado.



7 ¿Puedes poner algún ejemplo de envase con forma de pirámide?

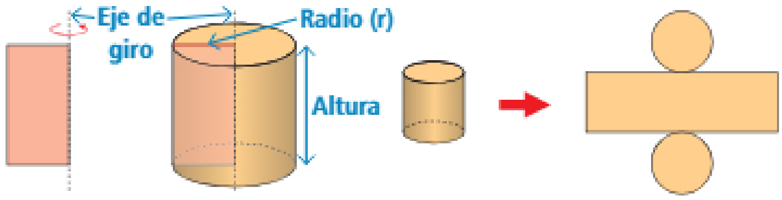
CONOCER LOS CUERPOS REDONDOS

Los **cuerpos redondos** son cuerpos geométricos que tienen superficies curvas. Algunos de ellos resultan del giro de una figura plana alrededor de un eje, por lo que se llaman **cuerpos de revolución.**

EL CILINDRO

El **cilindro** es el cuerpo redondo que se genera al hacer girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados.

Los elementos que definen el cilindro son el **radio de la base (r)** y la **altura.**



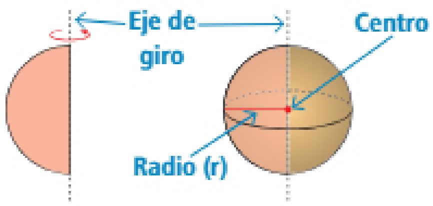
El **volumen de un cilindro** es el producto del área de la base por la altura. Al ser la base un círculo, se calcula como:

$$\text{Volumen del cilindro} = \pi \times r^2 \times \text{altura}$$

LA ESFERA

La **esfera** es el cuerpo redondo que se genera al hacer girar un semicírculo alrededor de su diámetro. Es un cuerpo redondo que no tiene desarrollo plano.

El elemento que define la esfera es el **radio (r).**

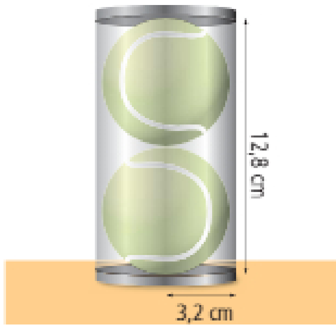


El **volumen de una esfera** es proporcional al cubo de su radio:

$$\text{Volumen de la esfera} = \frac{4 \times \pi \times r^3}{3}$$

El **área del cilindro** es la suma de las áreas de las dos bases circulares y el rectángulo enrollado que forma la superficie lateral.

Calcula el espacio libre que queda en el estuche tras meter dos pelotas de tenis.



Para responder a esta cuestión, hay que restar al volumen del cilindro el de las dos esferas.

Volumen del cilindro =
$= \pi \times (3,2)^2 \times 12,8 = 411,77 \text{ cm}^3$

Volumen esfera =
$\frac{4 \times \pi \times 3,2^3}{3} = 137,26 \text{ cm}^3$

El espacio que queda libre es:

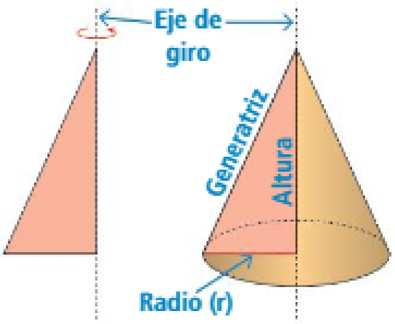
$411,77 - 2 \times 137,26 = 137,25 \text{ cm}^3$

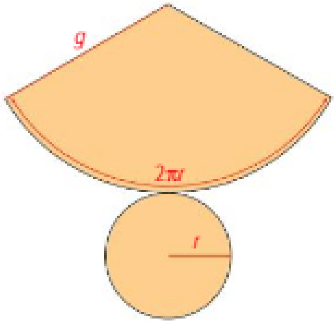
EL CONO

El **cono** es el cuerpo redondo que se genera al hacer girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus lados más cortos.

Los elementos que definen el cono son el **radio (r),** la **altura** y la **generatriz.**

El **área del cono** es la suma de las áreas de la base circular y el sector circular enrollado que forma la superficie lateral.





El volumen de un cono es el producto de la base por la altura dividido entre 3. Al ser la base un círculo, se calcula como:

$$\text{Volumen del cono} = \frac{\pi \times r^2 \times \text{altura}}{3}$$

¿Qué relación hay entre los volúmenes de un cilindro y un cono con iguales radios de las bases y alturas?

Omar y Leticia han ido a comprarse un helado. A Omar le gusta comerlo en cucurucho, mientras que Leticia prefiere tomarlo en tarrina. ¿Cuánto helado tomará cada uno de los amigos?

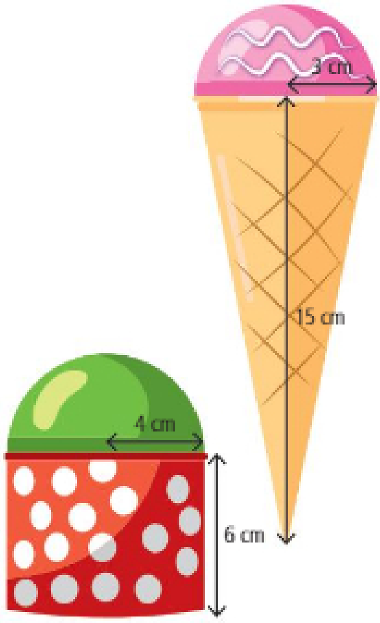
El volumen del helado de Omar es la suma del volumen de un cono más el de una semiesfera, mientras que el volumen del helado de Leticia es la suma del de una semiesfera y un cilindro:

- Volumen semiesfera de Omar $= \frac{1}{2} \times \frac{4 \times \pi \times 3^3}{3} = 56{,}55\ \text{cm}^3$
- Volumen cono de Omar $= \frac{\pi \times 3^2 \times 15}{3} = 141{,}37\ \text{cm}^3$

El volumen del helado de Omar es $56{,}55 + 141{,}37 = 197{,}92\ \text{cm}^3$, es decir, 197,92 ml = 0,197 92 l.

- Volumen semiesfera de Leticia $= \frac{1}{2} \times \frac{4 \times \pi \times 4^3}{3} = 134{,}04\ \text{cm}^3$
- Volumen cilindro de Leticia $= \pi \times 4^2 \times 6 = 301{,}59\ \text{cm}^3$

El volumen del helado de Leticia es $134{,}04 + 301{,}59 = 435{,}63\ \text{cm}^3$, esto es, 435,63 ml = 0,43563 l.



PRACTICAR Y AVANZAR

1 Identifica los cuerpos redondos que corresponden a estos objetos y pon dos ejemplos más de objetos cotidianos para cada uno.

a.

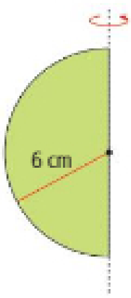
b.

c.

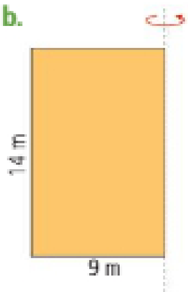
2 Dibuja los cuerpos de revolución que se obtienen a partir del giro de las siguientes figuras planas.

RUTINA
Círculo de puntos de vista

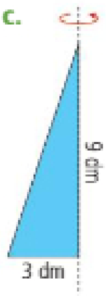
a.



b.



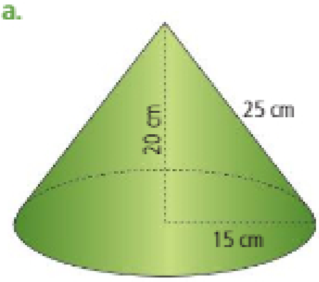
c.



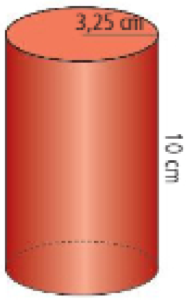
¿Por qué no se puede dibujar el desarrollo plano de una esfera?

3 Identifica los elementos que definen estos cuerpos de revolución y dibuja los desarrollos planos correspondientes.

a.

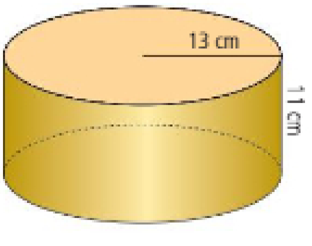


b.

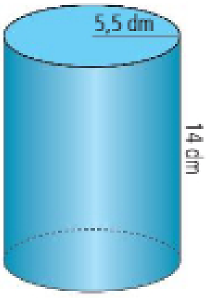


4 Calcula el volumen de cada cilindro.

a.

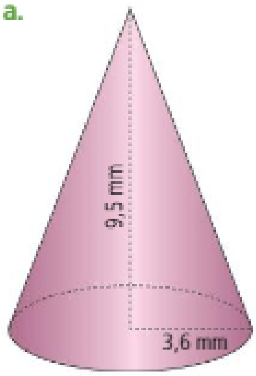


b.

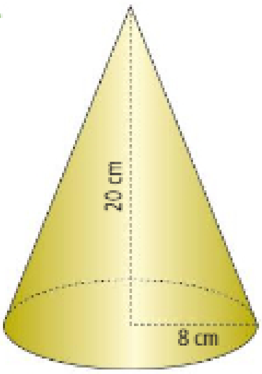


5 Halla el volumen de los siguientes conos.

a.

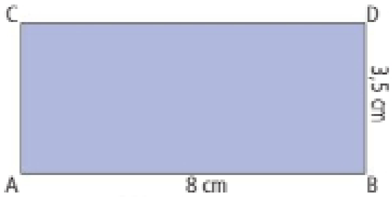


b.



6 Determina el volumen de las esferas cuyos radios son los que se indican.

a. Radio = 5,8 cm b. Radio = 9 mm c. Radio = 2,3 dm



7 Al girar el rectángulo de la derecha alrededor del lado AB se forma un cilindro, y al girarlo alrededor de lado AC, otro distinto. Comprueba si tienen el mismo volumen.

8 Darío ha comprado gorros para su fiesta de cumpleaños. Su amiga Aurelia afirma que cada uno se puede llenar con 4 dm^3 de confeti, pero Darío cree que no cabe tanta cantidad. ¿Quién tiene razón?

COOPERATIVO
Folio giratorio por parejas

Diámetro de la base = 20 cm

Altura = 35 cm

9 Carlota guarda las bolas del árbol de Navidad en cajas con forma de ortoedro de 30 cm de largo, 21 cm de ancho y 16 cm de alto. ¿Cuántas puede almacenar en cada caja si las bolas son esferas de 4 cm de radio?

10 Ángel necesita 7 l de pintura para pintar el salón de su casa. ¿Cuántos botes de pintura debe comprar si cada uno tiene forma de cilindro de 18 cm de altura y base de 15 cm de diámetro?

11 ¿Qué volumen de papel higiénico tiene un rollo de 9 cm de altura y 11 cm de diámetro si el hueco interior tiene un radio de 2 cm?

12 ¿Por qué crees que los briks tienen mayoritariamente forma de poliedro y no de cuerpo redondo? Justifica tu respuesta.

¿Qué dificultades añadidas tiene fabricar un brik con forma de cuerpo de revolución frente a fabricarlo con forma de poliedro?

¿QUÉ HEMOS APRENDIDO?

Repasa la lista de contenidos para saber si toda esta información es suficiente para llevar a cabo tu tarea. Es un buen momento para echar un vistazo final a tu kanban y realizar cualquier cambio de última hora.

1 A continuación, tienes un resumen de los contenidos que has visto en esta situación de aprendizaje. Lee con atención cada uno de ellos y cópialos en tu cuaderno, añadiendo un par de ejemplos para cada concepto.

Un **poliedro** es un cuerpo geométrico que está delimitado por **polígonos.**

Un **poliedro regular** es aquel cuyas caras son **polígonos regulares iguales** y en cada uno de sus vértices se une el mismo número de caras y aristas. Existen cinco poliedros regulares: **tetraedro, hexaedro** o **cubo, octaedro, dodecaedro** e **icosaedro.**

Un **prisma** es un poliedro formado por dos polígonos iguales y paralelos, llamados **bases,** y **caras laterales** que son paralelogramos.

El **volumen de un prisma** es el producto del área de su base por la altura del prisma:

$$\textbf{Volumen del prisma} = \textbf{área de la base} \times \textbf{altura}$$

Una **pirámide** es un poliedro formado por una única base, que es un polígono, y caras laterales con forma de triángulo.

El **volumen de una pirámide** es el producto del área de su base por la altura de la pirámide dividido entre 3:

$$\textbf{Volumen de la pirámide} = \frac{\textbf{área de la base} \times \textbf{altura}}{3}$$

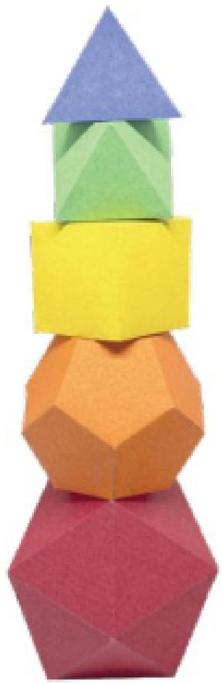
Los **cuerpos redondos** son cuerpos geométricos que tienen superficies curvas.

El **cilindro** se genera al hacer girar un rectángulo alrededor de un lado.

$$\textbf{Volumen del cilindro} = \pi \times r^2 \times \textbf{altura}$$

La **esfera** se genera al hacer girar un semicírculo alrededor de su diámetro.

$$\textbf{Volumen de la esfera} = \frac{4 \times \pi \times r^3}{3}$$



El **cono** se genera al hacer girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus lados más cortos.

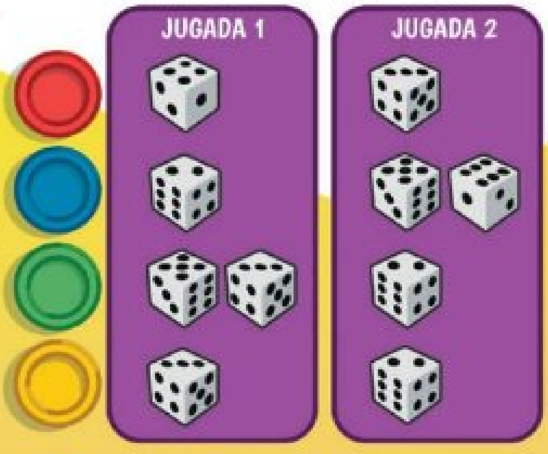
$$\textbf{Volumen del cono} = \frac{\pi \times r^2 \times \textbf{altura}}{3}$$

2 Haced una puesta en común sobre los ejemplos que habéis elegido para cada uno de los contenidos que guardan más relación con el diseño de vuestros briks. Recuerda añadir en tu cuaderno los ejemplos de tus compañeros y compañeras que te resulten interesantes.

RUTINA
Palabra, idea, frase

8 UN TRÉBOL DE CUATRO HOJAS

En este juego de mesa cada participante tira un dado y avanza las posiciones que indique. Hay, sin embargo, cuatro pares de casillas especiales. Disponlas en el tablero de modo que quienes participan en el juego acaben la partida con las dos jugadas que se indican.



Al tirar un dado, todos los resultados tienen la misma probabilidad de salir. Ahora bien, la cosa cambia cuando se tiran dos dados. En ese caso, algunos resultados se dan con más frecuencia que otros. Elabora un juego de mesa en el que haya que usar dos dados. Invéntate las normas del juego y coloca las casillas teniendo en cuenta las probabilidades de los diferentes resultados. ¡Cuanto más difícil sea ganar, más divertido será el juego!

RECOGER Y ORGANIZAR DATOS ESTADÍSTICOS

La **estadística** es la parte de las matemáticas que se ocupa de recoger, organizar, representar y analizar datos para extraer conclusiones sobre una o varias características de una **población.**

La **población** es el conjunto de todos los elementos que son objeto de estudio.

La parte de la población de la que se extraen los datos es la **muestra.**

Las características que se estudian de la población se conocen como **variables.**

Para organizar la información, los valores que toman las variables se ordenan en **tablas de frecuencias o tablas estadísticas.**

La **frecuencia absoluta** de un valor de la variable es el número de veces que se repite.

La **frecuencia relativa** de un valor de la variable es el cociente de su frecuencia absoluta entre el número total de datos.

Un ayuntamiento ha realizado estudio estadístico sobre la actividad deportiva que realiza el alumnado de ESO de ese municipio. Para ello, han preguntado a 60 alumnos escogidos de entre los institutos de la localidad por el número de días que dedican semanalmente a la práctica deportiva. Estos son los resultados obtenidos.

0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2,
2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4

Indica la población, la muestra y la variable estadística y organiza los datos en una tabla de frecuencias.

- **Población:** el número total de estudiantes de ESO del municipio.
- **Muestra:** los 60 estudiantes que participan en la encuesta.
- **Variable estadística:** el número de días que hacen deporte a la semana. En este caso se trata de una **variable cuantitativa.**

Los valores que toma la variable estadística son 0, 1, 2, 3 y 4. Las frecuencias absolutas y relativas correspondientes se recogen en esta tabla.

Número de días	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
0	12	$\frac{12}{60} = 0{,}2$
1	9	$\frac{9}{60} = 0{,}15$
2	21	$\frac{21}{60} = 0{,}35$
3	15	$\frac{15}{60} = 0{,}25$
4	3	$\frac{3}{60} = 0{,}05$
TOTAL	**60**	**1**

Una variable estadística es **cuantitativa** cuando representa una cantidad que puede expresarse numéricamente.

Una variable es **cualitativa** si no representa una cantidad, sino una cualidad que puede no expresarse numéricamente.

La suma de las frecuencias absolutas es siempre igual al número de datos.

La suma de las frecuencias relativas es siempre 1.

AGRUPACIÓN DE DATOS EN INTERVALOS

Las variables estadísticas cuantitativas pueden ser discretas o continuas.

Una **variable cuantitativa** es **discreta** cuando solo puede tomar un número finito de valores aislados.

Una **variable cuantitativa** es **continua** cuando puede tomar infinitos valores numéricos dentro de un intervalo dado.

Cuando la variable es cuantitativa continua, o cuando es cuantitativa discreta y tiene muchos valores diferentes, se agrupan los valores en **intervalos o clases.** De este modo, se facilita la organización de la información en la tabla de frecuencias, así como su interpretación.

Ejemplos de variables cuantitativas discretas

Número de hermanos, número de asignaturas aprobadas, canastas encestadas por un equipo de baloncesto, número de clientes que visitan una tienda diariamente…

Ejemplos de variables cuantitativas continuas

Estatura de los alumnos y alumnas de una clase, volumen de leche que producen las vacas de una granja anualmente, marcas de salto de longitud realizadas por un equipo de atletismo, consumo de agua en varias viviendas…

A continuación, se muestran las masas, expresadas en kilogramos, de 20 merluzas que han llegado a la pescadería de Matías esta mañana.

2,4; 3,8; 1,7; 2,9; 4,1; 4,6; 2; 2,6; 1,5; 2,5;
3,6; 3,2; 4,8; 2,2; 3,3; 4; 2,5; 4,2; 2,3; 1,8

Agrupa los datos en intervalos y construye la tabla de frecuencias correspondiente.

Los intervalos se escriben de la forma $[a, b)$, donde a es un valor que está incluido en el intervalo, mientras que b es un valor que no lo está.

Todos los intervalos deben tener la misma amplitud y han de ser consecutivos; es decir, el intervalo siguiente a $[a, b)$ es $[b, c)$. De este modo, todos los valores pertenecen a algún intervalo.

En este caso, el menor de los valores es 1,5. Se pueden formar intervalos de 1 kg de amplitud, empezando por el intervalo [1,5, 2,5), seguido del intervalo [2,5, 3,5), etc. En la tabla de datos agrupados, las frecuencias absolutas representan el número de datos que hay dentro de cada intervalo.

Intervalo	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
[1,5; 2,5)	7	$\frac{7}{20} = 0{,}35$
[2,5; 3,5)	6	$\frac{6}{20} = 0{,}3$
[3,5; 4,5)	5	$\frac{5}{20} = 0{,}25$
[4,5; 5,5)	2	$\frac{2}{20} = 0{,}1$
TOTAL	**20**	**1**

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Una fábrica de tornillos está analizando las unidades defectuosas que produce diariamente. Para ello, examina cada 15 minutos 5 tornillos de su producción.

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

a. ¿Cuál crees que puede ser la variable que es objeto del estudio?

b. Identifica la población, la muestra y el tipo de variable estadística.

2 En un centro de ITV (Inspección Técnica de Vehículos) se registra el kilometraje de los vehículos que pasan a hacer la revisión anual. ¿Cuál de las siguientes muestras creéis que puede representar mejor a la población total de vehículos? Justificad vuestra elección.

COOPERATIVO
1-2-4

a. Los coches de una marca determinada.

b. Los coches que acuden durante el primer mes del año.

c. Veinte coches elegidos al azar diariamente durante todo el año.

d. Los coches de más de 15 años de antigüedad.

3 Clasifica las siguientes variables estadísticas en cualitativas, cuantitativas discretas o cuantitativas continuas.

a. El número de mascotas que hay en las viviendas de una ciudad.

b. El grado universitario elegido por los estudiantes de una comunidad autónoma.

c. La distancia entre la vivienda habitual de los empleados de una empresa y la oficina.

d. El sueldo mensual bruto de los vecinos de un bloque.

e. El tiempo semanal dedicado a la cocina en los hogares de España.

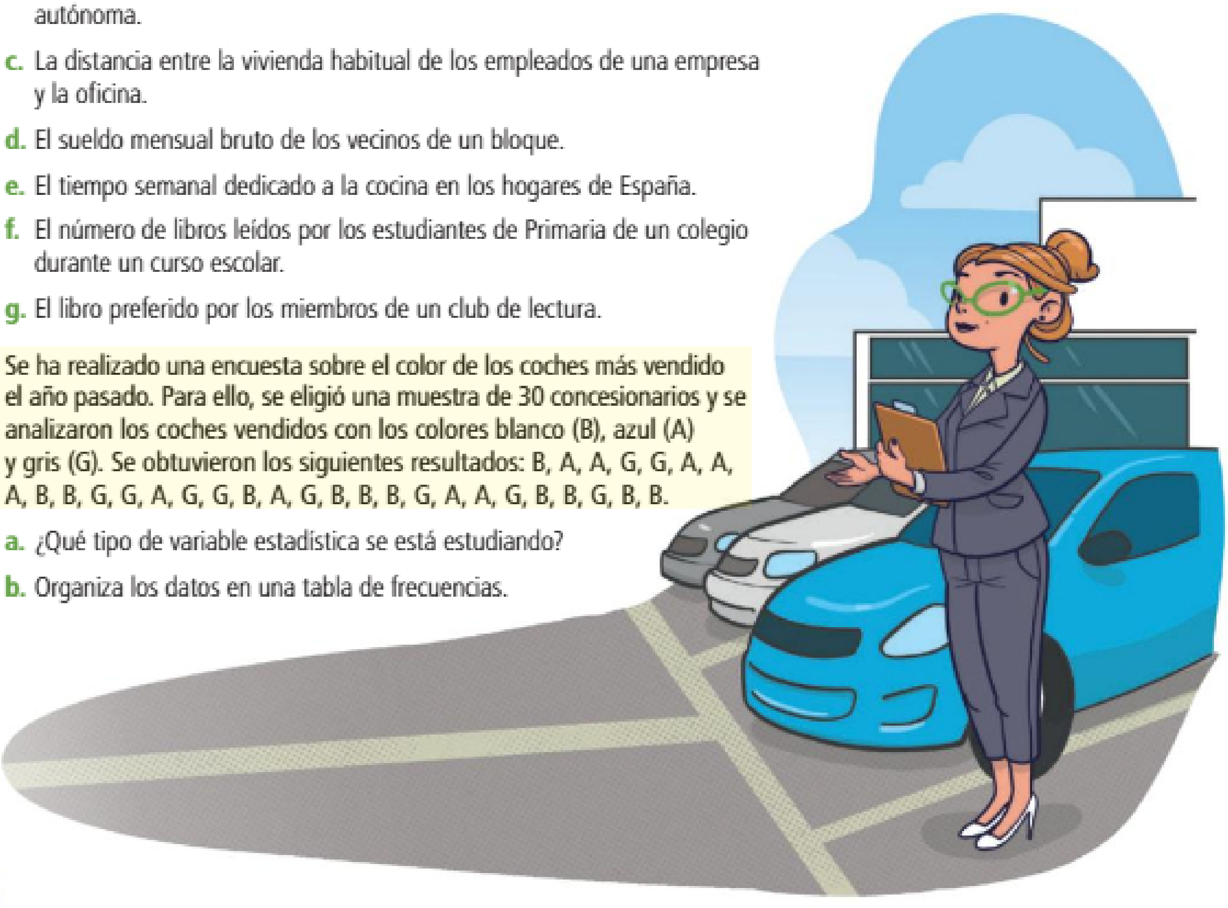
f. El número de libros leídos por los estudiantes de Primaria de un colegio durante un curso escolar.

g. El libro preferido por los miembros de un club de lectura.

4 Se ha realizado una encuesta sobre el color de los coches más vendido el año pasado. Para ello, se eligió una muestra de 30 concesionarios y se analizaron los coches vendidos con los colores blanco (B), azul (A) y gris (G). Se obtuvieron los siguientes resultados: B, A, A, G, G, A, A, A, B, B, G, G, A, G, G, B, A, G, B, B, B, G, A, A, G, B, B, G, B, B.

a. ¿Qué tipo de variable estadística se está estudiando?

b. Organiza los datos en una tabla de frecuencias.



RUTINA
Problema-solución

5 El abuelo de Aitor suele ir a bailar los sábados al centro de mayores de su barrio. Estas son las edades de los asistentes al baile del pasado sábado:

84, 75, 66, 78, 67, 82, 68, 72, 69, 83, 75, 70, 84, 70, 71,
69, 72, 73, 70, 66, 70, 67, 80, 82, 67, 83, 69, 65, 84, 77

a. Agrupa los datos en intervalos de 5 años de amplitud y organízalos en una tabla de frecuencias.

b. El abuelo de Aitor tiene 70 años. ¿Cuántos de los asistentes al baile son más jóvenes que él? Busca la respuesta en la tabla.

6 Paco y Lucía han preguntado a sus compañeros y compañeras de clase por el número de veces que han ido al cine el último mes y la duración, expresada en horas, de las películas que han visto.

Películas vistas el último mes

0, 0, 0, 0, 1, 1, 1,
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
2, 2, 2, 2, 2, 3, 3

Duración de las películas (h)

1,25; 1,25; 1,3; 1,4; 1,5; 1,5; 1,6;
1,6; 1,65; 1,7; 1,7; 1,75; 1,75;
1,75; 1,8; 1,8; 1,9; 2; 2,05; 2,15;
2,25; 2,3; 2,3; 2,5; 2,5; 2,7

a. Indica qué tipo de variables estadísticas están estudiando.

b. Organiza los datos en dos tablas de frecuencias: con los datos sin agrupar, para el número de películas vistas, y con los datos agrupados en intervalos, para la duración de estas.

7 Copia esta tabla de frecuencias en tu cuaderno y complétala.

Cocina preferida	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas
China		$\frac{7}{50} =$
Italiana	12	
Americana		$\frac{10}{50} =$
Española	18	
India		
TOTAL	**50**	

8 Tira dos dados repetidamente y anota los puntos que suman. Después, construye una tabla con las frecuencias absolutas y relativas.

¿Se parecen las frecuencias relativas de los diferentes resultados? ¿Cuáles tienen las mayores frecuencias relativas? ¿Y las menores?

REPRESENTAR DATOS ESTADÍSTICOS

Los **gráficos estadísticos** se utilizan para representar de forma visual los datos que se recogen en un estudio estadístico.

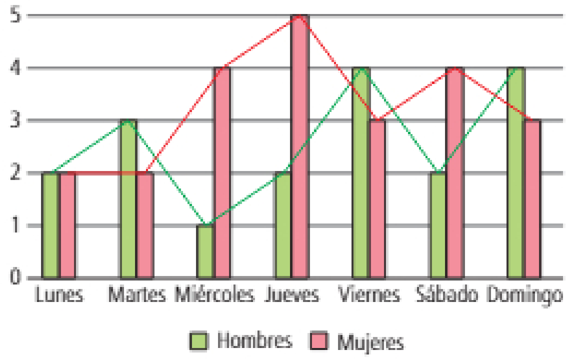
DIAGRAMA DE BARRAS Y POLÍGONO DE FRECUENCIAS

En un **diagrama de barras,** los valores de la variable se representan ordenados en el eje horizontal, y sobre cada uno de ellos se levanta una barra cuya altura representa su frecuencia absoluta. Al unir los puntos medios de las partes altas de las barras se obtiene el **polígono de frecuencias.**

Para comparar los datos de varios estudios estadísticos, se pueden representar en **diagramas de barras dobles o triples.**

En la siguiente tabla se recoge el día de la semana en el que nacieron 40 personas. A la derecha se muestra el diagrama de barras y el polígono de frecuencias correspondiente.

	Frecuencia absoluta	
DÍA DE LA SEMANA	**Hombres**	**Mujeres**
Lunes	2	2
Martes	3	2
Miércoles	1	4
Jueves	2	5
Viernes	4	3
Sábado	2	4
Domingo	4	3

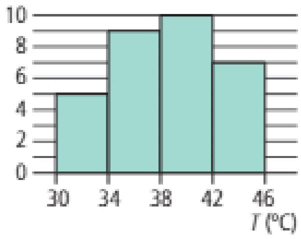


HISTOGRAMA

El **histograma** se utiliza para representar datos agrupados en intervalos. En el eje horizontal se representan los intervalos con los valores de la variable y, sobre cada uno de ellos, se levanta un rectángulo cuya altura representa su frecuencia absoluta.

La siguiente tabla recoge las temperaturas máximas registradas en Córdoba durante el mes de agosto. A la derecha se muestra el histograma correspondiente.

Temperatura máxima (°C)	Frecuencia absoluta
[30, 34)	5
[34, 38)	9
[38, 42)	10
[42, 46)	7



Como los intervalos son consecutivos, cada rectángulo queda pegado con el siguiente.

DIAGRAMA DE SECTORES

El **diagrama de sectores** es un gráfico circular en el que los valores de la variable se representan mediante sectores circulares, de modo que el ángulo de cada sector es proporcional a la frecuencia relativa del valor representado.

La tabla adjunta corresponde a un pedido de camisetas de diferentes tallas. Construye el diagrama de sectores.

Talla	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
S	4	$\frac{4}{20} = 0{,}2$
M	5	$\frac{5}{20} = 0{,}25$
L	8	$\frac{8}{20} = 0{,}4$
XL	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15$
TOTAL	**20**	1

Para construir el diagrama de sectores, hay que considerar las frecuencias relativas de los datos. Como estas son proporcionales a los ángulos de los sectores circulares, se puede establecer una regla de tres entre ambas magnitudes. Así, para el primer sector se tiene:

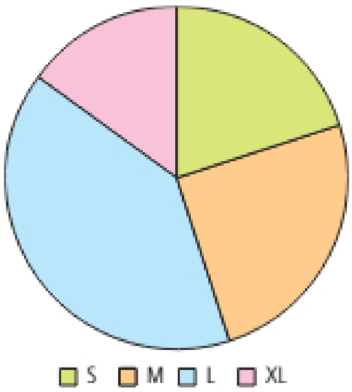
Frecuencia relativa		Ángulo del sector
0,2	→	x
1	→	360°

$$x = \frac{0{,}2 \times 360°}{1} = 72°$$

La suma de todos los sectores del diagrama ha de ser 360°, que corresponde a una frecuencia relativa de 1.

Por tanto, para calcular el ángulo de cada sector hay que multiplicar la frecuencia relativa correspondiente por 360°.

Talla	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Ángulo del sector circular
S	4	$\frac{4}{20} = 0{,}2$	$0{,}2 \times 360° = 72°$
M	5	$\frac{5}{20} = 0{,}25$	$0{,}25 \times 360° = 90°$
L	8	$\frac{8}{20} = 0{,}4$	$0{,}4 \times 360° = 144°$
XL	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15$	$0{,}15 \times 360° = 54°$
TOTAL	**20**	1	360°



PRACTICAR Y AVANZAR

1 En la última junta de la comunidad de vecinos de Anselmo se sometió a votación destinar parte de los fondos disponibles a pintar la fachada del edificio. Los votos que se recogieron fueron los siguientes:

Sí, Sí, No, No, Sí, No, Sí, Abstención, Abstención, Sí, Abstención, No, No, No, Sí, Sí, Sí, Abstención, No, Sí, Sí, Sí, Sí, Sí, Sí.

a. Indica de qué tipo es la variable estadística que se está estudiando.

b. Construye una tabla de frecuencias que recoja esta información.

c. Dibuja el diagrama de barras y el polígono de frecuencias correspondiente.

d. Si para aprobar una propuesta se necesita la mitad más uno de los votos de los vecinos, ¿se pintará la fachada del edificio?

2 En la siguiente tabla se recogen las marcas que obtuvieron en salto de longitud varios alumnos y alumnas de 6.º de Primaria.

Marca (m)	Frecuencia absoluta
[1,5; 2)	6
[2; 2,5)	16
[2,5; 3)	21
[3; 3,5)	10
[3,5; 4)	7

¿Qué te resulta más sencillo: dibujar un diagrama de barras o uno de sectores? ¿Crees que representan la misma información?

a. Representa la información en un histograma.

b. ¿Se podría representar en este caso la información en un diagrama de barras? ¿Y en un diagrama de sectores? Justifica tu respuesta.

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

3 Una clínica veterinaria ha recopilado datos sobre las especies que han pasado por consulta durante dos días laborables. Han contabilizado 36 perros, 20 gatos, 15 pájaros, 4 tortugas y 5 hámsteres.

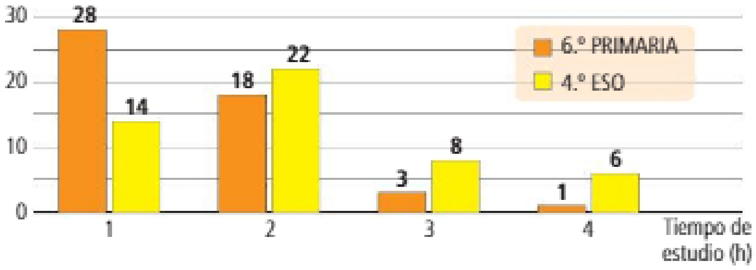
a. Construye una tabla de frecuencias absolutas y relativas con estos datos.

b. Representa los datos en un diagrama de barras.

c. Representa los datos en un diagrama de sectores.

4 En este diagrama de barras dobles puedes comparar las respuestas de un grupo de estudiantes de 6.º de Primaria y de otro de 4.º de ESO cuando son preguntados por el número de horas diarias que dedican al estudio.

COOPERATIVO
Uno por todos



a. ¿Qué conclusiones podéis extraer a partir del gráfico?

b. ¿Creéis que lo observado se ajusta a la realidad de los cursos de 6.º de Primaria y de 4.º de ESO? Justificad vuestra respuesta.

c. Trasladad la información del diagrama de barras dobles a dos tablas de frecuencias, una para cada curso.

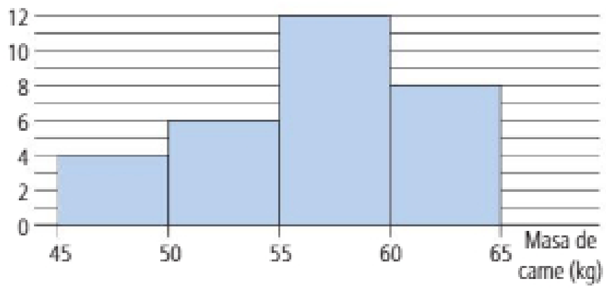
d. ¿Dónde os resulta más sencillo interpretar la información: en el diagrama de barras dobles o en las tablas de frecuencias? ¿Por qué?

5 El gráfico estadístico de la derecha corresponde a un estudio sobre los kilos diarios de carne que consumen semanalmente varios felinos.

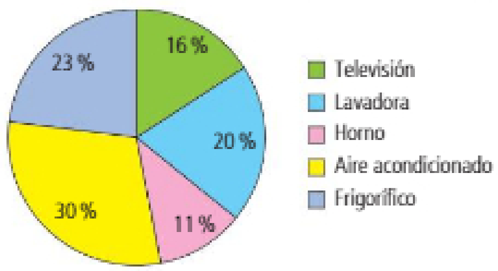
a. ¿Por qué crees que se han agrupado los datos en intervalos?

b. Traslada la información a una tabla de frecuencias.

c. Representa los datos en un diagrama de sectores.



6 Este diagrama de sectores recoge los resultados de un estudio sobre el consumo eléctrico de los electrodomésticos de una vivienda. Traslada a una tabla de frecuencias la información que contiene el gráfico.



7 Poned en común con la clase las tablas de frecuencias que habéis elaborado sobre el lanzamiento de dos dados, para aumentar el número de datos, y dibujad los diagramas de barras y sectores correspondientes.

COOPERATIVO
Mejor entre todos

CALCULAR LA MEDIA, LA MODA, LA MEDIANA Y EL RANGO

Nuria ha preguntado a 45 personas de su vecindario por el número de veces que han comido fuera de casa en el último mes. Con la información que ha obtenido, ha construido la tabla de frecuencias de la derecha.

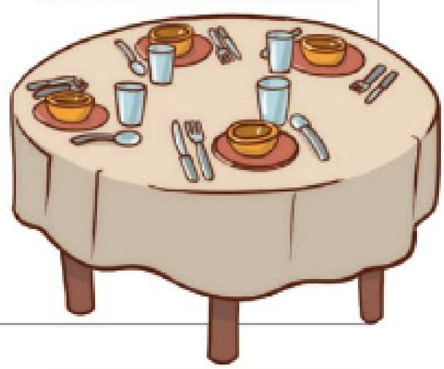
N.º de comidas fuera de casa	Frecuencia absoluta
0	11
1	13
2	9
3	8
4	7
5	2
TOTAL	**50**

La **media aritmética,** también llamada media o promedio, se calcula como la suma de los valores que toma la variable dividida entre el número total de datos.

Cuando se conocen las frecuencias absolutas de todos los valores, la suma se puede simplificar multiplicando cada valor por su frecuencia absoluta. En este caso, la media aritmética es:

$$\text{Media} = \frac{11 \times 0 + 13 \times 1 + 9 \times 2 + 8 \times 3 + 7 \times 4 + 2 \times 5}{50} =$$

$$= \frac{0 + 13 + 18 + 24 + 28 + 10}{50} = 1{,}86$$



Por tanto, en el vecindario de Nuria, han salido a comer fuera de casa 1,86 veces de media.

La **moda** es el valor que se repite más veces, es decir, el de mayor frecuencia absoluta.

En este caso, la moda es 1, pues la frecuencia absoluta de este valor es 13, la mayor de todas.

Lourdes está analizando las calificaciones que ha obtenido en Matemáticas y Lengua en el último trimestre.

Matemáticas: 6, 5, 8, 7, 6 Lengua: 9, 6, 7, 6, 9, 8

La **mediana** es el valor que ocupa la posición central una vez ordenados los valores de menor a mayor. En el caso de tener un número par de datos, para obtener la mediana, se calcula la media aritmética de los dos datos centrales.

En este caso, una vez ordenados los valores se tiene.

Matemáticas: 5, 6, **6**, 7, 8 $\rightarrow$ Mediana $= 6$

Lengua: 6, 6, **7**, **8**, 9, 9 $\rightarrow$ Mediana $= \frac{7 + 8}{2} = 7{,}5$

El **rango** es la diferencia entre el dato mayor y el dato menor. Indica el grado de dispersión de los datos, es decir, si son próximos entre sí o están alejados.

Matemáticas: **5**, 6, 6, 7, **8** $\rightarrow$ Rango $= 8 - 5 = 3$

Lengua: **6**, 6, 7, 8, 9, **9** $\rightarrow$ Rango $= 9 - 6 = 3$

La media, la moda, la mediana y el rango son algunos de los llamados **parámetros estadísticos.** Son valores que resumen la información y son representativos del conjunto total de datos.

¿Se pueden calcular estos cuatro parámetros estadísticos en cualquier tipo de variable estadística?

PRACTICAR Y AVANZAR

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

1 Bruno y Rubén han anotado los goles que han marcado en sus respectivos equipos de fútbol en los últimos 10 partidos.

Bruno: 0, 1, 0, 2, 0, 1, 1, 2, 1, 1

Rubén: 1, 3, 1, 0, 0, 3, 2, 1, 1, 0

a. ¿Cuál de los dos tiene mejor media?

b. ¿Quién tiene unos resultados más dispersos?

2 En la tabla de la derecha se muestran los resultados de un estudio estadístico realizado entre el personal de una empresa para conocer el número de días que los empleados y empleadas han estado de baja médica durante el último año. Calcula los parámetros estadísticos.

Días de baja	Frecuencia absoluta
0	10
1	8
5	3
7	2
10	1
TOTAL	**24**

3 En el siguiente diagrama de barras se representan las edades de los 53 participantes en un concurso de matemáticas de 5.º y 6.º de Primaria. Calcula la moda, la mediana, la media aritmética y el rango.

4 Ángela está realizando un estudio sobre la cantidad de pedidos telefónicos que recibe diariamente su charcutería a lo largo de un mes. Una vez recogidos los datos, los ha agrupado en intervalos tal como muestra la tabla de la derecha. Indica qué intervalo corresponde a la moda y calcula la media aritmética tomando como representante de cada intervalo su valor medio.

N.º de pedidos	Frecuencia absoluta
[0, 5)	4
[5, 10)	9
[10, 15)	13
[15, 20)	3
[20, 25)	1
TOTAL	**30**

¿Coinciden estos tres parámetros estadísticos?

5 Halla la media, la moda y la mediana de los resultados que has obtenido al lanzar los dos dados.

CALCULAR PROBABILIDADES

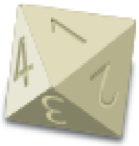
EXPERIMENTO ALEATORIO. ESPACIO MUESTRAL

Un **experimento aleatorio** es aquel cuyo resultado no se puede conocer antes de realizarlo por depender del azar.

El experimento que no es aleatorio se denomina **experimento determinista.** Se trata de un experimento cuyo resultado es posible predecir antes de realizarlo.

Se llama **espacio muestral (E)** al conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.

Lanzar un dado octaédrico y examinar su resultado es un experimento aleatorio cuyo espacio muestral es E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}.



Un **suceso aleatorio** es cualquier observación que pueda hacerse sobre el resultado de un experimento aleatorio.

En el ejemplo del dado octaédrico, algunos sucesos aleatorios son los siguientes:

A = «que salga un número par» = {2, 4, 6, 8}
B = «que salga un número mayor que 6» = {7, 8}
C = «que salga un 3» = {3}
D = «que salga un múltiplo de 2 y de 3» = {6}
E = «que salga un número menor que 9» = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
F = «que salga un 10» = Ø

Los sucesos aleatorios se escriben con letra mayúscula. La letra E se usa para designar el espacio muestral.

El suceso imposible se designa mediante el símbolo Ø, que representa al conjunto vacío.

Los sucesos aleatorios son subconjuntos del espacio muestral que pueden contener varios elementos de este, un único elemento, ninguno, o todos los elementos.

Un **suceso elemental** es aquel suceso aleatorio que está formado por un único elemento del espacio muestral.	C = «que salga un 3» = {3}. D = «que salga un múltiplo de 2 y de 3» = {6}.
Un **suceso imposible** es aquel que no contiene elementos del espacio muestral y, por tanto, no puede darse.	F = «que salga un 10» = Ø.
Un **suceso seguro** es aquel que contiene todos los elementos del espacio muestral y, por tanto, ocurre siempre.	E = «que salga un número menor que 9» = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}.

PROBABILIDAD

La **probabilidad de un suceso aleatorio** representa la posibilidad que tiene ese suceso de ocurrir.

Para calcular la probabilidad de un suceso, se puede repetir el experimento aleatorio muchas veces y calcular su frecuencia relativa.

Se tira una chincheta varias veces y se anota las veces que cae con la punta hacia abajo.

N.º de tiradas	10	50	100	500	1000
N.º hacia abajo	3	23	36	168	331
Frecuencia relativa	0,3	0,46	0,36	0,336	0,331

Se observa que a medida que aumenta el número de tiradas, la frecuencia relativa se acerca a 0,33. Por tanto, se puede afirmar que esta es la probabilidad de que caiga con la punta boca abajo.

REGLA DE LAPLACE

La regla de Laplace permite calcular la probabilidad de un suceso sin tener que repetir reiteradamente un experimento aleatorio. Se utiliza en el caso en el que todos los sucesos elementales sean **equiprobables**, es decir que tienen la misma probabilidad de ocurrir.

$$P(A) = \frac{\text{N.º de casos favorables a A}}{\text{N.º de casos posibles}}$$

En la expresión anterior, A es cualquier suceso aleatorio.

La probabilidad de un suceso imposible es 0 (pues ese es el número de casos favorables) y la de un suceso seguro es 1 (dado que el número de casos favorables coincide con el de casos posibles). Por tanto, la probabilidad de cualquier suceso es un número comprendido entre 0 y 1.

En una clase hay 25 estudiantes en total. De ellos, 2 son de origen asiático, 4 proceden de África, 5 tienen su origen en el continente americano, y el resto, son europeos. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un alumno o alumna al azar sea de cada uno de estos continentes?

Como la probabilidad de sacar a cualquiera de los 25 alumnos y alumnas es la misma, se considera que los sucesos elementales son equiprobables y que, por tanto, puede aplicarse la regla de Laplace a los sucesos anteriores.

$P(\text{origen asiático}) = \frac{2}{25} = 0{,}08$ $\quad$ $P(\text{origen americano}) = \frac{5}{25} = 0{,}2$

$P(\text{origen africano}) = \frac{4}{25} = 0{,}16$ $\quad$ $P\ (\text{origen europeo}) = \frac{14}{25} = 0{,}56$

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Por parejas, cada miembro ha de pensar en tres ejemplos de experimento aleatorio y otros tres de experimento determinista. Después, intercambiad los ejemplos y clasificadlos.

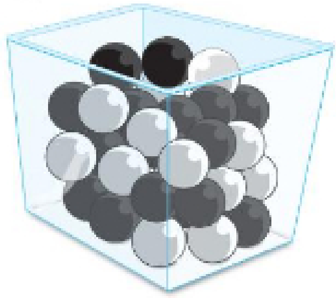
2 De una urna que contiene bolas blancas y negras se extrae una bola sin mirar y se apunta su color.

a. Identifica el espacio muestral.

b. Describe un suceso imposible.

c. Describe un suceso posible.

d. Describe un suceso seguro.



3 Se lanza un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6. Escribe en tu cuaderno el espacio muestral y los elementos que componen estos sucesos.

a. Que salga un número impar.

b. Que salga un número menor que 1.

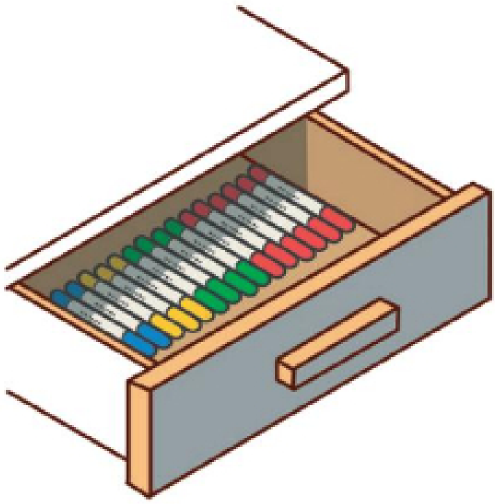
c. Que salga un número mayor o igual que 5.

d. Que salga un número menor que 8.

¿Alguno de los sucesos anteriores es un suceso imposible? ¿Y un suceso seguro?

4 Noelia guarda en un cajón rotuladores de varios colores diferentes. Calcula la probabilidad de que, al coger uno sin mirar, sea un rotulador de color…

a. Rojo. **b.** Verde. **c.** Negro.



5 Mirta y Hugo han colocado todas las fichas de dominó boca abajo y han elegido una al azar. Antes de darle la vuelta para ver cuál es, hacen las siguientes predicciones:

- Hugo: «La ficha elegida tiene un 6».
- Mirta: «Se trata de una ficha doble, con dos números iguales».

¿Cuál de los dos amigos tiene más probabilidad de acertar?

6 La ruleta europea está compuesta por 37 números ordenados del 0 al 36 y coloreados de rojo y negro alternativamente, excepto el 0, que es de color verde. Indica la probabilidad de que la bola caiga en las siguientes casillas.

a. El número 20

b. Un número par.

c. Un número primo.

d. Un número de color rojo.

7 Calcula la probabilidad de que, al extraer al azar de una baraja española una carta, esta sea:

a. Un caballo.

b. Una carta menor que 4.

c. Una carta de oros.

d. Una figura

e. Un siete.

f. Un rey.

La probabilidad de un suceso se puede expresar también en forma de porcentaje.

8 Expresa los siguientes enunciados en forma de porcentaje o de probabilidad, siguiendo el ejemplo.

El medicamento fue efectivo en el 77 % de los pacientes. La probabilidad de que el medicamento sea efectivo es de 0,77.

a. En cierta comarca norteña se registran precipitaciones el 85 % de los días durante el invierno.

b. La probabilidad de sacar cruz al lanzar una moneda es de 0,5.

c. El 14,3 % de los bebés nacen en lunes.

d. La probabilidad de que a los clientes de una pastelería les guste el chocolate es de 0,6.

e. La probabilidad de que te toque el premio gordo de la lotería de Navidad al jugar a un único número es de 0,00001.

9 Fernando ha plantado fresas en una porción de sus campos de cultivo y quiere conocer la probabilidad que tienen las semillas de germinar, para saber si le conviene extender su cultivo a todo el terreno que posee. Observa la tabla que ha elaborado y estima cuál es la probabilidad de que germinen.

RUTINA
Problema-solución

N.º de semillas plantadas	100	500	1 000	1 500	2 000
N.º de semillas que germinan	65	276	580	923	1 270

10 Calcula, aplicando la ley de Laplace, la probabilidad de cada uno de los posibles resultados que se obtienen al sumar los puntos de dos dados de 6 caras tras lanzarlos al aire. ¿Cuáles son los resultados con mayor probabilidad? ¿Y los de menor probabilidad?

¿Coinciden las probabilidades de cada uno de los resultados con las frecuencias relativas que obtuviste experimentalmente?

¿QUÉ HEMOS APRENDIDO?

Repasa todo lo que te parezca que necesitas saber para elaborar tu juego de mesa. Si falta información en tu kanban, ahora es el momento de completarla.

1. A continuación, te presentamos un resumen de los contenidos que has podido estudiar a lo largo de esta situación de aprendizaje. Cópialo en tu cuaderno con tus propias palabras y añade aquellos que no figuren entres los propuestos y que consideres que pueden ser importantes.

Una variable estadística es **cuantitativa** cuando representa una cantidad que puede expresarse numéricamente.

- Es **discreta** cuando solo puede tomar un número finito de valores aislados.
- Es **continua** cuando puede tomar infinitos valores numéricos dentro de un intervalo dado.

Una variable es **cualitativa** si no representan una cantidad, sino una cualidad que puede no expresarse numéricamente.

En un **diagrama de barras,** los valores de la variable se representan ordenados en el eje horizontal, y sobre cada uno de ellos se levanta una barra cuya altura representa la frecuencia absoluta.
Al unir los puntos medios de las partes altas de las barras, se obtiene el **polígono de frecuencias.**

En un **histograma,** se representan en el eje horizontal los intervalos con los valores de la variable y, sobre ellos, se levantan rectángulos cuyas alturas representan las frecuencias absolutas.

El **diagrama de sectores** es un gráfico circular en el que los valores de la variable se representan mediante sectores circulares, de modo que el ángulo de cada sector es proporcional a la frecuencia relativa del valor representado.

La **media aritmética** se calcula como la suma de los valores que toma la variable dividida entre el número total de datos.

La **mediana** es el valor que ocupa la posición central una vez ordenados los valores de menor a mayor.

La **moda** es el valor que se repite más veces, es decir, el de mayor frecuencia absoluta.

Un **experimento aleatorio** es aquel cuyo resultado no se puede conocer antes de realizarlo.

Se llama **espacio muestral (E)** al conjunto de resultados posibles de un experimento aleatorio.

Un **suceso elemental** es aquel suceso aleatorio que está formado por un único elemento del espacio muestral.

Un **suceso imposible** es aquel que no contiene elementos del espacio muestral y, por tanto, no puede darse.

Un **suceso seguro** es aquel que contiene todos los elementos del espacio muestral y, por tanto, ocurre siempre.

La **probabilidad de un suceso aleatorio** representa la posibilidad que tiene ese suceso de ocurrir.

Ley de Laplace:

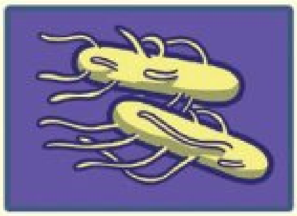
$$P(A) = \frac{\text{N.º de casos favorables a A}}{\text{N.º de casos posibles}}$$

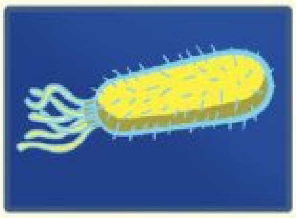
2. Añadid un ejemplo de cada concepto principal. Después, comentad lo que tienen en común y en qué se diferencian

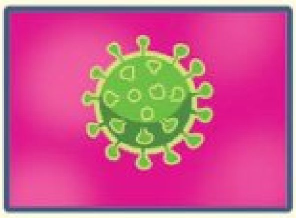
COOPERATIVO
Mejor entre todos

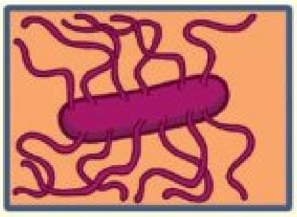
9 VIRUS Y BACTERIAS

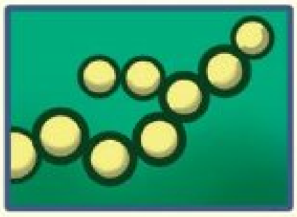
Esta muestra presenta contaminación por algunos agentes patógenos. ¿Sabrías identificarlos?

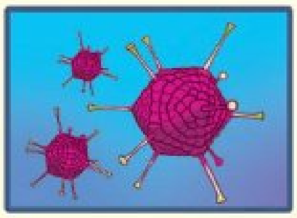

Salmonella

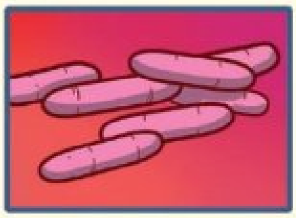

Pseudomonas aeruginosa


SARS-CoV_2


Clostridium difficile


Streptococcus

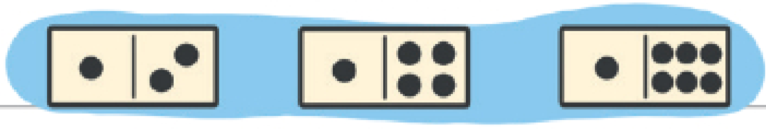

Adenovirus


Mycobacterium tuberculosis

ENCONTRAR PATRONES

Los alumnos de una clase de 6.º de Primaria están observando estas secuencias mientras debaten sobre ellas para identificar alguna regularidad.

2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51 …



Una **secuencia** es un conjunto ordenado de elementos que tienen alguna relación entre sí.

En la primera de las secuencias anteriores, cada número resulta de sumar 7 unidades al número anterior.

$$2 \xrightarrow{+7} 9 \xrightarrow{+7} 16 \xrightarrow{+7} 23 \xrightarrow{+7} 30 \xrightarrow{+7} 37 \xrightarrow{+7} 44 \xrightarrow{+7} 51$$

En la segunda secuencia, se mantiene un punto en la parte izquierda de la ficha, mientras que se van añadiendo sucesivamente dos puntos en la parte derecha.

En la naturaleza se pueden encontrar numerosos ejemplos de patrones de regularidad. ¿Serías capaz de identificar el que se observa en la imagen?

Un **patrón de regularidad** es la norma o regla que determina el orden de los elementos de una secuencia.

El patrón de regularidad permite determinar todos los elementos de la secuencia. Existen diferentes tipos de secuencias, con patrones de regularidad diversos:

- **Secuencias numéricas.** Los elementos que se encuentran ordenados son números.
  - Secuencias ascendentes: 2, 6, 10, 14, 18, 22 …
  - Secuencias descendentes: 1 000, 500, 250, 125 …
  - Secuencias alternas: 3, 6, 4, 7, 5, 8, 6 …
- **Secuencias de objetos o figuras.** Los elementos se ordenan en función de su **tamaño, color, forma …**

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Copia en tu cuaderno las secuencias en las que identifiques algún patrón de regularidad e indica en qué consisten.

a. 2, 4, 5, 6, 8, 7, 3, 9 …

b. 98, 87, 76, 65, 54 …

c. 9, 3, 2, 6, 9, 1, 6 …

d. 32, 45, 78, 11, 7 …

e. 2^2, 3^3, 4^4, 5^5, 6^6…

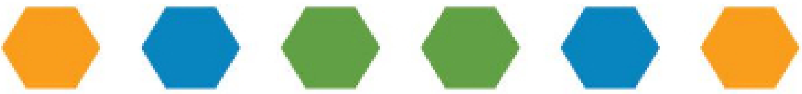
f. 23, 33, 53, 83, 123 …

g. 91, 81, 71, 61, 50 …

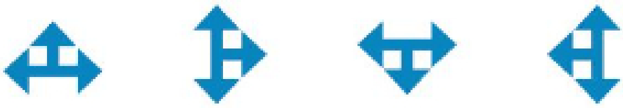
h. 12, 20, 18, 26, 24, 32, 20 …

2 Explica en tu cuaderno cuál es el patrón de regularidad de estas secuencias y compara tus respuestas con las de tus compañeros y compañeras.

RUTINA
Círculo de puntos de vista

a. 

b. 

c. 

3 Identifica y describe el patrón de regularidad de estas secuencias y escribe en tu cuaderno dos elementos más para cada una.

a. 2, 6, 18, 54, 162, ___, ___

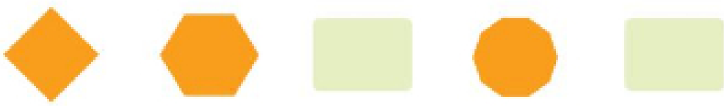
b. 7, 11, 13, 17, 19, ___, ___

c. 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ___, ___

¿En qué secuencias te resulta más sencillo reconocer el patrón de regularidad: en las que están formadas por números o en las que se componen de figuras?

4 Copia y completa en tu cuaderno cada secuencia con los elementos que faltan.

a. 8 16 ___ ___ 40 ___

b. 

Cuenta los lados de las figuras para dar con el patrón de regularidad.

5 Escribid, en cada caso, una secuencia de la tipología que se indica: numérica ascendente, numérica alterna, formada por figuras con un patrón de regularidad según su tamaño, formada por figuras con un patrón de regularidad según su posición.

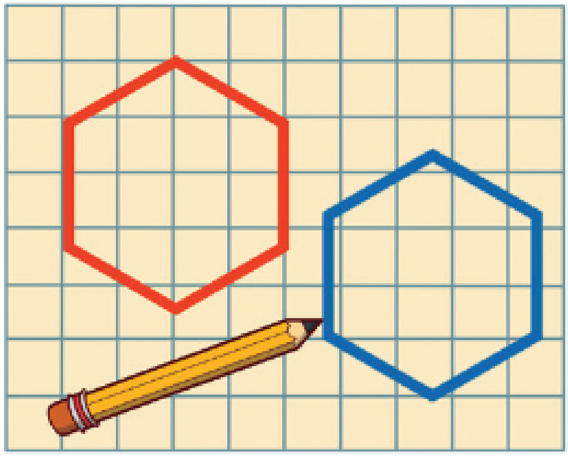
COOPERATIVO
Folio giratorio

PROGRAMAR SECUENCIAS

Andrea y Marcos están diseñando un programa en Scratch con el que quieren conseguir que un personaje se desplace hacia la derecha moviendo las piernas. A tal fin, plantean la secuencia de instrucciones de la derecha. Con ella se consigue que, cada vez que se presione el cursor con la flecha hacia la derecha (→), el personaje sume 10 unidades a su posición en la dirección del eje X (es decir, en la dirección horizontal) y cambie de disfraz.

Una **secuencia de programación** es una lista ordenada de instrucciones lógicas que persiguen un objetivo determinado.

Adrián y Silvia quieren diseñar un programa en Scratch que sea capaz de dibujar un hexágono. Proponen la siguiente secuencia de instrucciones:



1. Con la primera secuencia de instrucciones consiguen bajar el lápiz y establecer su tamaño. Seguidamente, el lápiz avanza 50 pasos y gira 60°, proceso que se repite 6 veces, una por cada lado. Se puede modificar la longitud del lado variando los pasos que se desplaza el lápiz.
2. Esta secuencia controla el borrado de la pantalla.

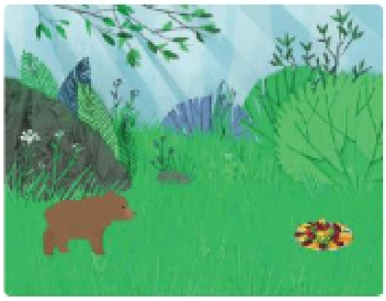
3 y 4. Con estas secuencias se selecciona el color con el que se dibujan los hexágonos.

Una misma acción puede realizarse con distintas secuencias de programación.

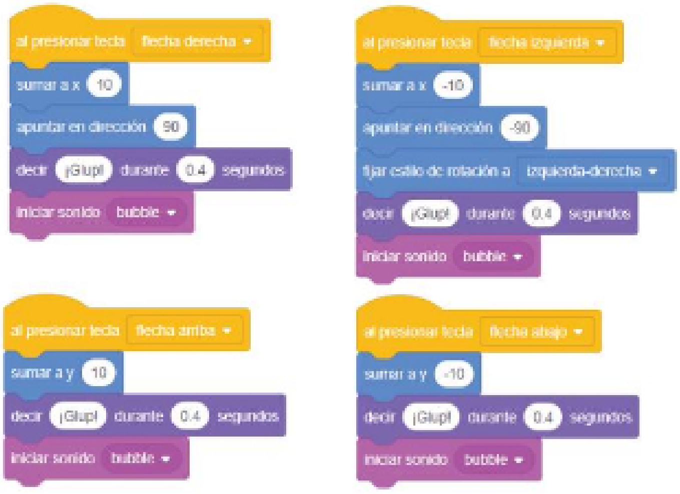
PRACTICAR Y AVANZAR

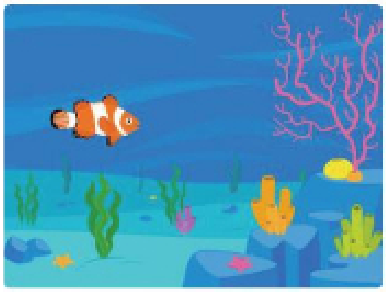
1 Organizad estas instrucciones para crear un programa que dote al oso de libertad de movimientos para que pueda llegar al plato de fruta siguiendo las instrucciones de los cursores. ¿Qué instrucciones podríais añadir para simular que el oso mueve las patas y anda?

COOPERATIVO
Trabajo por parejas



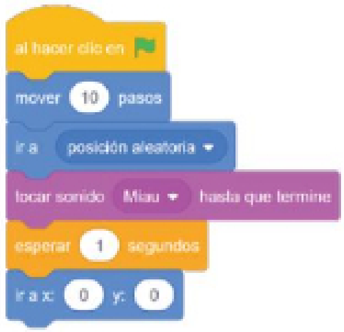
2 Interpreta estas secuencias y escribe en tu cuaderno las acciones que se producen al ejecutarlas.





RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

3 Explica qué diferencias encuentras entre estos dos bloques de programación.



4 Indica de qué categoría es cada uno de los bloques del código de la derecha (movimiento, apariencia, sonidos, evento y control) y explica brevemente qué función tienen y para qué podrías usarlos.

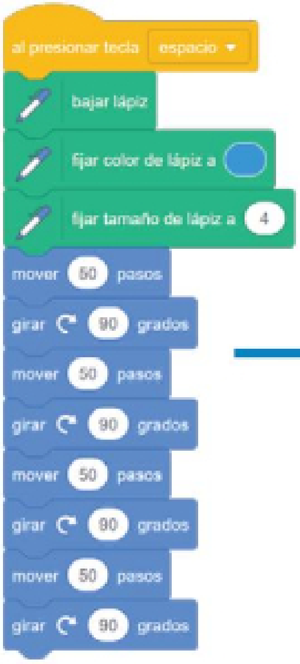
5 Elabora una secuencia de programación usando bloques de *movimiento, apariencia, sonido, eventos* y *control*. Puedes utilizar más de un bloque de un mismo tipo si lo deseas.

6 Llegó el momento de empezar a programar tu simulador. Dibuja una pequeña esfera que represente a un individuo y crea cuatro disfraces diferentes que correspondan a los estados *sano, infectado, fallecido* y *recuperado.*

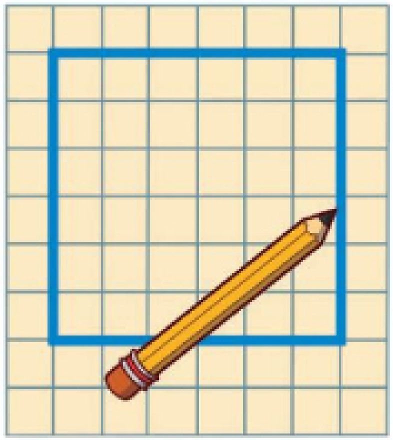
¡Asigna un color a cada disfraz!

PROGRAMAR BUCLES

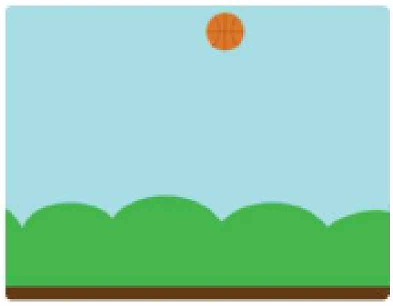
La secuencia de programación de Andrés permite dibujar un cuadrado en pantalla. ¿Existe algún programa que, con menos instrucciones, consiga el mismo resultado?



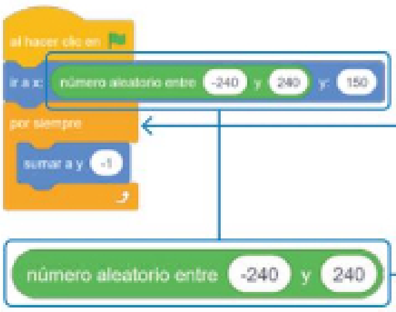
Sí existe. Con un bloque *repetir* se puede crear un bucle que produzca el mismo resultado.



Un **bucle** de repetición es un conjunto de instrucciones ordenadas que se ejecutan repetidamente el número de veces que se indique.

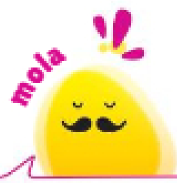


Laura y Javier están programando un videojuego en el que una pelota cae desde la parte superior de la pantalla de un punto diferente cada vez. Proponen el siguiente código.



El bucle de repetición *por siempre* se usa cuando una acción tiene que ejecutarse un número indefinido de veces.

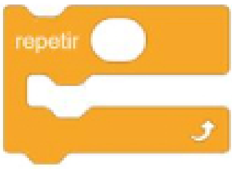
Este bloque, que se encuentra en la pestaña *operadores*, permite que el programa proporcione números al azar.



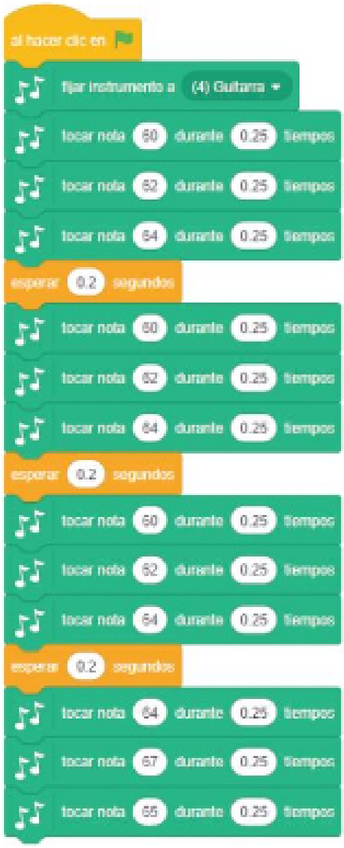
El código de un programa es el conjunto de instrucciones que lo componen.

PRACTICAR Y AVANZAR

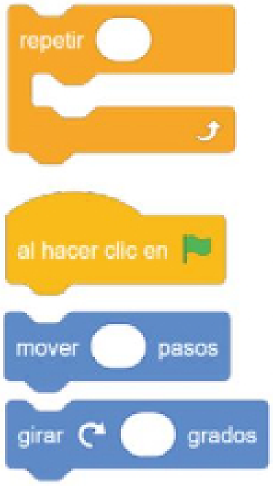
1 Analiza la secuencia de la derecha y modifícala, usando el bloque *repetir*, para que el programa haga lo mismo con menos instrucciones. Escribe el código más breve posible en tu cuaderno.

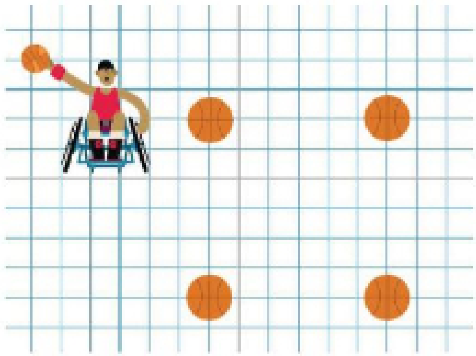


COOPERATIVO
Folio giratorio



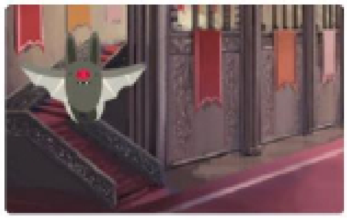
2 Ordena estos bloques de programación y completa los huecos para que, al ejecutar el programa, el jugador pase sobre los cuatro balones.





3 Explica en tu cuaderno qué acciones realizará el murciélago cuando se ejecute este código.

RUTINA
¿Qué te hace decir eso?

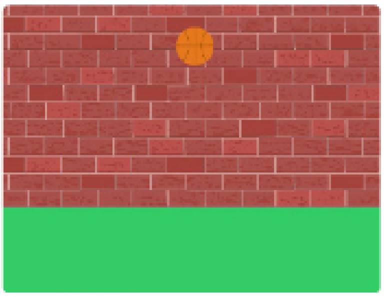


4 Formad parejas y diseñad un programa en el que aparezcan bloques *movimiento*, *repetición*, *sonido*, *apariencia* y *operadores*. No olvidéis explicar el programa paso a paso.

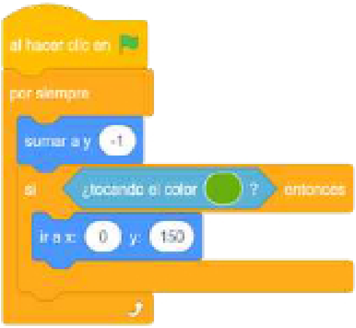
5 Programa tu simulador para que los individuos sanos, recuperados y contagiados se desplacen de forma aleatoria por la pantalla sin superar los límites de esta.

¿Cómo puedes hacer que los individuos se muevan sin parar cambiando aleatoriamente de dirección? ¿Qué instrucción del bloque *movimiento* permite que los individuos reboten si tocan un borde de la pantalla?

PROGRAMAR CONDICIONES



Rebeca y sus compañeras trabajan en el desarrollo de un videojuego. Están intentando diseñar un efecto gráfico consistente en hacer botar una pelota de modo que caiga desde una determinada altura, toque el suelo y vuelva a situarse en la altura inicial. Proponen el siguiente código. ¿Crees que funcionará?

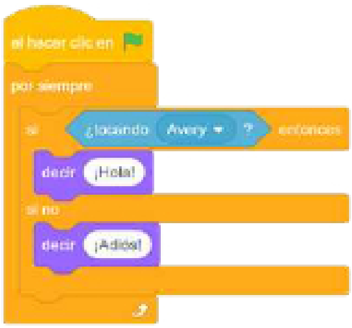


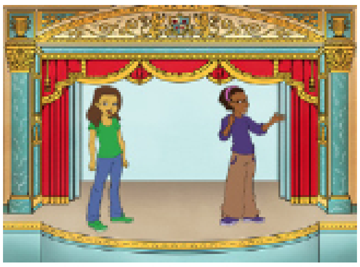
Sí, ya que han añadido un condicional que tiene en cuenta en todo momento si la pelota entra en contacto con el color verde (suelo). Solo en este caso, retorna a la posición x = 0 e y = 150. El bloque *sumar a y – 1* permanece en ejecución mientras la pelota no toque el color verde, momento en el que pasa a ejecutarse la instrucción contenida en el condicional.

Un **bloque condicional** permite ejecutar acciones cuando se cumple una determinada condición.

Los bloques condicionales son fundamentales en programación, pues permiten crear programaciones complejas en las que las acciones se ejecutan en función de informaciones procedentes del entorno.

En este programa, Abby, el personaje de la izquierda, dice «¡Hola!» solo si entra en contacto con el personaje de la derecha, Avery. En caso contrario, es decir, si no hay contacto, dirá «¡Adiós!». Sin el bloque *si no*, Abby no diría nada cuando no entra en contacto con Avery.

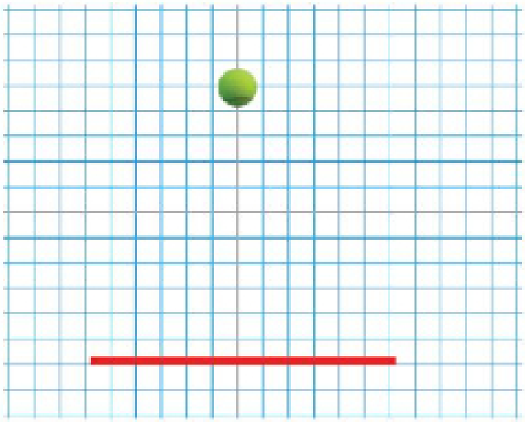


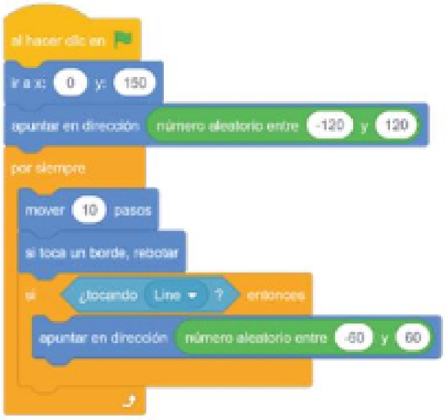


Existen bloques condicionales que, además de ejecutar un bloque cuando se cumple una condición, permiten ejecutar otros distintos cuando no se cumple. Son bloques del tipo **si… / si no…**

PRACTICAR Y AVANZAR

1 Examina con atención este programa y responde en tu cuaderno a las preguntas que se plantean.





a. ¿Dónde irá la pelota al ejecutarse el código?

b. ¿Qué le sucede a la pelota cuando toca uno de los bordes de la pantalla?

c. ¿Ocurre algo si entra en contacto con la línea? Si es así, explica qué sucede.

d. ¿Cómo puedes hacer que la pelota vaya más rápida?

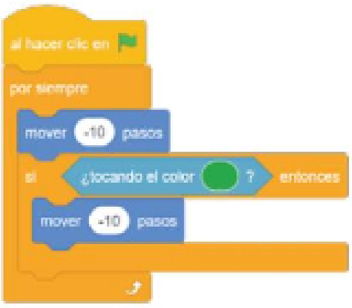
2 Explica para qué podrías usar cada uno de estos bloques de programación.

a.

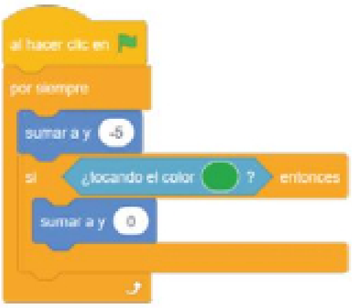
b.

3 Indica la secuencia que hace que un objeto se detenga al tocar el suelo tras caer desde cierta altura.

a.



b.

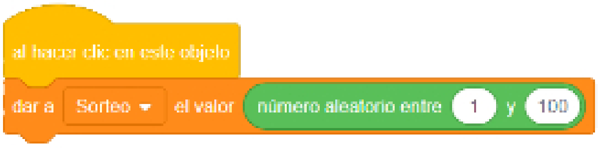


Examina esta instrucción del apartado *sensores:*

4 Ahora llega el momento de programar la simulación del contagio. Para ello, haz que un individuo sano, al entrar en contacto con un individuo enfermo, cambie de disfraz y se transforme, a su vez, en un individuo enfermo.

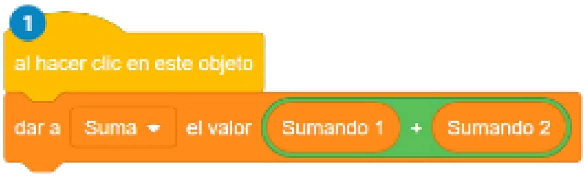
PROGRAMAR CON VARIABLES

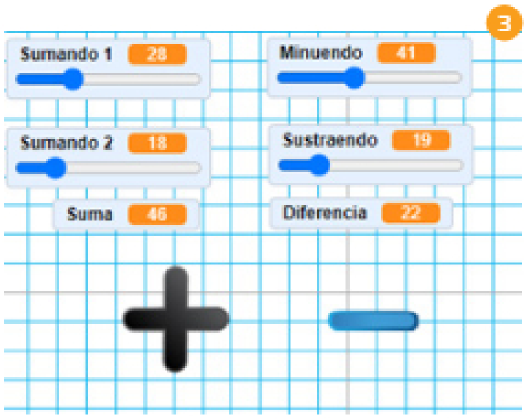
Los alumnos y alumnas de una clase de 6.º de Primaria quieren organizar un sorteo para financiar su viaje de fin de curso. Han pensado en diseñar un programa que los ayude a realizarlo. Para ello, han creado el siguiente código, en el que a una variable llamada *Sorteo* se le asigna un valor aleatorio del 1 al 100.



Una **variable de programación** es un objeto que almacena datos, generalmente numéricos, que se pueden recuperar en cualquier momento.

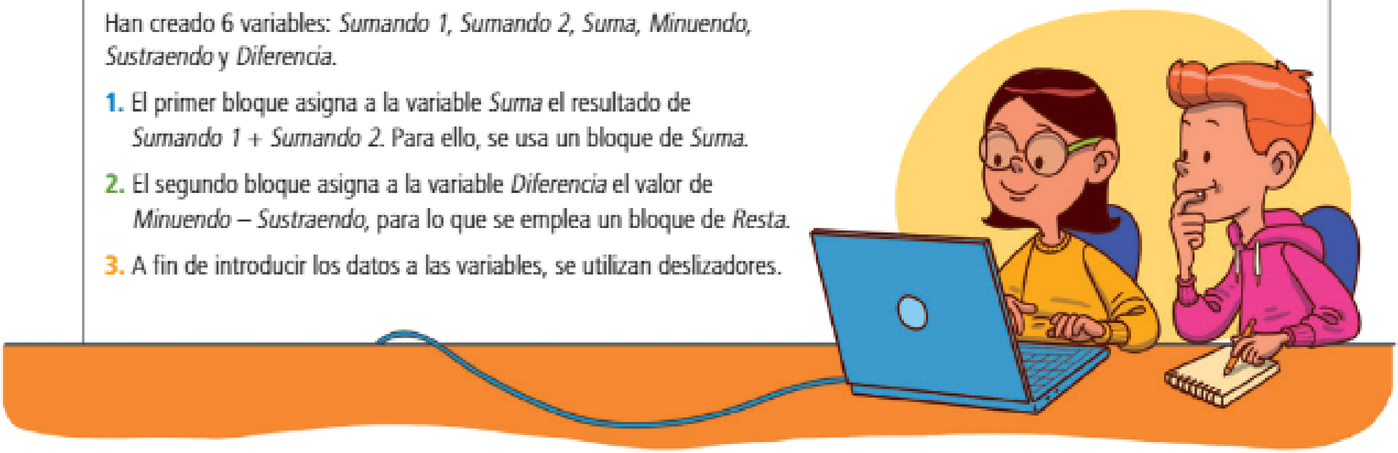
Nacho y Sofía están programando una calculadora básica. Para ello, proponen estos bloques, que incorporan variables:





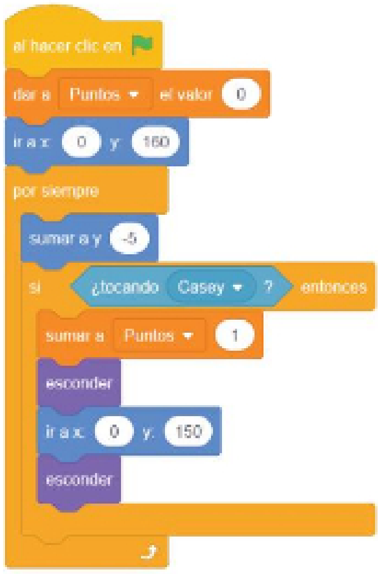
Han creado 6 variables: *Sumando 1, Sumando 2, Suma, Minuendo, Sustraendo* y *Diferencia.*

1. El primer bloque asigna a la variable *Suma* el resultado de *Sumando 1* + *Sumando 2.* Para ello, se usa un bloque de *Suma.*
2. El segundo bloque asigna a la variable *Diferencia* el valor de *Minuendo* – *Sustraendo,* para lo que se emplea un bloque de *Resta.*
3. A fin de introducir los datos a las variables, se utilizan deslizadores.

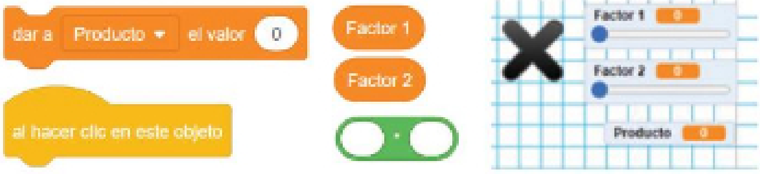


PRACTICAR Y AVANZAR

1 Escribe en tu cuaderno paso a paso lo que sucede cuando se ejecuta el programa de la derecha.

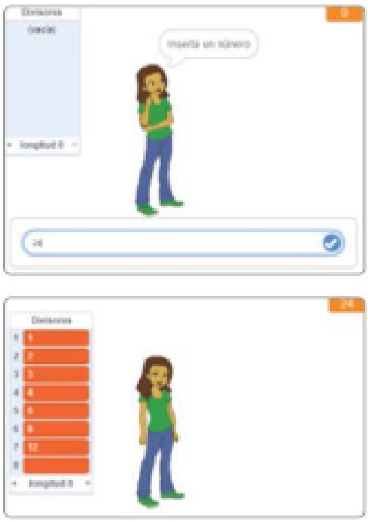


2 Ordena estos bloques para construir una secuencia que calcule multiplicaciones. ¿Puedes crear un botón que ponga a cero la variable *Producto*?



COOPERATIVO
La sustancia

3 Describe paso a paso en tu cuaderno las acciones que realiza este programa. ¿Qué utilidad tiene? ¿Crees que se podría usar en clase de Matemáticas? ¿Para qué?



4 Modifica el código de tu programa añadiendo variables con las que puedas controlar la movilidad de los individuos, el tiempo que tardan en recuperarse los enfermos y la tasa de mortalidad.

Cuantas más variables utilices, más versátil será tu simulación y más contextos podrás simular.

¿QUÉ HEMOS APRENDIDO?

Examina tu resumen y comprueba que has recogido todos los contenidos que vas a necesitar para concluir con éxito tu tarea. Recuerda mantener actualizado tu kanban.

1 A continuación, se muestra un resumen con los principales conceptos que has estudiado. Cópialo en tu cuaderno con tus propias palabras y añade ejemplos sencillos para cada contenido.

Una **secuencia** es un conjunto ordenado de elementos que tienen alguna relación entre sí.

Un **patrón de regularidad** es la norma o regla que determina el orden de los elementos de una secuencia.

Una **secuencia de programación** es una serie ordenada de instrucciones lógicas que persiguen un objetivo determinado.

Una misma acción puede realizarse con distintas secuencias de programación.

Un **bucle de repetición** es un conjunto de instrucciones ordenadas que se ejecutan repetidamente el número de veces que se desee.

Un bucle de repetición *por siempre* se usa cuando una acción tiene que ejecutarse un número indefinido de veces.

Un **bloque condicional** permite ejecutar acciones cuando se cumple una determinada condición.

Existen bloques condicionales que, además de ejecutar un bloque cuando se cumple una condición, permiten ejecutar otros distintos cuando no se cumple. Son bloques del tipo **si… / si no…**

Una **variable de programación** es un objeto que almacena datos, generalmente numéricos, que el programa puede recuperar en cualquier momento.

COOPERATIVO
Mejor entre todos

2 Poned en común los ejemplos que habéis elegido y corregidlos. Toma nota de los ejemplos que te resulten más interesantes y que puedan serte de utilidad a la hora de desarrollar tu proyecto.